



Méthodes pour le guidage coopératif.

Yohan Rochefort

► **To cite this version:**

Yohan Rochefort. Méthodes pour le guidage coopératif.. Autre. Supélec, 2013. Français. <NNT : 2013SUPL0015>. <tel-00934428>

HAL Id: tel-00934428

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00934428>

Submitted on 22 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 2013-15-TH

SUPELEC

ÉCOLE DOCTORALE STITS

« Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes »

THÈSE DE DOCTORAT

DOMAINE : STIC

Spécialité : Automatique

Soutenu le : 9 septembre 2013

par :

Yohan ROCHEFORT

Méthodes pour le guidage coopératif

Directeur de thèse :	Didier DUMUR	Professeur (SUPÉLEC)
Co-encadrant :	Sylvain BERTRAND	Docteur (ONERA)

Composition du jury

<i>Président du jury :</i>	Hugues MOUNIER	Professeur (LSS)
<i>Rapporteurs :</i>	Nicolas LANGLOIS	Docteur HDR (ESIGELEC / IRSEEM)
	Said MAMMAR	Professeur (Laboratoire IBISC)
<i>Examineurs :</i>	Eva CRÜCK	Docteur (DGA)
	Mohammed M'SAAD	Professeur (GREYC)
<i>Membres invités :</i>	Dominique BEAUVOIS	Professeur (SUPÉLEC)
<i>(Co-encadrants)</i>	Hélène PIET-LAHANIER	Docteur HDR (ONERA)

Remerciements

À l'issue de ma thèse, je saisis l'occasion de remercier toutes les personnes qui ont contribué à sa réalisation.

Je débuterais en remerciant mon directeur de thèse, Monsieur Didier Dumur, Chef du département Automatique de SUPÉLEC et Professeur à SUPÉLEC. Son expérience, ses conseils, sa disponibilité et sa réactivité m'ont beaucoup apporté. Je remercie aussi mon co-encadrant à SUPÉLEC, Monsieur Dominique Beauvois, Professeur à SUPÉLEC, dont les questions pertinentes ont inspiré et orienté mes travaux.

Je remercie également mes co-encadrants à l'ONERA, le Docteur Hélène Piet-Lahanier, Conseillère scientifique du DCPS à l'ONERA et le Docteur Sylvain Bertrand, ingénieur de recherche à l'ONERA. Leur encadrement quotidien, leurs conseils et suggestions ont marqué chaque étape de mes travaux ainsi que de ma formation de jeune chercheur.

Je remercie enfin le président de mon jury de thèse, Monsieur Hugues Mounier, Professeur à Paris XI, ainsi que chacun des autres membres, pour avoir accepté de prendre part à mon jury de thèse.

Je remercie aussi Béatrice, qui m'a accompagné durant ces années d'études, mes parents bien évidemment, sans lesquels je ne serai pas arrivé jusque là, et mes sœurs aînées.

Finalement, je souhaite remercier toutes celles et ceux qui furent mes co-doctorants à l'ONERA, car il est important de reconnaître le soutien quotidien qu'apporte un groupe d'amis.

Table des matières

Communications	9
Notations	11
Introduction	13
1 Contexte	13
2 Notions utiles	14
2.1 Notion de véhicule autonome	14
2.2 Notion de coopération	15
3 Principales approches développées dans littérature	16
3.1 Coopération implicite ou explicite	16
3.2 Coopération permanente ou ponctuelle	17
3.3 Élaboration régulée ou réactive de la commande	17
3.4 Élaboration centralisée ou distribuée de la commande	18
3.5 Hiérarchisation des véhicules	19
3.6 Répartition des tâches	19
3.7 Bilan des approches existantes	20
4 Objectifs et contenu de la thèse	20
I Guidage coopératif utilisant la règle des plus proches voisins	23
1 Création et maintien d'une flotte par la règle des plus proches voisins	27
1.1 Description du problème	27
1.2 Travaux ayant inspiré l'approche développée	29
1.2.1 Travaux de Reynolds	29
1.2.2 Travaux de Vicsek	34
1.2.3 Approche de Jadbabaie	36
1.3 Moyenne de plusieurs angles	40
1.3.1 Limites de la moyenne vectorielle	40
1.3.2 Limites de la moyenne arithmétique	41
1.3.3 Exemples numériques	41
1.3.4 Choix d'un mode de calcul	43
1.4 Étude des limitations de la loi de guidage initiale	43
1.4.1 Les conditions périodiques aux limites	43
1.4.2 Convergence des directions des véhicules	44
1.4.3 Collisions entre véhicules	44
1.4.4 Comportement en présence d'un véhicule leader	46

1.4.5	Bilan sur la loi de guidage initiale	46
1.5	Loi de guidage coopératif proposée	47
1.5.1	Modèle des véhicules	47
1.5.2	Stratégie de guidage	47
1.5.3	Évitement de collision - Fonctions d'espacement	48
1.5.4	Cohésion du groupe de véhicules - Fonctions d'espacement	52
1.5.5	Notion de voisinage - Fonctions d'influence	54
1.5.6	Commande du module de vitesse des véhicules	61
1.5.7	Limitation de la vitesse angulaire des véhicules	64
1.5.8	Récapitulatif de la loi de guidage proposée	64
1.6	Conclusion	66
2	Utilisation d'agents virtuels pour transmettre des consignes à la flotte	67
2.1	Définition des agents virtuels	67
2.2	Les différents usages d'un agent virtuel	68
2.2.1	Désigner la cible des véhicules	68
2.2.2	Signaler une direction à prendre, une vitesse souhaitée	69
2.2.3	Signaler un obstacle	70
2.2.4	Signaler la direction à suivre pour éviter un obstacle	72
2.3	Combiner différents types d'agents virtuels	73
2.4	La gestion des agents virtuels	75
2.4.1	Gestion figée	75
2.4.2	Gestion centralisée	75
2.4.3	Gestion coopérative	75
2.4.4	Bilan	76
2.5	Conclusion	76
II	Guidage coopératif utilisant la commande prédictive	79
3	Guidage coopératif prédictif 2D de véhicules de type avion	83
3.1	Description du problème	84
3.2	Le problème de commande prédictive	85
3.2.1	Rappels sur la commande prédictive	85
3.2.2	Commande prédictive distribuée de N véhicules	85
3.3	Travaux ayant inspiré la démarche proposée	86
3.3.1	Modèle	87
3.3.2	Stratégie de guidage	87
3.3.3	Forces et faiblesses de l'approche de Frew	88
3.3.4	Différences entre l'étude de Frew et l'approche proposée	89
3.4	Fonction objectif proposée	89
3.4.1	Composantes de la fonction objectif	89
3.4.2	Importance relative des différents termes de la fonction objectif	94
3.5	Recherche de la séquence de commandes optimale	95
3.5.1	Procédure de recherche de la séquence de commandes	96
3.5.2	Réduction de la charge de calcul	96
3.5.3	Composition du jeu de séquences de commandes candidates	97
3.6	Simulations numériques	101
3.6.1	Présentation de la mission des véhicules	101

3.6.2	Analyse d'une simulation de la mission	102
3.6.3	Analyse des performances de la loi de guidage	107
3.7	Conclusion	114
4	Extension pour l'exploration d'une zone	115
4.1	Description du problème	116
4.2	Modification de la fonction objectif	117
4.2.1	Prise en charge de deux points de passage par chaque véhicule	118
4.2.2	Modification du critère $J^{m,final}$	120
4.2.3	Utilisation de la vitesse prédite à la place de la vitesse nominale	120
4.3	Répartition des points de passage entre les véhicules	122
4.3.1	Aperçu général de la procédure de répartition proposée	123
4.3.2	Coûts d'attribution des points de passages	123
4.3.3	Examen des points de passage	131
4.3.4	Choix du point de passage pris en charge	133
4.3.5	Illustration du fonctionnement de la méthode de répartition	134
4.4	Simulations numériques	136
4.4.1	Exploration par 4 véhicules	136
4.4.2	Exploration par 1 véhicule	138
4.4.3	Exploration par 4 véhicules initialement séparés	138
4.5	Conclusion et perspectives	140
5	Guidage coopératif prédictif 3D de véhicules de type hélicoptère	141
5.1	Description du problème	142
5.2	Pilotage des hélicoptères quadrirotor	145
5.2.1	Décomposition partielle	146
5.2.2	Linéarisation par retour d'état	146
5.2.3	Utilisation du module de pilotage	147
5.3	Loi de guidage prédictive	149
5.3.1	Modèle de prédiction	149
5.3.2	Adaptation de la fonction objectif	150
5.3.3	Adaptations de la procédure de recherche	152
5.4	Simulations numériques	155
5.4.1	Présentation de la mission et des paramètres	155
5.4.2	Analyse d'une simulation de la mission	157
5.4.3	Évaluation des performances de la loi de guidage	165
5.5	Conclusion et perspectives	166
	Conclusions et perspectives	167
	Annexes	173
	Bibliographie	187

Communications

Publication dans revue avec comité de lecture

- [Roc+] Y. ROCHEFORT et al. « Model predictive control of cooperative vehicles using systematic search approach ». Soumis à *Control Engineering Practice*.

Conférences avec actes

- [Roc+11] Y. ROCHEFORT et al. « Guidance of flocks of vehicles using virtual signposts ». In : *IFAC World congress*. 2011.
- [Roc+12] Y. ROCHEFORT et al. « Cooperative nonlinear model predictive control for flocks of vehicles ». In : *IFAC : EGNC*. 2012.

Autres

- [Roc10] Y. ROCHEFORT. *Méthodes pour le guidage coopératif*. Rapp. tech. Journée des thèses ONERA, jan. 2010.
- [Roc11a] Y. ROCHEFORT. *Méthodes pour le guidage coopératif*. Rapp. tech. Journée des thèses ONERA, jan. 2011.
- [Roc11b] Y. ROCHEFORT. « Méthodes pour le guidage coopératif ». In : *Journée des thèses SUPELEC*. Déc. 2011.
- [Roc12a] Y. ROCHEFORT. *Cooperative nonlinear model predictive control for flocks of vehicles*. Rapp. tech. Journée des thèses ONERA, fév. 2012.
- [Roc12b] Y. ROCHEFORT. « Développement d'une stratégie MPC pour le guidage coopératif ». In : *GDR MACS – GT CPNL*. Juin 2012.
- [Roc12c] Y. ROCHEFORT. « Guidage coopératif utilisant une règle des plus proches voisins et des agents virtuels ». In : *GDR MACS – GT UAV*. Mai 2012.

Notations

Notations générales

N	nombre de véhicules
\mathcal{F}	repère inertiel commun
\mathcal{B}_i	repère lié au véhicule i
Δt	période d'échantillonnage
\mathbf{x}_i	état du véhicule i
\mathbf{p}_i	position du véhicule i par rapport à \mathcal{F} p_i^x, p_i^y, p_i^z : coordonnées suivant x, y et z
\mathbf{v}_i	vecteur vitesse du véhicule i par rapport à \mathcal{F} v_i^m, v_i^θ : module et direction du vecteur vitesse (2D) v_i^x, v_i^y, v_i^z : composantes suivant x, y et z (3D)
v_i^ω	vitesse de virage (dérivée de v_i^θ)
$\boldsymbol{\eta}_i$	attitude du véhicule i par rapport au repère \mathcal{F} (3D) ψ_i, θ_i et φ_i : angle de lacet, tangage et roulis (3D)
v_{min}, v_n, v_{max}	module de vitesse minimal, nominal et maximal des véhicules
d_{ij}	distance entre les véhicules i et j
d_{sec}^v, d_{des}^v	distances de sécurité et désirée entre deux véhicules
d_{sec}^o, d_{des}^o	distances de sécurité et désirée entre un véhicule et un obstacle
d_{per}^v	seuil de perte d'un véhicule
d_{vis}	distance de visite d'un point de passage

Notations pour la partie I

H_s	horizon de surveillance
\mathbf{u}_i	commande de vitesse du véhicule i u_i^m, u_i^θ : module et direction de la commande de vitesse (2D)
n_i	nombre de véhicules voisins du véhicule i
\mathcal{J}_i^{voi}	ensemble des indices des véhicules voisins du véhicule i
$d_{rep}^v, d_{att}^v, d_{voi}^v$	seuils de pure répulsion, de pure attraction et de voisinage
$v_{i,j}^m$	contribution du véhicule j à la commande de module de vitesse de i (2D)
$v_{i,j}^\theta$	contribution du véhicule j à la commande d'angle de vitesse de i (2D)
$v_{i,j}^{m,sep}$	module de vitesse permettant au véhicule i de s'éloigner de j (2D)
$v_{i,j}^{m,imi}$	module de vitesse permettant au véhicule i d'imiter j (2D)
$v_{i,j}^{m,coh}$	module de vitesse permettant au véhicule i de s'approcher de j (2D)
$\alpha_i^{sep}, \alpha_i^{all}, \alpha_i^{coh}$	fonctions de séparation, d'imitation et de cohésion
β_i	fonction d'influence

Notations pour la partie II

H_c, H_p	Horizons de commande et de prédiction
\mathbf{a}_i	accélération du véhicule i
a_i^x, a_i^y, a_i^z	composantes suivant x, y et z (3D)
\mathbf{u}_i	commande d'accélération du véhicule i
u_i^m, u_i^θ	accélérations linéaire et angulaire (2D)
u^x, u^y, u^z	composantes suivant x, y et z (3D)
$u_i^1, u_i^2, u_i^3, u_i^4$	commandes composites de l'hélicoptère quadrirotor i
$\widehat{\mathbf{x}}_i(n)$	état prédit du véhicule i à l'instant n (implicite : calculé à l'instant k)
$\widehat{\mathbf{x}}_i^{old}(n)$	état prédit du véhicule i à l'instant n (implicite : calculé à l'instant $k-1$)
$\widehat{\mathbf{x}}_{i,k+1}^{k+H_p}$	états prédits du véhicule i entre les instants $k+1$ et $k+H_p$
\mathbf{x}_{-i}	état des véhicules autres que i
$\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n)$	position de référence jusqu'au point de passage w pour le véhicule i à l'instant n
$B_{i,w}^{ref}$	boule de référence autour du point de passage w pour le véhicule i
J^{rhc}	fonction objectif
J^u	coûts de commande
$J^{u,module}, J^{u,rotation}$	coûts de commande d'accélération linéaire et angulaire (2D)
$J^{u,x}, J^{u,y}, J^{u,z}$	coûts de commande d'accélération suivant l'axe x, y et z (3D)
J^{nav}	coûts de navigation
$J^{n,module}$	avancer à vitesse nominale (2D)
$J^{n,rotation}$	avancer en libre droite
$J^{n,horizontal}$	avancer à vitesse nominale dans le plan horizontal (3D)
$J^{n,vertical}$	voler à altitude constante (3D)
$J^{mission}$	coûts de mission
$J^{m,direct}$	avancer en ligne droite vers les points de passage
$J^{m,final}$	s'approcher du point de passage avant la fin de l'horizon de prédiction
$J^{m,flotte}$	former une flotte avec les autres véhicules
J^{safety}	coûts de sécurité
$J^{s,obstac}$	éviter les collisions avec les obstacles
$J^{s,véhic}$	éviter les collisions avec les autres véhicules
$J^{s,trajec}$	pénalise les changements de trajectoire
\mathcal{S}	jeu de commandes candidates
$\mathcal{S}^m, \mathcal{S}^\theta$	jeux de commandes d'accélération linéaires et angulaire (2D)
\mathcal{S}^h	jeu de commandes d'accélération dans le plan horizontal (3D)
$\mathcal{S}^m, \mathcal{S}^\theta$	jeux de modules et de directions d'accélération dans le plan horiz. (3D)
\mathcal{S}^z	jeu de commandes d'accélération verticale (3D)
N^m, N^θ, N^z	nombre de commandes candidates dans $\mathcal{S}^m, \mathcal{S}^\theta$ et \mathcal{S}^z
$\zeta^m, \zeta^\theta, \zeta^z$	paramètres de répartition des commandes candidates dans $\mathcal{S}^m, \mathcal{S}^\theta$ et \mathcal{S}^z
$J_{i,\{w_1,w_2\}}^{attr}$	coût d'attribution de la paire de points de passage $\{w_1, w_2\}$
J_{i,w_1}^{pec}	coût de prise en charge du point de passage w_1
$J_{i,w_2 w_1}^{pec}$	coût de prise en charge du point de passage w_2 tenant compte du w_1
$J_{i,\{w_1,w_2\}}^{dev}$	coût de déviation de la paire de points de passage $\{w_1, w_2\}$
θ_{i,w_1}^{rel}	angle entre l'orientation du véhicule et la ligne de vue de i à w_1
$\theta_{i,w_2 w_1}^{rel}$	angle entre la ligne de vue de i à w_1 et la ligne de vue de w_1 à w_2

Introduction

L'objet de cette thèse est d'étudier et de proposer des méthodes de guidage coopératif distribué de véhicules autonomes.

Dans cette introduction, nous nous intéressons tout d'abord au contexte dans lequel s'inscrit cette thèse. Nous définirons ensuite les notions de véhicule autonome et de coopération, en explicitant notamment ce qu'elles impliquent vis à vis de la commande des véhicules. Nous présenterons enfin les principales approches développées dans la littérature dans le domaine du guidage coopératif afin de situer les travaux proposés dans cette thèse.

1 Contexte

L'utilisation de véhicules autonomes, ou partiellement autonomes, permet de limiter les interactions avec l'opérateur humain afin d'épargner à ce dernier les tâches dangereuses, fastidieuses ou inconfortables. Les progrès technologiques permettent, de plus, de concevoir des véhicules autonomes de plus en plus performants et miniaturisés, élargissant de ce fait leur champ d'application.

Le secteur militaire est le plus propice à l'utilisation de véhicules autonomes, permettant d'effectuer des missions d'observation (Global Hawk de Northrop Grumman, Harfang de EADS, Sperwer de Sagem), ou d'attaque (Predator de General Atomics, X-45 de Boeing), sans mettre la vie d'un pilote en danger.

Le secteur civil commence également à s'équiper, afin de préserver la sécurité des utilisateurs (lutte contre les incendies : MiniRec de Bertin Technologies, Seeker de Fly-n-Sense), leur épargner un travail délicat (inspection d'ouvrage d'art, de pylônes électriques, etc : [DS08]) et de manière générale, de recueillir des informations dans des endroits difficiles à atteindre (Sandcopter de Fly-n-Sense, Hovereye de Bertin Technologies).

Certaines missions peuvent nécessiter l'utilisation de plusieurs engins, identiques ou non, quand par exemple plusieurs tâches doivent être accomplies simultanément, ou lorsqu'une tâche s'avère trop complexe pour être confiée à un unique véhicule. Même lorsqu'une mission peut être réalisée par un véhicule seul, il est le plus souvent possible d'obtenir de meilleures performances en la confiant à une flotte de véhicules. L'utilisation simultanée de plusieurs véhicules peut ainsi permettre :

- d'assurer une présence simultanée sur tout ou partie de la région d'intérêt. Cela permet notamment de faire de la surveillance ([PE97], [Bar+10]).
- d'améliorer les performances, soit en parallélisant l'accomplissement des petites tâches comme l'exploration ([RDM00], [Fra+07], [Yua+10]), soit en combinant les capacités des différents véhicules afin d'accomplir les tâches les plus complexes ou difficiles ([KZ93], [PH06]).
- d'augmenter la robustesse de l'ensemble. En effet, si un véhicule subit une panne ou est endommagé, les tâches qui lui étaient confiées pourront être réaffectées aux véhicules restants.

Pour être performants toutefois, et assurer la réalisation de leur mission commune, les différents véhicules utilisés doivent coopérer d'une manière ou d'une autre. Dans le cas contraire, ils pourraient se gêner, ou ne pas se répartir les différentes tâches composant la mission de manière adéquate.

La coopération entre les différents véhicules peut prendre plusieurs formes, depuis la simple prise en compte de l'état mesurable des autres véhicules, l'échange d'information, jusqu'à la répartition d'objectifs, la synchronisation de plusieurs véhicules pour accomplir une même tâche complexe. Quelle que soit la forme de coopération retenue, celle-ci vise à l'élaboration de trajectoires permettant, d'une part, à chaque véhicule d'évoluer en sécurité vis-à-vis des autres véhicules et de l'environnement, et d'autre part, à l'ensemble de la flotte d'accomplir sa mission.

Lors de l'élaboration de ces trajectoires, il doit être tenu compte des capacités et des limitations de chaque véhicule (certains peuvent être spécialisés dans quelques tâches; ils peuvent avoir des contraintes de vitesse, de commande...), de la fiabilité des informations disponibles (on peut passer très près d'un obstacle bien connu pour gagner du temps sur la réalisation de la mission, on préférera perdre du temps dès lors que la position de l'obstacle est incertaine) et des interactions positives et négatives entre les véhicules. La répartition entre les véhicules des différentes tâches composant la mission peut, quant à elle, être effectuée pendant ou en amont de cette étape d'élaboration des trajectoires.

Nous détaillons à présent les notions de véhicules autonomes et de coopération.

2 Notions utiles

2.1 Notion de véhicule autonome

Un véhicule est considéré comme étant autonome à partir du moment où, par ses propres moyens, il est capable de contrôler sa trajectoire afin de réaliser sa mission. Cette mission peut être définie de multiples manières, par une trajectoire de référence, une série de points de passage, ou des consignes de haut niveau comme une liste de tâches à accomplir et leurs importances. Dans ces deux derniers cas, le véhicule doit être de plus capable respectivement d'élaborer sa trajectoire et de choisir quelle tâche composant la mission effectuer.

Afin d'assurer son autonomie, chaque véhicule doit disposer de ce que l'on nomme une boucle de navigation-guidage-pilotage. Celle-ci a la charge complexe d'orchestrer les différents sous-systèmes constituant le véhicule (capteurs-calculateurs-actionneurs) de façon à assurer la réussite des différents aspects de la mission (tâches principales, sûreté des véhicules, date de fin de la mission, etc). Nous détaillons à présent chaque aspect de cette boucle.

La navigation

Elle consiste à déterminer, par des mesures directes ou indirectes, l'état du véhicule, c'est à dire sa position, sa vitesse, son attitude et éventuellement son accélération par rapport à un repère de référence. Le rôle de la navigation est également de déterminer toutes les autres informations nécessaires aux déplacements du véhicule : la position des autres véhicules ou de l'objectif, la distance entre le véhicule considéré et les autres, ou l'objectif, etc.

S'appuyant en grande partie sur les différents capteurs du véhicule, la navigation consiste également à reconstruire au moyen d'observateurs et à partir des mesures disponibles, les données qui ne peuvent être mesurées directement.

Le guidage

Il consiste pour sa part à élaborer, en fonction des informations fournies par la navigation, la trajectoire que doit suivre le véhicule afin de remplir sa mission. Les consignes fournies par cette étape peuvent prendre la forme d'une consigne de vitesse ou d'accélération du centre de gravité du véhicule.

Dans le passé, cet aspect de la commande des véhicules était assurée par des systèmes analogiques (fusée V2), puis par un ensemble de systèmes comportant des parties analogiques et numériques (Missions Apollo). Avec l'augmentation de la puissance des calculateurs, cet aspect est à présent le plus souvent confié à un système entièrement numérique.

Le pilotage

Celui-ci consiste enfin à contrôler les mouvements du véhicules. À cet effet, il calcule les consignes à envoyer aux différents actionneurs du véhicule afin d'une part, de suivre la référence transmise par le guidage et d'autre part, d'assurer la stabilisation du véhicule lorsque cela est nécessaire.

Cet aspect de la commande des véhicules est mis au point en tenant compte de la dynamique du véhicule (avion, hélicoptère, voiture, véhicule holonome, etc) ainsi que du type d'actionneurs dont il dispose (réacteur, hélice, roues, chenilles, etc).

Par sa nature même, la boucle de navigation-guidage-pilotage dépend directement du ou des types de missions qui seront confiées aux véhicules, ainsi que des caractéristiques de ceux-ci. De ce fait, des approches performantes pour une application particulière peuvent s'avérer incompatibles avec une autre et un ensemble algorithmique bien adapté à un véhicule donné peut être mis en échec avec un véhicule différent. Par exemple, un hélicoptère ne se pilote pas comme un avion ou une voiture, une mission d'exploration engendrera des trajectoires très différentes d'une mission de transport ou d'évasion, la précision des capteurs diffère en fonction des technologies utilisées.

Ainsi, afin d'adapter cette boucle au contexte applicatif envisagé, son cahier des charges doit tenir compte du niveau d'autonomie dont devra être capable le véhicule, de la mission qui lui sera confiée, de l'environnement dans lequel il devra évoluer, de sa dynamique, du nombre, du type, de la précision des capteurs embarqués, etc. La présence de multiples véhicules avec lesquels il faudra coopérer, en particulier, doit être définie lors de la conception de la boucle de navigation-guidage-pilotage car cela aura des conséquences importantes au niveau, d'une part, des informations à recueillir, d'autre part, de la répartition des tâches entre les véhicules, et enfin, de l'élaboration de trajectoire sûres, permettant d'accomplir ces différentes tâches.

Afin de mieux en comprendre les contraintes, nous présentons à présent cette notion de coopération.

2.2 Notion de coopération

Les études que nous avons consultées sur le sujet du guidage coopératif ne donnent pas de définition formelle de cet aspect de la coopération dans le cadre du guidage de véhicules. Nous proposons donc la définition suivante, que nous utiliserons dans cette thèse.

Nous considérons qu'un ensemble de véhicules, identiques ou non, coopère à partir du moment où les actions de tout ou partie des véhicules sont influencées par les actions des autres véhicules. Cette influence doit avoir pour objectif d'assurer l'accomplissement d'une mission commune à tous les véhicules et ne pas se limiter à la seule volonté d'éviter les collisions.

Pour coopérer, les différents véhicules d'un groupe doivent être capables de recueillir des informations sur les autres membres du groupe, puis de prendre en compte ces informations lors de l'élaboration de leur commande.

En fonction des circonstances, les véhicules peuvent disposer de capteurs, actifs (télémètres, radar, etc) ou passifs (caméra, radar passif, etc), afin de mesurer eux-même une partie de l'état de leurs voisins. Les informations recueillies de cette manière sont nécessairement limitées à une partie de l'état courant des véhicules, principalement leur position ou leur vitesse actuelle.

Afin de renforcer la coopération entre les véhicules, ceux-ci peuvent également échanger des informations, en utilisant une connexion radio par exemple. Chaque véhicule peut alors disposer d'informations qu'il serait incapable de mesurer par lui-même, soit parce qu'elles concernent l'état interne d'un autre véhicule, comme la quantité d'énergie restante ou le dysfonctionnement d'un organe du véhicule, soit parce que l'objet (véhicule tiers, obstacle, cible) concerné est hors de portée des capteurs du véhicule, mais visible par un autre véhicule. Les véhicules peuvent également se transmettre des informations concernant leurs intentions futures. Cela leur permettra par exemple de se mettre d'accord sur la répartition des tâches composant la mission ou d'anticiper les changements de direction pour plus de sécurité.

La manière dont chaque véhicule tient ensuite compte des informations recueillies dépend largement du type de mission et de la structure de la commande. C'est sur ce point que se concentrent les recherches actuelles dans le domaine du guidage coopératif. Nous présentons dans la section suivante les principales approches développées dans la littérature.

3 Principales approches développées dans littérature

Les lois de guidage coopératif proposées dans la littérature peuvent être classées en fonction d'un certain nombre de caractéristiques, citées ci-après sans ordre particulier : la nature implicite ou explicite, occasionnelle ou permanente de la coopération ; l'élaboration réactive ou régulée, centralisée ou distribuée de la commande ; la hiérarchie entre les véhicules et enfin le mode de répartition des tâches entre les véhicules.

Lors de la conception d'une loi de guidage coopératif, ces différentes caractéristiques sont dictées aussi bien par les types de missions envisagées que les performances souhaitées ou les caractéristiques des véhicules utilisés. Elles ne peuvent être définies indépendamment les unes des autres.

3.1 Coopération implicite ou explicite

En fonction de la philosophie adoptée lors de la conception d'une loi de guidage coopératif, la coopération entre les véhicules peut être implicite, et résulter des interactions entre les véhicules, ou être explicitement exprimée dans la loi de guidage des véhicules.

De nombreux exemples de coopération implicite existent dans la nature, comme les colonies d'insectes sociaux (abeilles, fourmis, termites...), les bancs de poissons, groupes d'oiseaux ou de grands mammifères. Ces exemples se caractérisent par le fait que chaque individu obéit à quelques règles simples mais que, malgré cette simplicité, la somme des comportements individuels produit un comportement global de coopération plus ou moins poussé : depuis le déplacement coordonné de groupes d'animaux, jusqu'à la construction, l'alimentation et la défense d'une ruche.

Ces observations ont donné naissance à un champ de recherche spécifique du guidage coopératif : l'étude de l'apparition de comportements complexes au niveau global à partir de règles élémentaires appliquées par tous les individus du groupe, parfois nommée "swarm intelligence" [BW91], [KZ93].

Les travaux de Reynolds : [Rey87], [Rey99], sur l'animation réaliste de groupes d'oiseaux font partie des plus anciens et des plus souvent cités dans le domaine. Depuis, de très nombreux auteurs se sont intéressés aux comportements de systèmes composés d'individus soumis à une série de règles élémentaires. Une grande partie de ces travaux utilise des fonctions de potentiel ou un système équivalent afin de figurer les interactions entre véhicules : [LF01], [TJP03a], [TJP03b], [Tan04], [Olf04], [LBF04], [SWC06]. Certains auteurs explorent des pistes différentes telles que la règle des plus proches voisins [Vic+95], [JLM02], [IT10] très proche des travaux fondateurs de Reynolds [Rey87], ou des forces gyroscopiques [CM03], utilisées afin de garantir la sécurité des véhicules.

À l'opposé de ces travaux se situe un champ de recherche où la coopération entre les véhicules est explicitement exprimée dans la loi de guidage des individus. L'avancement de la mission est alors souvent exprimé par une fonction objectif, permettant aux individus de juger quelle action de leur part contribue le plus à l'avancement de la mission [PT00], [OL03], [BM03], [Ren04], [Dun04], [SRB04], [PH06], [WYB07]. Dans d'autres travaux, les différentes tâches composant la mission font l'objet d'une répartition entre les véhicules suivant un ou plusieurs critères prédéfinis [GM02], [Vid+02], [ODM03].

3.2 Coopération permanente ou ponctuelle

Dans la plupart des travaux, les véhicules coopèrent en permanence les uns avec les autres. C'est à dire qu'à chaque itération, la commande de chaque véhicule est élaborée en tenant compte des autres véhicules. Cette approche est rendue nécessaire dès lors que la tâche commune des véhicules réclame leur synchronisation. Le vol en formation par exemple nécessite une coopération permanente : [OL03], [BM03], [Ren04], [Dun04], [WYB07], [WYB07]. Des tâches complexes telles que le suivi et la poursuite de cibles [PT00], [Vid+02] requièrent également une coopération permanente.

Lorsque les véhicules doivent effectuer des tâches chacun de leur côté, possiblement de nature différente, ils peuvent restreindre leur coopération à la répartition des tâches et au contrôle périodique de leur accomplissement : [GM02], [SRB04]. Dans [PH06] enfin, les véhicules explorent leur environnement chacun de leur côté puis mettent en commun leurs informations afin de construire une carte commune de la zone explorée.

Cette approche consistant à coopérer de manière ponctuelle peut permettre de diminuer la charge de communication au sein du groupe de véhicules et s'avérer utile notamment lorsque les véhicules ne peuvent pas communiquer en permanence à cause de l'environnement (murs, distances). D'autre part, elle nécessite que les véhicules sachent identifier et tirer profit des phases de coopération. En effet, pour que la coopération soit un succès, il est nécessaire, d'une part que les différents véhicules cherchent à coopérer au même moment, d'autre part que les véhicules soient capables d'utiliser les informations recueillies durant les phases de coopération, et enfin qu'ils parviennent à tenir compte des actions que les autres véhicules prévoient durant les phases d'isolement.

3.3 Élaboration régulée ou réactive de la commande

Lors de l'élaboration des trajectoires des véhicules, l'objectif est de déterminer des chemins permettant à chaque véhicule de rejoindre son objectif sans provoquer de collision. Il est possible de distinguer deux types d'approches pour ce faire : les approches régulées, et les approches réactives. Les approches régulées consistent à élaborer, pour chaque véhicule, une trajectoire lui permettant d'accomplir sa mission, chaque véhicule exécutant ensuite sa trajectoire. Les approches réactives quant à elles, consistent à ne calculer que la commande courante du véhicule en fonction de son environnement. Les trajectoires de chaque véhicules résultent alors des interactions entre les véhicules et avec l'environnement.

Le type d'approche le plus courant est de réguler la trajectoire des véhicules jusqu'à la fin de la mission ou sur un horizon donné (de temps, de distance ou de nombre de points de passage).

Dans ce cas, il est possible d'élaborer directement les trajectoires des véhicules, grâce aux techniques de commande prédictive notamment [Fre06], [Dun04]. L'avantage de ces méthodes est d'anticiper les effets des commandes appliquées aux véhicules afin de disposer d'une trajectoire désirée précise, pouvant être suivie en respectant les limitations des véhicules.

Il est également possible d'élaborer dans un premier temps les trajectoires désirées des véhicules, représentées par des trajectoires de référence ou des points de passage, puis dans un second temps

d'asservir chaque véhicule afin de lui faire suivre sa trajectoire désirée. Les algorithmes les plus souvent utilisés afin de générer les trajectoires désirées sont l'algorithme A^* et ses dérivées B^* , D^* .

Ces algorithmes consistent à rechercher, dans un graphe représentant des positions possibles des véhicules, le plus court chemin permettant de conduire les véhicules à leurs objectifs respectifs. Les positions représentées dans le graphe ne sont qu'une partie de toutes les positions possibles des véhicules. Ce sous-ensemble peut être construit naïvement, en quadrillant la région, ou, pour améliorer les performances, en utilisant des techniques comme les diagrammes de Voronoï, ou les graphes de visibilité ([WYB07]).

Ces méthodes permettent de découvrir des chemins libres, permettant aux véhicules de rejoindre leurs objectifs. Les versions initiales de ces algorithmes ne prennent toutefois pas en compte les interactions entre les véhicules et doivent donc être complétées. Dans [GP02] par exemple, les trajectoires des véhicules sont déterminées en utilisant D^* , puis les vitesses des véhicules le long de ces trajectoires sont ensuite déterminées afin d'éviter les collisions.

Un second type d'approche, que nous qualifierons de réactive, consiste à déterminer uniquement la commande courante de chaque véhicule, d'après l'état connu du système (*i.e.* le véhicule courant, les autres véhicules et l'environnement). Les trajectoires effectivement suivies par les véhicules résultent des interactions entre les véhicules et avec l'environnement.

La commande de chaque véhicule peut être calculée de plusieurs manières. De nombreux travaux associent une fonction de potentiel à chaque véhicule, la commande des véhicules étant ensuite calculée suivant le principe de descente de gradient : [LF01], [TJP03a], [TJP03b], [Tan04], [Olf04], [SWC06].

Plusieurs études utilisent une ou plusieurs règles simples, permettant de déterminer la direction et la vitesse de chaque véhicule en fonction des paramètres des véhicules voisins : [Rey87], [Vic+95], [Rey99], [JLM02], [LBF04], [IT10].

D'autres pistes sont également explorées, telles que l'utilisation de forces gyroscopiques, consistant à faire tourner le vecteur vitesse des véhicules lorsqu'un danger est détecté : [CM03].

Comparées aux types d'approches régulées, les approches réactives présentent deux intérêts principaux : l'élaboration de la commande est très simple et peut être effectuée en temps réel sur des machines très peu puissantes ; de plus, la simplicité des interactions entre les véhicules permet d'envisager des flottes très importantes. Les approches réactives sont en revanche plus susceptibles de conduire les véhicules dans des impasses et des collisions car elles ne permettent pas de planifier les manœuvres des véhicules.

3.4 Élaboration centralisée ou distribuée de la commande

Une autre caractéristique des lois de guidage est la manière centralisée ou distribuée dont la commande est élaborée.

Dans le cas d'une commande centralisée, l'ensemble des informations (*i.e.* l'état des véhicules et de l'environnement) disponibles est utilisé par un organe de commande unique afin de calculer la commande de tous les véhicules. Cet organe de commande peut être embarqué à bord d'un véhicule, ou être décentralisé sur un poste de commande. Parmi les travaux étudiant l'approche centralisée se trouvent [Vid+02], [ODM03], [Dun04].

Les difficultés de cette approche résident principalement dans le nombre d'interactions entre véhicules qui augmente rapidement avec le nombre de véhicules. La commande d'une flotte importante de véhicules implique donc une charge de calcul importante. De plus, si un ou plusieurs véhicules ne reçoivent plus de consignes de l'organe de commande, parce que celui-ci est trop éloigné, endommagé

ou détruit, par exemple, ces véhicules risquent de s'arrêter, ou dans le pire des cas d'être détruits s'ils ne peuvent pas manœuvrer pour éviter une collision.

Dans le cas d'une commande distribuée, l'ordinateur de bord de chaque véhicule calcule la commande du véhicule en fonction des informations dont il dispose. Les informations disponibles peuvent être imparfaites (connues avec une itération de retard par exemple) et incomplètes (sur une partie des véhicules seulement par exemple). Cette approche possède l'avantage de partager la charge de calcul entre les différents véhicules, permettent de commander des flottes de véhicules importantes. De plus, même isolé des autres, un véhicule serait capable de réagir afin, soit de poursuivre la mission, soit de rentrer à la base. Ces avantages font que de nombreux travaux adoptent cette approche, parmi lesquels : [Rey87], [Rey99], [GP02], [Olf04], [SRB04], [Dun04], [Ren04].

Entre ces deux approches, certains auteurs étudient des lois de guidage partiellement distribuées. Dans [PH06] par exemple, plusieurs véhicules "leader" calculent leurs propres commandes de manière distribuée, et chacun dirige en plus une petite flotte de véhicules "esclave", qui ne disposent pas de la capacité de calculer leurs propres commandes. Dans [KMK12] également, les véhicules sont répartis en plusieurs sous-groupes, chaque sous groupe est dirigé de manière centralisée tandis que les différents sous-groupes régulent leur mouvements de manière distribuée.

3.5 Hiérarchisation des véhicules

Afin d'assurer leur coopération, les véhicules décident de leurs actions en tenant compte de celles des autres membres du groupe. Lors de cette prise de décision, l'importance de l'influence de chaque véhicule définit la hiérarchie entre les véhicules.

Dans beaucoup de travaux, les véhicules sont tous considérés égaux. Pour le permettre, les véhicules doivent être capables de se mettre d'accord sur les actions à entreprendre. L'avantage de cette approche est que la perte d'un véhicule n'impacte pas la hiérarchie des véhicules restants. Les travaux adoptant cette approche incluent [Rey87], [KZ93], [Vic+95], [Rey99], [PT00], [GP02], [CM03], [ODM03], [BM03], [TJP03b], [Tan04], [SRB04], [Dun04], [LBF04], [WYB07], [IT10].

Afin de simplifier les prises de décisions au sein du groupe de véhicules, il est possible d'en choisir un ou plusieurs pour diriger les autres. Dans [OL03], un véhicule leader prend explicitement en compte la présence des autres véhicule afin de calculer une trajectoire libre pour le groupe. [JLM02] et [Olf04] étudient le cas où un des véhicules est le leader du fait qu'il est le seul à ne pas tenir compte des autres véhicules. Dans [LF01] et [PH06], une classe de véhicules leader prend en charge le reste des véhicules, ces leaders connaissent la mission à effectuer et dirigent les autres.

Certaines études s'intéressent à des cas complexes où les interactions entre les véhicules sont définies par un graphe de communication : [TJP03a], [Ren04], [SWC06]. Dans ces étude, l'importance des véhicules dépend de leur place dans le graphe.

Certaines études enfin, comme [GM02] et [Vid+02], considèrent le cas intermédiaire où aucun véhicule ne dispose de plus de pouvoir de décision que les autres, mais où, en revanche, les véhicules ont des capacités différentes, certains sont plus efficaces pour l'observation, le transport, le combat, etc. Du fait de ces différences, les tâches sont confiées d'un commun accord au véhicule le plus apte.

3.6 Répartition des tâches

Dans beaucoup de travaux, le groupe de véhicules doit accomplir une seule tâche complexe telle que le vol en formation ou l'exploration.

Dans d'autres cas, la mission des véhicules est constituée de plusieurs tâches, qui peuvent être identiques (rejoindre un point de passage différent pour chaque véhicule) ou différentes (prendre un objet en photo, le transporter, abattre une cible, etc).

Lorsque la répartition des tâches n'est pas déterminée à l'avance ([GP02] ou [PH06] par exemple), celle-ci doit être effectuée au cours de la mission en fonction de critères connus. Dans [SRB04], chaque tâche est associée à un coût et chaque véhicule cherche à diminuer le plus possible la somme des coûts des différentes tâches de la mission. Dans [GM02], chaque fois qu'une tâche est découverte, celle-ci est mise aux enchères par le véhicule qui l'a découverte pour que le véhicule le plus apte ou le mieux placé s'en charge. Dans [Par99] enfin, les véhicules doivent se positionner au mieux afin d'observer le plus de cibles possibles.

3.7 Bilan des approches existantes

Parmi les approches existantes, nous pouvons distinguer deux grandes familles de méthodes de guidage coopératif.

D'un côté, celles dont les véhicules sont "intelligents", qui coopèrent explicitement avec les autres et régulent leur trajectoires. Dans ces méthodes, la commande est en général élaborée en plusieurs étapes. Par exemple, les tâches des véhicules sont réparties de manière coopérative, puis les véhicules se déplacent en ignorant les autres véhicules. Ou encore, une trajectoire de référence permettant d'éviter les obstacles est calculée puis la flotte de véhicules la suit de manière coopérative.

D'un autre côté, les méthodes utilisant des véhicules "basiques" soumis à des règles élémentaires, dont la coopération résulte implicitement de ces règles et dont les trajectoires sont engendrées par les interactions entre véhicules sans anticipation. La mise au point des règles de ces méthodes doit être effectuée en prenant garde à ce qu'elles n'interfèrent pas afin d'éviter les collisions et les blocages. Les limitations physiques des véhicules sont rarement prises en compte, et ces méthodes ne permettent pas d'anticiper les évitements de collisions ou les changements de trajectoires.

4 Objectifs et contenu de la thèse

La plupart des missions envisagées par les différents travaux (*par exemple* cartographie, exploration, inspection, transport) peuvent être scindées en d'une part, une étape de placement et d'attribution de points de passage en fonction du type de mission à accomplir, et d'autre part, la progression des véhicules vers ces points de passage.

Pour cette raison, dans cette thèse, nous nous intéressons aux missions de type guidage par point de passage. Les véhicules disposent donc d'une liste de points de passage qu'ils doivent atteindre dans l'ordre sans provoquer de collisions entre eux, ou avec des obstacles extérieurs. Ces points de passage ne matérialisent pas un chemin libre issu d'une méthode de planification de trajectoire préalable, mais des endroits à visiter qui eux peuvent être définis par l'opérateur ou par un algorithme spécifique. En particulier des obstacles peuvent se situer entre les points de passage.

Comme l'évitement de collision est assurée par la seconde étape, la procédure de placement et répartition des points de passage est fortement simplifiée puisque elle peut être faite sans tenir compte des risques de collisions.

Dans la première partie de cette thèse, nous recherchons une loi de guidage coopératif distribuée dans laquelle la coopération est obtenue de manière implicite et la commande des véhicules obtenue de manière réactive. Cela permet en effet de gérer des flottes de véhicules importantes, de manière simple et avec une faible charge de calcul.

Nous avons choisi de rechercher une loi de guidage utilisant la règle des plus proches voisins comme dans les travaux de [Rey87]. Contrairement aux approches utilisant des fonctions de potentiel, la règle des plus proches voisins permet de pousser les véhicules à imiter leurs voisins en plus de s'en approcher ou s'en éloigner. Cela permet de faciliter la convergence des véhicules tout en adoucissant leurs mouvements. Afin d'éviter les problèmes d'interférence entre les différentes règles, nous choisissons, au contraire de [Rey87] d'appliquer celles-ci individuellement à chaque véhicule voisin du véhicule courant et de juger séparément de la priorité de chaque voisin.

Dans le premier chapitre, nous proposons la loi de guidage permettant d'assurer le regroupement des véhicules ainsi que l'évitement des collisions. Dans le second chapitre, nous proposons le mécanisme des agents virtuels afin d'indiquer au groupe de véhicules les obstacles, les directions à suivre et les endroits où se rendre. La force de ce mécanisme est de ne pas avoir à modifier la structure de la loi de guidage décrite au chapitre 1.

Ces travaux ont été publiés et présentés lors du congrès mondial de l'IFAC en 2011 : [Roc+11].

Les principaux défauts de cette première loi de guidage sont, comme avec les autres méthodes implicites et réactives, d'une part, qu'elle ne permet pas d'anticiper facilement les évitements de collisions et les changements de direction, et d'autre part, qu'elle ne tient pas compte des limitations physiques des véhicules.

Dans la seconde partie de cette thèse, nous recherchons donc une loi de guidage coopératif distribuée dans laquelle la coopération est obtenue de manière explicite et les trajectoires des véhicules régulées afin de corriger les défauts identifiés de la première loi de guidage.

Nous avons choisi de rechercher une loi de guidage utilisant la commande prédictive, ou commande à horizon glissant. Cette stratégie permet en effet de tenir compte simplement de tous les aspects de la mission des véhicules grâce à l'utilisation d'un critère de coût représentant ces différents aspects. La commande prédictive permet de plus d'anticiper les mouvements des véhicules et de tenir compte de leurs limitation physiques.

Dans le chapitre 3, nous proposons la loi de guidage et étudions sa capacité à commander des véhicules de type avion en deux dimensions.

Dans le chapitre 4, nous proposons une extension de cette loi de guidage afin de remplir une mission de type exploration. Pour cela, nous modifions la loi de guidage initiale et proposons un mécanisme de répartition des points de passage matérialisant la région à explorer entre les véhicules.

Dans le chapitre 5 enfin, nous proposons une autre modification de la loi de guidage afin de l'adapter à la commande de véhicules de type hélicoptère quadrirotor en trois dimensions. Le type de mission considérée est de nouveau la navigation par point de passage.

Les travaux du chapitre 3 ont été publiés et présentés lors de l'EGNCA en 2012 : [Roc+12]. L'extension présentée au chapitre 5 a été acceptée sous condition pour une publication dans la revue CEP.

Première partie

Loi de guidage coopératif utilisant la règle des plus proches voisins

Cette partie a pour but l'élaboration d'une loi de guidage coopératif distribuée utilisant la règle des plus proches voisins.

À l'origine, cette règle est une méthode de classification, c'est-à-dire qu'elle est utilisée pour répartir des objets dans des classes en fonction de leurs propriétés. Elle consiste à déterminer la classe des objets d'après celle, connue, des objets voisins. Les objets devant être classés peuvent être de tout type : des images, des courriers électroniques, des meubles, etc. La classification considérée peut être constituée de catégories (*par exemple* carré, rond, triangle, etc), de valeurs entières (*par exemple* nombre d'occurrences d'un mot), de valeurs réelles (*par exemple* poids).

Afin de juger quels sont les objets voisins de l'objet à classifier, une distance entre ceux-ci doit être définie à partir de leurs caractéristiques connues. Cette distance peut être la distance euclidienne, de Mahalanobis ([Dev+96]) ou encore une distance définie spécifiquement pour l'occasion.

Les objets voisins utilisés afin d'établir la classification de nouveaux objets sont tirés d'un ensemble pré-existant, leur classification doit être définie à la main ou par une autre méthode.

Appliquée au guidage de véhicules, la règle des plus proches voisins consiste à déterminer la commande de chaque véhicule en fonction de l'état (*par exemple* la position, la vitesse, l'orientation, etc) des véhicules voisins. Le critère déterminant si deux véhicules sont voisins est alors souvent fondé sur la distance euclidienne les séparant.

Le premier auteur à considérer la règle des plus proches voisins afin de guider des véhicules semble être Reynolds dans [Rey87], [Rey99]. Son objectif est de simuler le comportement de déplacement en groupe d'animaux tels que certains oiseaux et poissons pour les besoins de l'animation par ordinateur. À cet effet, Reynolds propose que la commande des véhicules soit élaborée en suivant trois règles : séparation, alignement et cohésion. Ces règles servent respectivement à éviter les collisions, aligner les directions des véhicules entre eux et maintenir le groupe uni. Chaque règle prend en compte l'ensemble des véhicules de la flotte et produit une consigne d'accélération. Chaque véhicule doit donc arbitrer entre ces trois accélérations afin de déterminer sa commande.

Par la suite, d'autres auteurs ont étudié le comportement, notamment la convergence des directions de groupes importants de véhicules soumis à la règle des plus proches voisins : [Vic+95] [TT98] [JLM02] [Mor05]. Dans ces études, la commande de direction des véhicules est obtenue en faisant la moyenne des directions des véhicules voisins tandis que le module de vitesse des véhicules est constant. Ainsi, parmi les règles de Reynolds, seule celle d'alignement est considérée.

Dans [IT10], Inada obtient la commande de direction des véhicules en effectuant la moyenne des contributions des véhicules voisins. Ces contributions peuvent être l'éloignement, l'imitation ou le rapprochement du véhicule en fonction de la distance le séparant des autres véhicules. De cette manière, les trois règles de Reynolds sont utilisées, quoique de manière différente, et les véhicules se regroupent pour former une flotte en évitant les collisions.

La règle des plus proches voisins ne permet pas, seule, de guider la flotte de véhicules puisque chaque individu décide de sa commande en fonction des véhicules proches uniquement. Afin de diriger cette flotte, plusieurs pistes ont été explorées. Dans [Rey87], [Rey99], Reynolds utilise une consigne, transmise à tout ou partie des véhicules, s'ajoutant aux trois règles qu'il a définies. Cette consigne peut prendre la forme d'une direction à prendre ou d'un point à rejoindre. Jadbabaie quant à lui, dans [JLM02], envisage que l'un des véhicules ne suive pas la règle commune. Ainsi, la direction des autres véhicules converge vers la direction de ce leader.

Bien que n'étant pas à proprement parler une règle des plus proches voisins, nous souhaitons évoquer ici les travaux utilisant des fonctions de potentiel (*par exemple* [LF01] [TJP03a] [TJP03b] [Tan04] [SWC06] [OM03] [Olf04] [Olf06]).

Dans ces travaux, chaque véhicule est associé à une fonction de potentiel. Celle-ci est maximale à l'endroit du véhicule, décroît avec la distance jusqu'à la distance d'espacement entre véhicules

désirée, puis croit de nouveau. Chaque véhicule élabore ensuite sa commande afin de se diriger vers le minimum de la somme des fonctions de potentiel de tous ses voisins. Cette forme de loi de guidage reproduit les trois règles de Reynolds puisque la fonction de potentiel augmente lorsque les véhicules s'approchent ou s'éloignent trop les uns des autres et qu'afin de rester proches les uns des autres, les véhicules sont contraints de se déplacer dans la même direction et à la même vitesse.

Comme avec la règle des plus proches voisins, le guidage du groupe de véhicule peut être fait en utilisant un ou plusieurs véhicules leaders réels ou virtuels, se déplaçant avec le groupe : [LF01] [SWC06] ou figurant les obstacles : [Olf04] [Olf06]. L'utilisation de fonctions de potentiel offre une seconde possibilité puisque les obstacles ou le point à rejoindre peuvent être représentés grâce à ces fonctions : [TJP03b] [Tan04].

La loi de guidage que nous proposons, bien que développée indépendamment des travaux d'Inada, s'en rapproche toutefois. Les principaux apports de notre loi sont, premièrement de passer progressivement de la zone d'évitement à la zone d'imitation puis à la zone d'attraction (au lieu de définir une frontière nette entre les zones) afin d'adoucir les comportements des véhicules et d'éliminer les effets de seuil, et deuxièmement d'utiliser des agents virtuels afin de diriger la flotte de véhicules.

Dans le chapitre 1, nous développons une loi de guidage coopératif distribuée utilisant la règle des plus proches voisins. Celle-ci permet de regrouper puis de maintenir les véhicules groupés tout en évitant les collisions entre eux. Dans le chapitre 2, nous proposons un système d'agents virtuels, afin de diriger la flotte de véhicules obtenue, et d'éviter les collisions avec les obstacles extérieurs.

Chapitre 1

Utilisation de la règle des plus proches voisins pour créer et maintenir une flotte de véhicules autonomes de manière coopérative

Rappelons que le principe de fonctionnement de la règle des plus proches voisins est que la commande courante de chaque véhicule est élaborée en fonction de l'état des véhicules voisins. Ce principe entraîne que les actions de chaque véhicule influent sur les actions des autres. Ainsi, la règle des plus proches voisins conduit mécaniquement à la coopération des véhicules telle que nous l'avons définie en introduction.

Il est ainsi aisé de comprendre l'intérêt de la règle des plus proches voisins dans le cadre du guidage coopératif d'un groupe de véhicules. De plus, comme la commande de chaque véhicule dépend uniquement de l'état de ses voisins, la règle des plus proches voisins est, naturellement, une commande distribuée.

Dans ce chapitre, nous proposons une loi de guidage coopératif distribuée utilisant la règle des plus proches voisins. Cette loi est conçue afin que les différents véhicules de la flotte se regroupent, puis se déplacent tous ensemble, en restant groupés et sans produire de collision.

En premier lieu, nous décrivons le problème auquel nous nous proposons de répondre. Nous présenterons ensuite les principaux papiers ayant inspiré l'approche proposée, en évaluant les avantages et les limitations de chacun. Nous décrivons ensuite la loi de guidage que nous proposons en illustrant son mode de fonctionnement par des simulations.

1.1 Description du problème

Dans ce chapitre, nous cherchons à réaliser le guidage coopératif distribué d'une flotte constituée de N véhicules identiques. Les véhicules considérés sont des avions commandés en vitesse et se déplaçant dans un plan horizontal.

À chaque instant k , chaque véhicule i connaît son propre état $\mathbf{x}_i(k) = [\mathbf{p}_i(k)^t \quad \mathbf{v}_i(k)^t]^t$, constitué de sa position $\mathbf{p}_i(k) = [p_i^x(k) \quad p_i^y(k)]^t$ et de sa vitesse $\mathbf{v}_i(k) = [v_i^m(k) \quad v_i^\theta(k)]^t$, définie par son module $v_i^m(k)$ et sa direction $v_i^\theta(k)$, par rapport au repère inertiel \mathcal{F} commun à tous (voir figure 1.1). Chacun connaît également l'état des véhicules qu'il considère comme ses voisins. Ces informations sont supposées mesurées directement, ou transmises par chaque véhicule.

Les voisins du véhicule i peuvent être définis de plusieurs façons, par exemple :

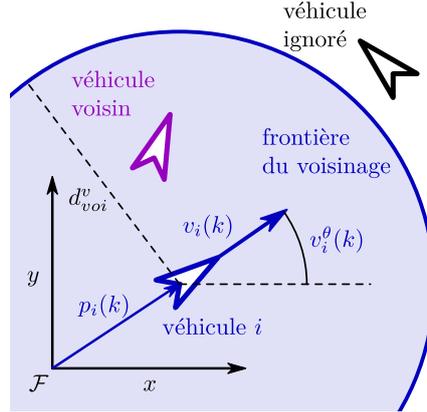


FIGURE 1.1 – État des véhicules et définition du voisinage

- ce sont les véhicules situés sur ou dans le cercle de rayon d_{voi}^v fini, centré sur i . D'après cette définition, le nombre de voisins d'un véhicule n'est pas limité et peut varier au cours de la mission. C'est l'approche employée notamment par [Vic+95].
- ce sont les n véhicules les plus proches de i . D'après cette définition, le nombre de voisins d'un véhicule est constant et ceux-ci peuvent être très éloignés.
- ce sont les n véhicules les plus proches de i à la condition qu'ils soient situés sur ou dans le cercle de rayon d_{voi}^v fini, centré sur i . Cette définition est une combinaison des deux précédentes, le nombre de voisins d'un véhicule est limité par n et la distance les séparant de i est au plus de d_{voi}^v . C'est l'approche employée notamment par [IT10].
- ce sont les véhicules que i est capable de détecter grâce à ses capteurs embarqués. Cette définition limite mécaniquement le nombre et la distance des voisins par les performances des capteurs utilisés. C'est l'approche employée notamment par [LBF04].

Les valeurs de n et d_{voi}^v influencent le comportement collectif de la flotte de véhicules. Elles peuvent tenir compte de la capacité de calcul de chaque véhicule, de la portée maximale des capteurs ou d'autres limitations des véhicules.

Dans un premier temps, nous utilisons la première de ces définitions (cercle de rayon d_{voi}^v , voir figure 1.1). Nous ferons évoluer la notion de voisinage par la suite afin de répondre à nos besoins (section 1.5.5). L'ensemble des indices des voisins du véhicule i à l'instant k est noté $\mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k)$ et le nombre de voisins est noté $n_i(k) = \text{Card}(\mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k))$.

La version la plus simple de la règle des plus proches voisins appliquée au guidage de véhicules autonomes consiste à définir, à chaque itération, la vitesse de chaque véhicule en combinant les vitesses des véhicules voisins. Afin d'utiliser cette version de la règle des plus proches voisins de manière simple, le modèle de véhicule utilisé est discret et consiste en un intégrateur simple.

L'évolution de l'état de chaque véhicule est donc définie par le modèle discret (1.1) et (1.2) dans lequel Δt représente la période d'échantillonnage. Entre deux instants d'échantillonnage, la vitesse $\mathbf{v}_i(k)$ de chaque véhicule est supposée constante.

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot v_i^m(k) \cdot \begin{bmatrix} \cos(v_i^\theta(k)) \\ \sin(v_i^\theta(k)) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{v}_i(k+1) = f(\mathbf{u}_i(k)) \quad (1.2)$$

Notre objectif est de construire une loi de commande en vitesse $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^m(k) \quad u_i^\theta(k)]^t$, définie par un module de vitesse $u_i^m(k)$ et une direction $u_i^\theta(k)$, permettant de guider les véhicules, de manière coopérative, afin qu'ils se regroupent et se déplacent en restant groupés et en évitant les collisions.

Nous considérons que les véhicules forment une flotte s'ils se déplacent dans la même direction, avec le même module de vitesse et qu'aucun véhicule, ou groupe de véhicules, n'est séparé du reste de la flotte par une distance plus grande qu'un seuil d_{per}^v . La distance entre deux véhicules doit être proche d'une valeur choisie d_{des}^v ($d_{\text{des}}^v < d_{\text{per}}^v$) lorsqu'aucun véhicule ne les sépare. Afin d'éviter les collisions, les véhicules doivent maintenir à tout instant une distance entre eux supérieure à d_{sec}^v ($d_{\text{sec}}^v < d_{\text{des}}^v$).

La coopération entre les véhicules est rendue indispensable à partir du moment où ils doivent se regrouper de façon durable. En effet, si les véhicules ne tenaient pas compte de l'état des autres véhicules, il ne serait pas possible qu'ils se regroupent.

Puisque nous utilisons la règle des plus proches voisins, les véhicules tiennent compte uniquement de l'état de leurs voisins, c'est à dire des véhicules situés à une distance inférieure à d_{voi}^v . Cela implique que $d_{\text{des}}^v < d_{\text{voi}}^v$ afin que les véhicules puissent tenir compte les uns des autres pour se placer.

1.2 Travaux ayant inspiré l'approche développée

Parmi les travaux cités dans l'introduction de ce chapitre, ceux de Reynolds, Vicsek et Jadbabaie ont particulièrement influencé l'approche que nous proposons. Nous allons maintenant les présenter succinctement.

1.2.1 La première approche : Travaux de Reynolds pour les films d'animation

Dans [Rey87] puis [Rey99], Reynolds propose un modèle d'interaction entre véhicules permettant de reproduire le mouvement en trois dimensions de groupes d'animaux tels que les oiseaux, les poissons, etc. Son objectif est que ces mouvements soient suffisamment réalistes pour sembler naturels au spectateur d'un film d'animation.

Son étude emploie la technique des systèmes de particules. Dans le domaine de l'animation par ordinateur, cette technique est utilisée lorsqu'un phénomène est trop complexe pour être simulé en utilisant un seul objet. Le phénomène est alors divisé en un ensemble de particules, modélisant chacune une partie élémentaire du phénomène complet ([Ree83]).

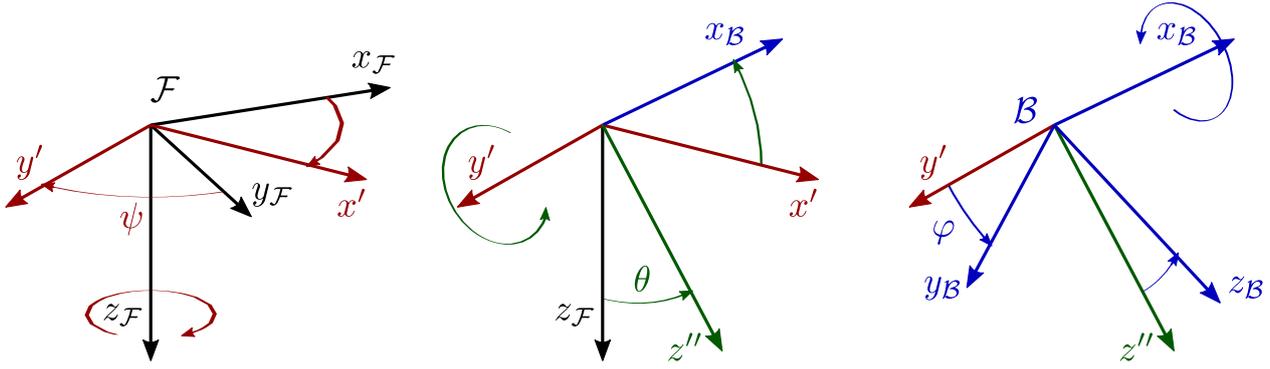
Dans les travaux de Reynolds, chaque véhicule est représenté par une particule en interaction avec les particules voisines. La commande en accélération appliquée à chaque particule dépend de ces interactions ainsi que d'une consigne globale permettant de contrôler la flotte de particules.

1.2.1.1 Modèle de véhicule

Le modèle de véhicule utilisé par Reynolds diffère du modèle présenté en 1.1 puisque d'une part, les véhicules se déplacent dans les trois dimensions de l'espace simulé, et d'autre part, la commande des véhicules consiste en un vecteur accélération.

Le modèle exact de véhicule n'est pas explicitement donné. Il est décrit de la façon suivante : le mouvement des véhicules consiste en des portions de lignes droites, intercalées de rotations afin d'aligner l'orientation du véhicule avec la direction de son déplacement. Ce modèle conserve la quantité de mouvement de chaque véhicule et inclut un frottement fluide afin que, même en conservant une commande en accélération constante, la vitesse des véhicules reste bornée. Enfin, par souci de réalisme, l'accélération est également bornée.

À partir de cette description, nous supposons que le modèle d'évolution utilisé est discret et donné par (1.3) et (1.4), où l'état $\mathbf{x}_i(k)$ du véhicule i à l'instant k est composé de sa position



(a) Angle de lacet ψ : rotation autour de $z_{\mathcal{F}}$ (b) Angle de tangage θ : rotation autour de y' (c) Angle de roulis φ : rotation autour de $x_{\mathcal{B}}$

FIGURE 1.2 – Définition de l'attitude d'un véhicule $\boldsymbol{\eta}(k) = [\psi(k) \ \theta(k) \ \varphi(k)]^t$, \mathcal{F} : repère inertiel de référence, \mathcal{B} : repère lié au véhicule

$\mathbf{p}_i(k) = [p_i^x(k) \ p_i^y(k) \ p_i^z(k)]^t$, de sa vitesse $\mathbf{v}_i(k) = [v_i^x(k) \ v_i^y(k) \ v_i^z(k)]^t$ et de son attitude¹ $\boldsymbol{\eta}_i(k) = [\psi_i(k) \ \theta_i(k) \ \varphi_i(k)]^t$ (voir figure 1.2) par rapport au repère inertiel commun à tous \mathcal{F} .

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot \mathbf{v}_i(k) \quad (1.3)$$

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \mathbf{v}_i(k) + \Delta t \cdot \mathbf{u}_i(k) - \Delta t \cdot \kappa \cdot \mathbf{v}_i(k) \quad (1.4)$$

La commande $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^x(k) \ u_i^y(k) \ u_i^z(k)]^t$ du véhicule est composée des accélérations du véhicule suivant les trois axes du repère inertiel commun \mathcal{F} , $\kappa \in \mathbb{R}^{+*}$ est le coefficient de frottement fluide, Δt représente la période d'échantillonnage.

L'attitude $\boldsymbol{\eta}_i(k)$ des véhicules n'est pas utilisée dans la dynamique de déplacement (1.3) et (1.4), mais calculée uniquement afin d'afficher les véhicules avec des orientations réalistes : (1.5) à (1.7) où g est l'accélération de la pesanteur.

$$\psi_i(k+1) = \arctan\left(\frac{v_i^y(k)}{v_i^x(k)}\right) \quad (1.5)$$

$$\theta_i(k+1) = \arctan\left(\frac{v_i^z(k)}{\sqrt{v_i^x(k)^2 + v_i^y(k)^2}}\right) \quad (1.6)$$

$$\varphi_i(k+1) = \arctan\left(\frac{\mathbf{v}_i(k) \wedge \mathbf{u}_i(k)}{\|\mathbf{v}_i(k)\| \cdot g}\right) \quad (1.7)$$

1.2.1.2 Stratégie de guidage

La loi de guidage développée par Reynolds se compose de plusieurs parties. Dans un premier temps, trois règles, définissant trois requêtes d'accélération, décrivent les interactions entre les véhicules. Chaque véhicule arbitre ensuite entre ces différentes requêtes afin de déterminer sa commande.

Dans un second temps, la flotte peut être contrôlée en fournissant à tout ou partie des véhicules un point de passage à atteindre ou une direction à suivre. Enfin, les collisions avec les obstacles externes sont évitées en déviant les véhicules en danger vers une zone libre.

1. L'attitude d'un objet est l'orientation du repère lié à l'objet par rapport au repère inertiel de référence. Elle peut être exprimée de plusieurs façons, notamment en utilisant les angles d'Euler comme nous l'avons fait.

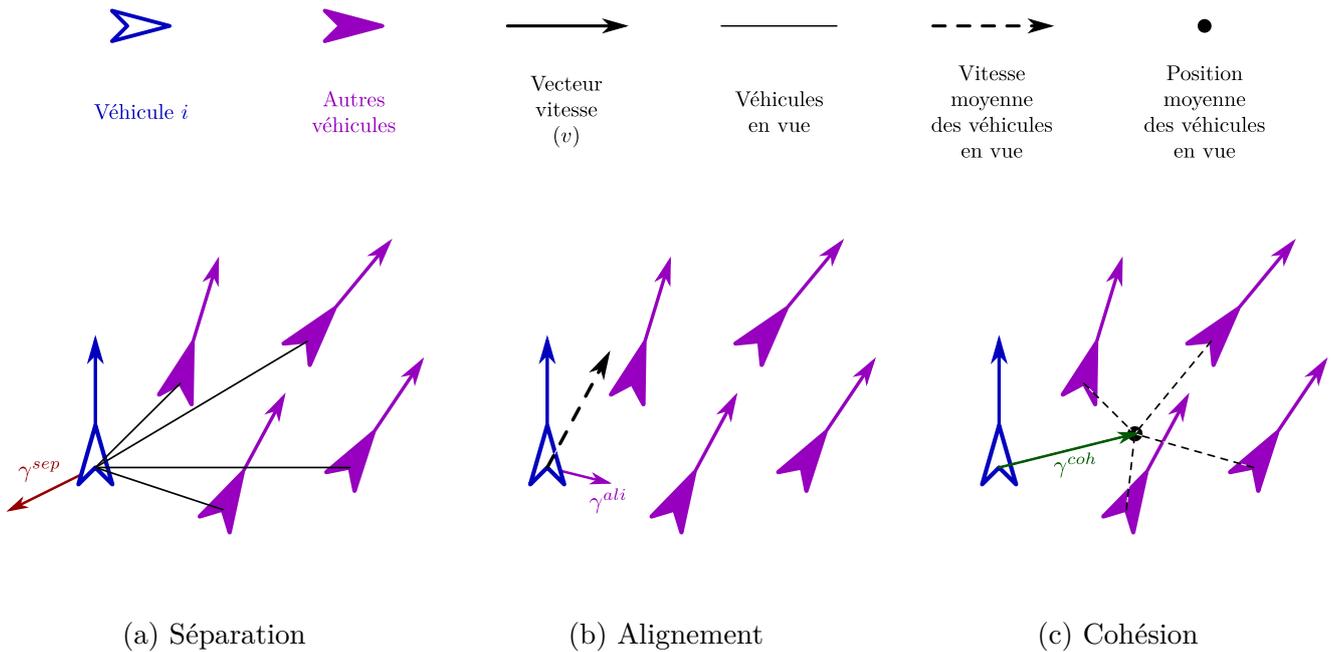


FIGURE 1.3 – Consigne d'accélération associée à chaque règle

Règles décrivant les interactions entre véhicules

D'après Reynolds, le comportement naturel des animaux au sein d'un groupe se compose de deux volontés opposées et équilibrées : celle de rester proche des autres membres du groupe, ainsi que celle d'éviter les collisions.

Reynolds exprime ces deux objectifs sous la forme de trois règles, listées ici par ordre de priorité décroissante.

1. Séparation : éviter les collisions avec les membres proches du groupe ;
2. Alignement : tenter d'égaliser le vecteur vitesse des membres proches du groupe ;
3. Cohésion : tenter de rester près des membres proches du groupe.

Les objets des règles 1 et 3 correspondent clairement aux deux volontés évoquées précédemment, tandis que la règle 2 joue un rôle dans chacune des deux. En effet, en poussant les véhicules à avancer dans la même direction et à la même vitesse, c'est à dire avec des trajectoires parallèles, elle permet à la fois d'éviter les collisions entre véhicules et de maintenir la flotte groupée.

Chacune de ces règles permet de calculer (de manière non précisée par Reynolds) une requête d'accélération indiquant quoi faire pour obéir à cette seule règle en ignorant les autres. Ces requêtes sont notées respectivement γ^{sep} , γ^{ali} , γ^{coh} pour la séparation, l'alignement et la cohésion. Ce processus est illustré par la figure 1.3.

Concilier les requêtes

Pour prendre en compte les différentes requêtes d'accélération, qui peuvent être contradictoires, Reynolds évoque plusieurs solutions.

La plus simple consiste à effectuer une moyenne pondérée des requêtes (1.8) pour produire la commande \mathbf{u}_i :

$$\mathbf{u}_i = w_{sep} \cdot \gamma_i^{sep} + w_{ali} \cdot \gamma_i^{ali} + w_{coh} \cdot \gamma_i^{coh} \quad (1.8)$$

où les coefficients de pondération w_{sep} , w_{ali} et w_{coh} sont définis par l'importance relative entre les

requêtes. Par exemple, il est plus important d'éviter les collisions que d'imiter les véhicules voisins. Les valeurs qu'utilise Reynolds ne sont pas connues.

Une seconde solution est de confier l'arbitrage entre les règles à un superviseur pouvant tenir compte des circonstances, des précédentes ou futures actions des véhicules. Ce superviseur peut également comporter une part d'aléatoire.

La dernière solution envisagée est de limiter l'accélération totale autorisée de chaque véhicule. Ce quota d'accélération est utilisé par les différentes requêtes en fonction de leur priorité. De cette manière, si les requêtes prioritaires sont de grande amplitude, les requêtes de priorités inférieures ne seront pas considérées. A contrario, si les requêtes prioritaires sont de faible amplitude car les règles correspondantes sont déjà respectées, les requêtes moins prioritaires seront exécutées.

Remarque

Dans ses premiers travaux [Rey87], Reynolds explique que l'utilisation d'une moyenne pondérée peut conduire à des situations où les différentes requêtes se compensent largement. Cela peut alors empêcher le véhicule de réagir face à un danger, ou produire une commande inopportune mettant le véhicule en danger, alors les requêtes, prises une-à-une ne posaient pas de problème. Il justifie ainsi l'utilisation d'un quota d'accélération.

Toutefois, nous ne sommes pas parvenus à illustrer ces phénomènes de manière satisfaisante. De plus, dans un article plus récent [Rey99], Reynolds indique qu'en fin de compte, la solution d'utiliser une moyenne pondérée s'avère suffisamment performante. ■

Contrôle du groupe

Les règles posées en section 1.2.1.2 permettent de simuler le comportement d'animaux au sein d'un groupe. Elles ne prévoient en revanche aucun mécanisme permettant de contrôler ce groupe. Reynolds prévoit deux possibilités pour ce faire : définir une position à rejoindre ou bien une direction à suivre. L'information peut être transmise de manière simultanée ou progressive aux véhicules, afin de simuler une perception progressive de l'information par les différents individus de la flotte.

La manière dont cette information supplémentaire est intégrée au processus de navigation des véhicules n'est pas explicitée par l'auteur. Plusieurs manières de faire peuvent être imaginées, telle qu'ajouter une quatrième règle à la liste donnée en 1.2.1.2 (dans l'ordre : séparation, alignement, cohésion, **contrôle**). Une autre façon pourrait être d'ajouter à la commande résultante u_i une commande supplémentaire pour contrôler la flotte.

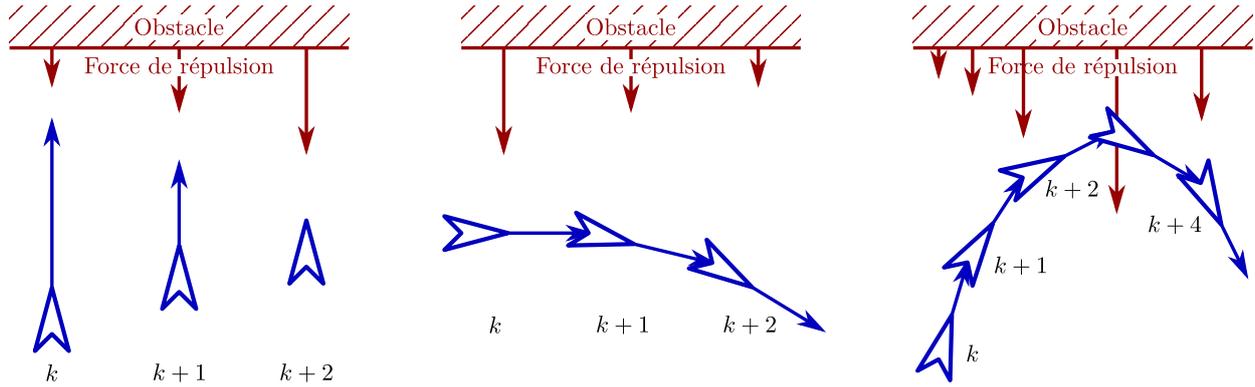
Obstacles externes

Les règles posées en section 1.2.1.2 assurent l'évitement de collision au sein du groupe de véhicules, sans tenir compte des obstacles extérieurs. Reynolds propose deux méthodes d'évitement de ceux-ci. La première utilise des fonctions de potentiel et la seconde consiste à dévier les véhicules en cas de danger.

La méthode des fonctions de potentiel consiste à associer à chaque obstacle une fonction dépendant de la distance à celui-ci, définissant la force de répulsion qu'il exerce sur les véhicules. La manière de prendre en compte cette répulsion dans la commande des véhicules n'est pas précisée dans l'étude. Reynolds identifie plusieurs faiblesses de cette approche, illustrées par la figure 1.4.

La première faiblesse (1.4a) apparaît lorsqu'un véhicule se dirige droit sur un obstacle. Dans ce cas le véhicule ralentit mais n'est pas dévié. La seconde faiblesse (1.4b) apparaît lorsqu'un véhicule cherche à longer un mur de près. Alors que ce mur ne représente pas un danger, le véhicule sera néanmoins repoussé, déviant ainsi inutilement de sa course.

D'une manière générale (1.4c) la méthode des fonctions de potentiel ne permet pas d'anticiper les manœuvres et produit des déviations importantes au dernier moment. Ceci est dû au fait que la



(a) ralentissement sans changer de direction (b) impossible de longer un mur de près (c) réaction au dernier moment de près

FIGURE 1.4 – Inconvénients d'utiliser une fonction de potentiel pour éviter les obstacles

valeur de la fonction de potentiel est importante lorsque le véhicule est proche de l'obstacle, mais faible lorsqu'il est plus loin.

La seconde méthode d'évitement de collision proposée par Reynolds, nommée "steer to avoid", consiste à détecter la présence d'obstacle dans la direction actuellement suivie par le véhicule sur un horizon de surveillance fixé H_s . Dans le cas où un obstacle est détecté, une requête d'accélération γ_i^{dev} est calculée qui pousse le véhicule dans une direction libre comme illustré figure 1.5.

Bien que la manière dont cette procédure est intégrée au processus de navigation des véhicules ne soit pas détaillée par Reynolds, deux stratégies peuvent être envisagées. La première consiste à ajouter une règle de priorité maximale à la liste donnée en 1.2.1.2 (**évitement des objets externes**, séparation, alignement, cohésion). La seconde consiste à appeler la procédure d'évitement d'obstacles externes après le calcul de la commande \mathbf{u}_i et à la modifier pour dévier le véhicule vers une direction libre.

1.2.1.3 Analyse de l'approche de Reynolds

Introduite dans l'objectif de simuler le comportement des groupes d'animaux, la loi de guidage distribuée développée par Reynolds présente plusieurs intérêts.

Premièrement, comme la prise en compte des véhicules voisins suffit au succès de la stratégie de commande, il est envisageable de l'utiliser sur des flottes de grande taille. En effet, chaque véhicule n'aura à prendre en compte que les véhicules de son voisinage et non toute la flotte, évitant ainsi que la quantité de calcul n'augmente de manière proportionnelle au nombre de véhicules.

Deuxièmement, la coopération est assurée lors du calcul de la commande en prenant en compte les autres véhicules. Il n'est donc pas nécessaire de prévoir une procédure supplémentaire assurant cette tâche.

Cependant, la procédure de calcul de la commande présente un problème. Celui-ci réside dans la méthode d'arbitrage entre les différentes requêtes d'accélération. Tout d'abord, cette méthode nécessite de choisir le quota d'accélération avec soin : s'il est trop faible, les requêtes de priorité inférieure seront rarement satisfaites tandis que s'il est trop important, il y aura conflit entre les requêtes.

De plus, même en choisissant ce quota soigneusement, il est difficile de différencier une requête d'évitement urgente, mais de faible amplitude, d'une requête d'attraction de forte amplitude.

Enfin, Reynolds ne recherche pas les conditions permettant au groupe de véhicules de converger

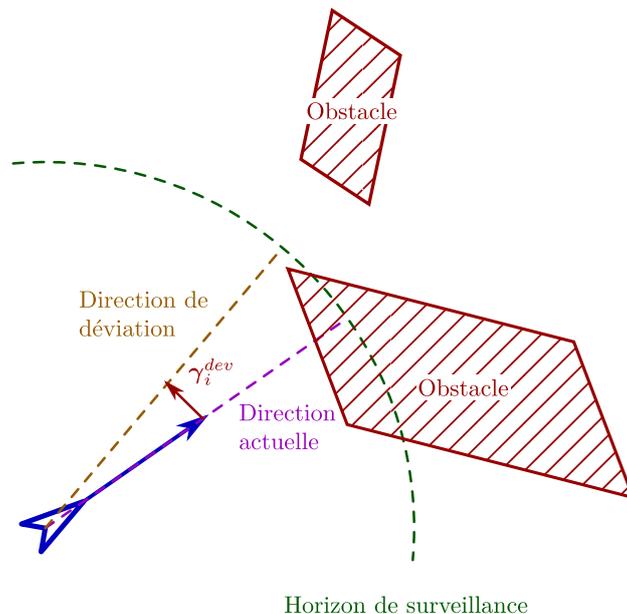


FIGURE 1.5 – Illustration de l'évitement "steer-to-avoid"

pour produire une flotte. Ce point est notamment abordé dans les travaux, présentés ci-après, de Vicsek ainsi que ceux de Jadbabaie portant sur des groupes de véhicules soumis eux aussi à une loi de guidage de type règle des plus proches voisins.

1.2.2 Approche de Vicsek : étude de l'apparition spontanée de mouvement collectif

Dans [Vic+95], Vicsek étudie, en deux dimensions, la convergence des directions des véhicules soumis à un modèle d'interaction du type règle des plus proches voisins. Son objectif est d'étudier l'apparition spontanée de mouvement ordonné au sein de systèmes de type colonie de bactéries.

Les véhicules employés se déplacent à vitesse constante dans un plan. La direction du vecteur vitesse de chaque véhicule est déterminée en calculant la moyenne des directions des véhicules voisins additionnée d'un bruit uniforme. Ce modèle peut être vu comme un cas particulier de celui que décrit Reynolds où seule la règle d'alignement est appliquée et où est ajouté du bruit.

Vicsek s'intéresse, de manière empirique, aux conditions permettant à la direction des véhicules de converger vers une valeur commune. Il observe que la probabilité que les directions des véhicules convergent augmente lorsque la densité de véhicules dans le plan augmente et que l'amplitude du bruit diminue.

1.2.2.1 Modèle des véhicules

Le modèle de véhicule utilisé par Vicsek est un intégrateur simple à temps discret tel que celui présenté en 1.1 et rappelé par (1.9) et (1.10). L'état $\mathbf{x}_i(k)$ de chaque véhicule i à l'instant k est

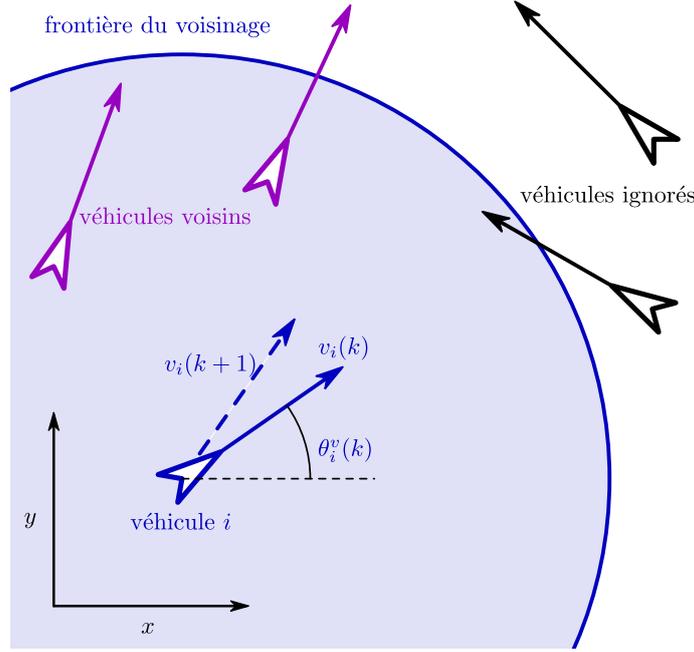


FIGURE 1.6 – Illustration du modèle d'interaction décrit par Vicsek

composé de sa position $\mathbf{p}_i(k) = [p_i^x(k) \ p_i^y(k)]^t$ et de la direction de sa vitesse $v_i^\theta(k)$ dans le plan.

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot v_n \cdot \begin{bmatrix} \cos(v_i^\theta(k)) \\ \sin(v_i^\theta(k)) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

$$v_i^\theta(k+1) = u_i^\theta(k) \quad (1.10)$$

La commande $u_i^\theta(k)$ du véhicule consiste en une direction, par rapport aux axes du repère inertiel commun à tous les véhicules \mathcal{F} . Le module de vitesse des véhicules est constant durant toute la mission, sa valeur est v_n , Δt représente la période d'échantillonnage.

1.2.2.2 Stratégie de guidage

Le calcul de la commande de chaque véhicule est effectué d'après une seule règle simple : à chaque pas de temps, chaque véhicule prend la direction définie par la moyenne des directions de déplacement des véhicules de son voisinage, plus une perturbation aléatoire $b(k)$: (1.11)². Le voisinage d'un véhicule i est défini comme un disque de rayon d_{voi}^v centré sur le véhicule. Cette définition est illustrée figure 1.6. La perturbation $b(k)$ est un nombre aléatoire tiré à chaque instant selon une loi de probabilité uniforme dans l'intervalle $[-\eta_b/2 \ \eta_b/2]$. Rappelons que $\mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k)$ représente l'ensemble des indices des véhicules voisins du véhicule i à l'instant k .

$$u_i^\theta(k) = \arctan \left(\frac{\sin(v_i^\theta(k)) + \sum_{j \in \mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k)} \sin(v_j^\theta(k))}{\cos(v_i^\theta(k)) + \sum_{j \in \mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k)} \cos(v_j^\theta(k))} \right) + b(k) \quad (1.11)$$

2. L'implantation de cette formule est faite en utilisant la fonction atan2

1.2.2.3 Étude des conditions de convergence

Vicsek étudie l'influence de la densité ρ de véhicules dans le plan, ainsi que de la plage de variation du bruit η_b sur la convergence ou non des directions de déplacement des véhicules vers une valeur commune. Cette étude est effectuée à partir de résultats de simulations mettant en scène un nombre de véhicules important N , évoluant au sein d'une cellule carrée de taille L . Vicsek met en place des conditions périodiques aux limites. Cela signifie que lorsque le déplacement d'un véhicule le fait sortir de la cellule, il y rentre par la frontière opposée en conservant le même mouvement. Ceci permet de simuler un milieu infini en utilisant un nombre fini de véhicules et une cellule de taille finie.

Le rayon de voisinage d_{voi}^v est utilisé comme unité de longueur et la durée d'une itération comme unité de temps afin de définir la vitesse des véhicules. Les observations effectuées par Vicsek ne sont valables que pour une plage de vitesse spécifique au delà de laquelle le système ne représente plus le type de phénomène étudié (*i.e.* colonie de bactérie, volée d'oiseaux).

Les observations de Vicsek sont illustrées figures 1.7a à 1.7d. À l'instant initial, les véhicules sont placés dans la cellule de manière aléatoire (position et direction), puis soumis uniquement à la règle des plus proches voisins. En fonction de la plage de variation η_b de la perturbation et de la densité de particules $\rho = N/L^2$, plusieurs comportements peuvent apparaître :

Figure 1.7b Lorsque le bruit et la densité de particules sont faibles, les véhicules forment de petits groupes. Au sein d'un groupe, les directions des véhicules sont très proches. Les différents groupes suivent des directions aléatoires.

Figure 1.7c Lorsque le bruit et la densité de particules sont plus élevés, les véhicules se déplacent de manière aléatoire en privilégiant une direction.

Figure 1.7d Le cas le plus intéressant est celui où le bruit est faible et la densité importante. Dans ce cas, la direction de l'ensemble des véhicules converge vers une valeur aléatoire commune.

1.2.2.4 Analyse de l'approche de Vicsek

La présence de conditions périodiques aux limites dans les simulations a une grande importance dans les comportements observés. En effet, des véhicules qui auraient été perdus ont de nouvelles chances de rejoindre les autres après être réapparus de l'autre côté de la cellule. Ces conditions périodiques aux limites ne sont en revanche pas réalistes dans le cadre de la commande d'une flotte de véhicules.

Contrairement aux travaux de Reynolds, l'évitement de collision, le regroupement et la transmission de consignes au groupe ne sont pas envisagés. Vicsek observe que lorsque la densité de véhicules est importante, la direction de ceux-ci converge vers une valeur commune. Cette étude reste empirique et la convergence, si elle est observée dans les simulations, n'est pas démontrée.

1.2.3 Approche de Jadbabaie : étude théorique de la convergence des directions des véhicules

Dans [JLM02], Jadbabaie effectue une étude théorique d'un modèle d'interaction proche de celui que décrit Vicsek mais en l'absence de bruit, ainsi que de plusieurs modèles d'interaction dérivés. Il fournit la preuve que les directions des véhicules soumis à ces modèles d'interaction convergent sous une condition. Cette condition, pouvant être résumée en "interagir suffisamment souvent", est en accord avec les observations de Vicsek concernant la forte densité de particules requise. En effet, une densité importante entraîne naturellement davantage de véhicules dans la zone de voisinage et davantage d'interactions entre les véhicules.

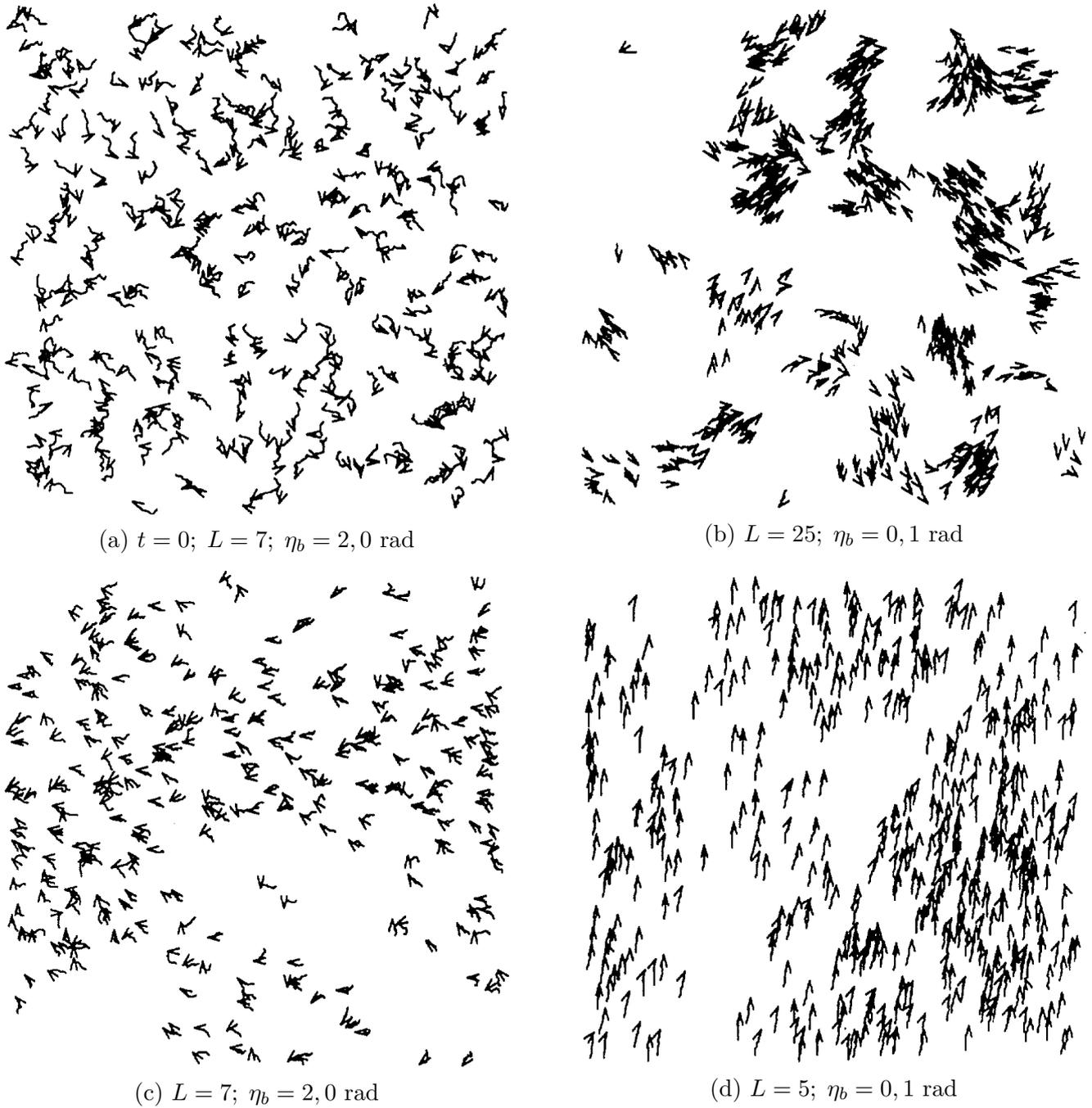
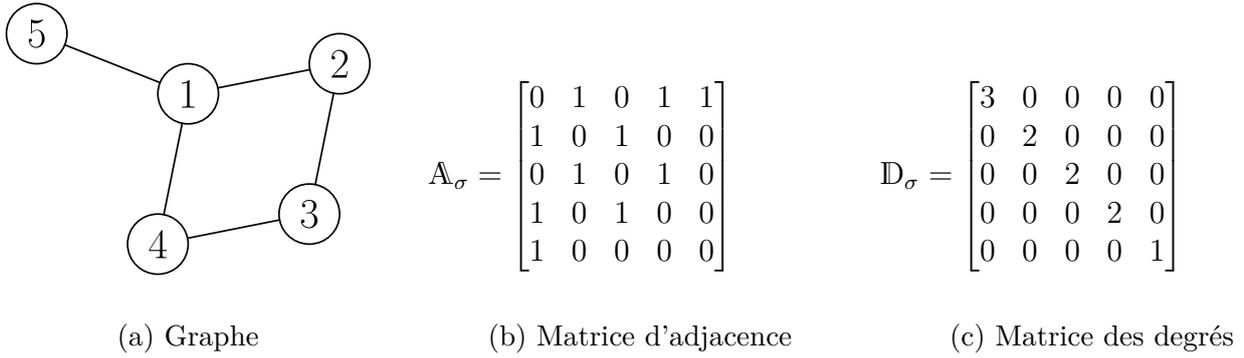


FIGURE 1.7 – Exemple de simulations produites par Vicsek, figures tirées de [Vic+95] ($N = 300$, $v_n = 0,03$, $d_{\text{voi}}^v = 1$ (unité de longueur), $\Delta t = 1$ (unité de temps))


 FIGURE 1.8 – Exemple de graphe de voisinage pour un groupe de $N = 5$ véhicules

1.2.3.1 Modèle des véhicules

Le modèle de véhicule considéré par Jadbabaie est identique à celui qu'emploie Vicsek (1.9) et (1.10).

1.2.3.2 Stratégie de guidage

La règle de calcul de la commande qu'emploie Jadbabaie est similaire à celle utilisée par Vicsek. Cependant, la commande effectivement calculée est un peu différente. Alors que Vicsek calcule la moyenne des directions des mouvements des véhicules par la fonction arc-tangente, comme indiqué par l'équation (1.11), Jadbabaie effectue une simple moyenne arithmétique des angles des directions des déplacements des véhicules (1.12). Les différences entre les deux modes de calcul seront abordées en section 1.3. Rappelons que $\mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k)$ et $n_i(k)$ désignent respectivement l'ensemble des indices et le nombre des véhicules voisins du véhicule i à l'instant k .

$$u_i^\theta(k) = \frac{1}{1 + n_i(k)} \cdot \left(v_i^\theta(k) + \sum_{j \in n_i(k)} v_j^\theta(k) \right) \quad (1.12)$$

Afin d'étudier la convergence des directions des véhicules, Jadbabaie cherche à connaître la forme explicite de cette loi de guidage. Celle-ci est délicate à obtenir à cause de l'incertitude sur les liens de voisinage entre véhicules : nous ignorons qui est voisin de qui et donc quel véhicule influe sur quel véhicule.

Pour décrire ces relations de voisinage simplement, Jadbabaie utilise des graphes non orientés où chaque sommet correspond à un véhicule. Un lien de voisinage entre deux véhicules est représenté par une arête reliant les sommets correspondants. La figure 1.8a illustre ce que peut être le graphe de voisinage de $N = 5$ véhicules. L'ensemble des graphes à N sommets est noté \mathcal{P} .

Comme les véhicules se déplacent les uns par rapport aux autres au cours du temps, le graphe décrivant les relations de voisinage évolue. L'application $\sigma : \{0, 1, 2, \dots\} \rightarrow \mathcal{P}$ associe à chaque instant k le graphe $\sigma(k)$ décrivant les relations de voisinage entre les véhicules à l'instant k .

L'écriture de la forme explicite de la loi de guidage nécessite l'utilisation de la matrice d'adjacence $\mathbb{A}_\sigma(k)$ du graphe $\sigma(k)$ ainsi que de la matrice des degrés $\mathbb{D}_\sigma(k)$. Ces notions sont définies en annexe A. Puisque le graphe décrivant les relations de voisinage $\sigma(k)$ est susceptible de changer à chaque instant k , notons que les matrices $\mathbb{A}_\sigma(k)$ et $\mathbb{D}_\sigma(k)$ dépendent de k . A titre d'exemple, les valeurs de ces matrices pour le graphe présenté figure 1.8a sont données figures 1.8b et 1.8c.

En posant (1.13), l'équation (1.12) peut alors être écrite sous sa forme explicite pour l'ensemble

des véhicules (1.14) :

$$\mathbb{F}_{\sigma(k)} = \left(\mathbb{I}_N + \mathbb{D}_{\sigma(k)} \right)^{-1} \cdot \left(\mathbb{I}_N + \mathbb{A}_{\sigma(k)} \right) \quad (1.13)$$

$$u^\theta(k) = \mathbb{F}_{\sigma(k)} \cdot v^\theta(k) \quad (1.14)$$

où \mathbb{I}_N désigne la matrice identité de dimension $N \times N$, $u^\theta(k) = [u_1^\theta(k) \ \dots \ u_N^\theta(k)]^t$ est le vecteur des commandes de chaque véhicule et $v^\theta(k) = [v_1^\theta(k) \ \dots \ v_N^\theta(k)]^t$ le vecteur des directions de déplacement de chaque véhicule.

1.2.3.3 Convergence des directions des véhicules

Grâce à la forme explicite de $u^\theta(k)$, Jadbabaie démontre que la direction des véhicules converge vers une valeur commune si les véhicules interagissent "suffisamment souvent". Cette démonstration utilise plusieurs propriétés de la matrice $\mathbb{F}_{\sigma(k)}$, qui découlent de sa définition (1.13).

Propriétés de $\mathbb{F}_{\sigma(k)}$ Par construction, la matrice $\mathbb{F}_{\sigma(k)}$ possède les propriétés suivantes :

- $\mathbb{F}_{\sigma(k)}$ est une matrice stochastique (cf Annexe B).
- Tous les éléments de la diagonale de $\mathbb{F}_{\sigma(k)}$ sont strictement positifs.
- Lorsque $\sigma(k)$ est connexe (cf. Annexe A), $\mathbb{F}_{\sigma(k)}$ est une matrice primitive, donc ergodique (cf. Annexe B).

Le théorème démontré par Jadbabaie est le suivant. Notons que \mathcal{Q} désigne le sous-ensemble de \mathcal{P} constitué des graphes connexes.

Théorème. Soit $v^\theta(0)$ le vecteur des directions initiales des déplacements des véhicules, et soit $\sigma : \{0, 1, 2, \dots\} \rightarrow \mathcal{P}$, un signal de commutation pour lequel il existe un entier positif K suffisamment grand pour que $\sigma(k) \in \mathcal{Q}$ pour au moins un instant k dans chaque intervalle de temps de longueur K .

$$\text{Alors } \lim_{k \rightarrow \infty} v^\theta(k) = v_{ss}^\theta \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ avec } v_{ss}^\theta, \text{ un nombre dépendant uniquement de } v^\theta(0) \text{ et } \sigma.$$

Démonstration. Les étapes principales de la démonstration que donne Jadbabaie sont les suivantes :

1. remarquer que $v^\theta(k) = \mathbb{F}_{\sigma(k-1)} \dots \mathbb{F}_{\sigma(1)} \cdot \mathbb{F}_{\sigma(0)} \cdot v^\theta(0)$;
2. grâce aux propriétés de $\mathbb{F}_{\sigma(k)}$, démontrer que $\lim_{k \rightarrow +\infty} \mathbb{F}_{\sigma(k-1)} \dots \mathbb{F}_{\sigma(1)} \cdot \mathbb{F}_{\sigma(0)} = [1 \ \dots \ 1]^t \cdot \mathbf{c}$ avec \mathbf{c} un vecteur ligne, à la condition que $\exists K \in \mathbb{N}^+$ tel que $\sigma(k)$ soit connecté au moins une fois par intervalle de temps de taille K ;
3. conclure que $\lim_{k \rightarrow +\infty} v^\theta(k) = [1 \ \dots \ 1]^t \cdot \mathbf{c} \cdot v^\theta(0)$ sous la même condition.

Ce théorème montre que la direction de chaque véhicule converge vers une valeur commune à la condition que le graphe décrivant les relations de voisinage des véhicules soit connexe au moins une fois par intervalle de temps de longueur K .

1.2.3.4 Introduction d'un véhicule leader

Si, au lieu de suivre la loi de guidage (1.14), un des véhicules de la flotte suit une direction fixe quelles que soient ses relations de voisinage, ce véhicule devient alors le leader de la flotte. Jadbabaie démontre, sous la même hypothèse exposée section 1.2.3.3, que les directions des véhicules de la flotte convergent alors vers la direction du leader.

1.2.3.5 Analyse de l'approche de Jadbabaie

La condition de la convergence des directions des véhicules "interagir suffisamment souvent" (*i.e.* il existe un K tel que le graphe de voisinage des véhicules est connecté au moins une fois dans chaque intervalle de temps K) est en accord avec les observations de Vicsek. En effet, les véhicules sont plus susceptibles d'interagir si la densité de véhicules dans le plan est importante.

Cette condition est toutefois difficile à utiliser dans un cas pratique pour prédire si les véhicules convergeront ou non. Notons de nouveau que les conditions périodiques aux limites permettent d'augmenter les probabilités que deux véhicules interagissent en ramenant dans la cellule les véhicules qui en sortent.

Comme Vicsek, Jadbabaie n'étudie pas l'évitement de collision ou la cohésion des véhicules. De plus, la même importance est donnée à tous les véhicules situés dans le voisinage.

1.3 Choix du mode de calcul de la moyenne entre plusieurs angles

Les lois de guidage utilisées dans les travaux de Vicsek et Jadbabaie sont construites sur le même principe mais la manière de définir ce qu'est la moyenne de plusieurs angles diffère.

Dans les travaux de Vicsek, celle-ci est calculée en utilisant une fonction arc-tangente (1.11)³. Ceci équivaut à définir la moyenne de plusieurs angles comme l'argument du vecteur égal à la somme vectorielle des vecteurs directeurs des vitesses des véhicules. Par abus de langage, cette manière de calculer la moyenne sera nommée "moyenne vectorielle" dans la suite de ce manuscrit.

Dans les travaux de Jadbabaie, la moyenne utilisée est une moyenne arithmétique classique (1.12).

Comme le type de moyenne utilisé influence le comportement de la flotte, nous allons étudier les limitations de chaque approche afin de choisir celle qui sera retenue dans notre étude.

1.3.1 Limites de la moyenne vectorielle

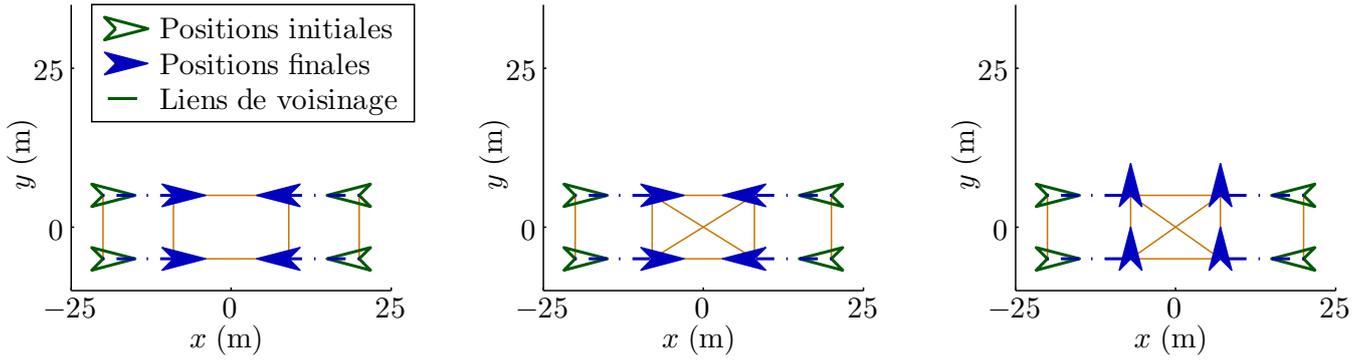
Un problème identifié de cette approche survient lorsque la somme vectorielle des vecteurs directeurs des vitesses des véhicules est nulle. Dans ce cas, le numérateur et le dénominateur de (1.11) sont simultanément nuls, le rapport des deux n'est alors pas défini et il n'est pas possible d'en calculer l'arc-tangente.

Les figures 1.10 et 1.9 présentent de tels cas de figure. La direction effectivement prise par les véhicules sur les figures 1.10c et 1.9c est due aux approximations numériques effectuées lors des simulations.

Ce cas se produit rarement et est simple à détecter le cas échéant. Cependant, définir la valeur que devrait prendre la moyenne vectorielle en pareil cas n'est pas évident.

Pour le faire, nous avons cherché à détecter si le cas se produisait lors des simulations effectuées. L'idée était que, confronté à un cas concret, il serait possible de déterminer une valeur adéquate. Cependant, excepté lorsqu'il était provoqué, le cas de figure qui pose problème ici ne s'est jamais produit, et aucune valeur adéquate n'a été déterminée. En conséquence, la valeur de la moyenne sera arbitrairement fixée à 0 si ce cas devait se produire.

3. Afin d'effectuer une analyse comparative pertinente, le bruit présent dans cette expression sera choisi nul.

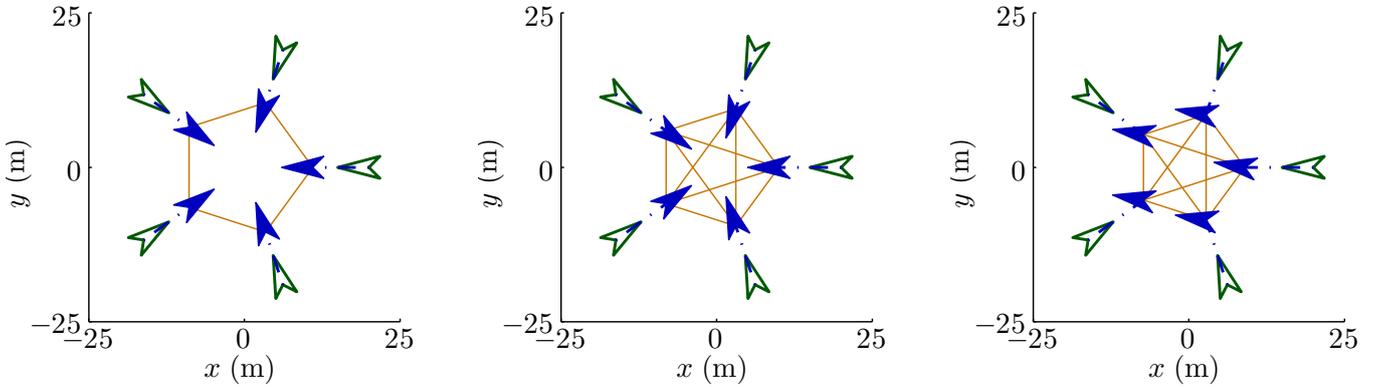


(a) $k = 12$, chaque véhicule ne voit que deux voisins

(b) $k = 13$, les véhicules ont avancé, ils sont tous voisins

(c) $k = 14$, tous les véhicules choisissent la même direction

FIGURE 1.9 – Situation où la somme vectorielle des vecteurs vitesse des véhicules devient nulle ($\Delta t = 0,5$ s ; $v_n = 2$ m. s⁻¹ ; $d_{\text{voi}}^v = 20$ m)



(a) $k = 10$, chaque véhicule ne voit que deux voisins

(b) $k = 11$, les véhicules ont avancé, ils sont tous voisins

(c) $k = 12$, tous les véhicules choisissent la même direction

FIGURE 1.10 – Situation où la somme vectorielle des vecteurs vitesse des véhicules devient nulle ($\Delta t = 0,5$ s ; $v_n = 2$ m. s⁻¹ ; $d_{\text{voi}}^v = 20$ m)

1.3.2 Limites de la moyenne arithmétique

Une faiblesse importante de cette approche est qu'elle ne prend pas en compte le fait que les angles sont définis modulo 2π . Par exemple, considérons les angles θ et $\theta + 2\pi$. Géométriquement, ils représentent le même angle mais conduiront à deux moyennes différentes.

Cette particularité peut être prise en compte en limitant arbitrairement l'espace de définition des angles, entre $[-\pi, \pi]$ ou $[0, 2\pi]$ par exemple. Mais on s'aperçoit alors d'un second problème : la moyenne d'angles géométriquement proches mais dont les valeurs numériques sont très différentes (si la différence entre les deux valeurs est supérieure à π) n'est pas naturelle.

1.3.3 Exemples numériques

Les exemples suivants permettent d'illustrer les différences entre les deux modes de calcul.

Prenons les angles $\theta_1 = 7\pi/8$ et $\theta_2 = -5\pi/8$ définis entre $[-\pi, \pi]$ et représentés figure 1.11a. Leur

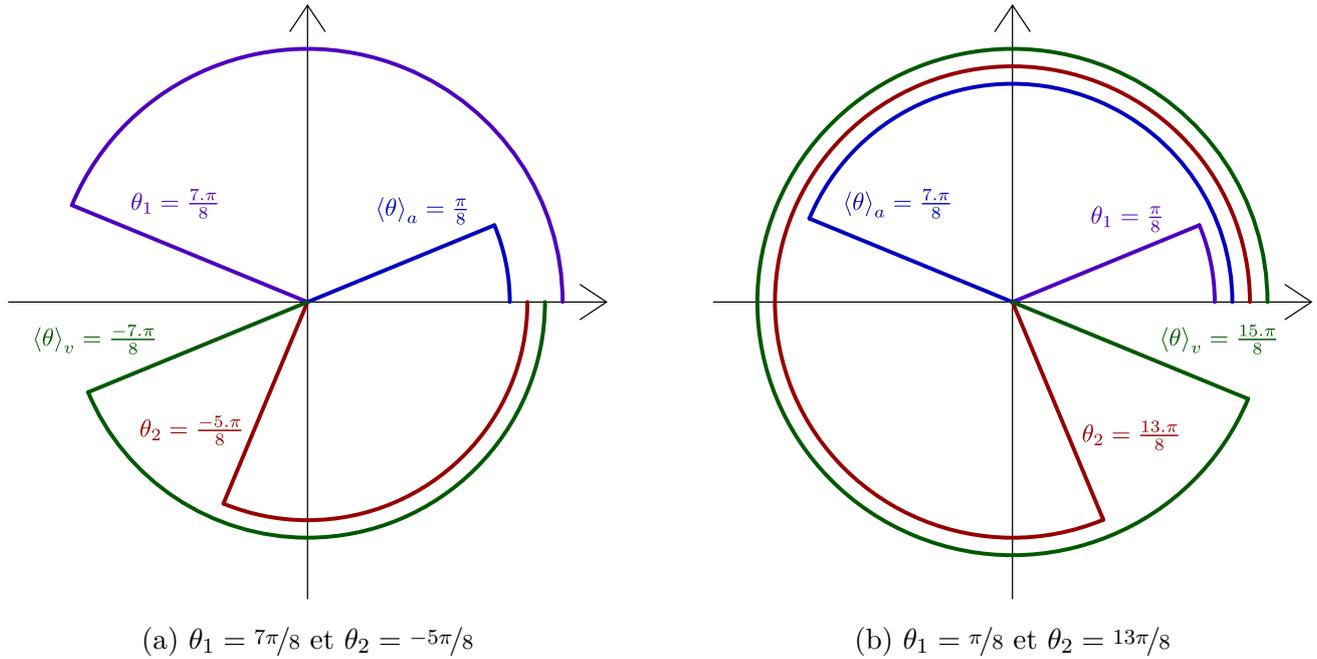


FIGURE 1.11 – Comparaison des modes de calcul de la moyenne de plusieurs angles

moyenne arithmétique vaut :

$$\langle \theta \rangle_a = \frac{1}{2} (\theta_1 + \theta_2) = \frac{1}{2} (7\pi/8 - 5\pi/8) = \pi/8$$

Alors que le résultat le plus naturel est donné par la moyenne vectorielle :

$$\begin{aligned} \langle \theta \rangle_v &= \arctan \left(\frac{\sin(\theta_1) + \sin(\theta_2)}{\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2)} \right) \\ &= \arctan \left(\frac{\sin(7\pi/8) + \sin(-5\pi/8)}{\cos(7\pi/8) + \cos(-5\pi/8)} \right) \\ &= -7\pi/8 \end{aligned}$$

En second exemple, prenons les angles $\theta_1 = \pi/8$ et $\theta_2 = 13\pi/8$ définis cette fois entre $[0, 2\pi]$ et représentés figure 1.11b. Leur moyenne arithmétique est :

$$\langle \theta \rangle_a = \frac{1}{2} (\theta_1 + \theta_2) = \frac{1}{2} (\pi/8 + 13\pi/8) = 7\pi/8$$

Leur moyenne vectorielle conduit à un résultat semblant plus naturel :

$$\begin{aligned} \langle \theta \rangle_v &= \arctan \left(\frac{\sin(\pi/8) + \sin(13\pi/8)}{\cos(\pi/8) + \cos(13\pi/8)} \right) \\ &= 15\pi/8 \end{aligned}$$

Enfin, la figure 1.12 présente les trajectoires simulées de 3 véhicules dont le modèle est donné par les équations (1.9) et (1.10). Les conditions initiales sont identiques, les véhicules sont orientés vers la gauche. Les angles sont définis entre $[-\pi; \pi]$. Les trajectoires des véhicules soumis à la loi de guidage (1.11) en l'absence de perturbation ($b = 0$) (moyenne vectorielle) sont à droite. Celles des véhicules soumis à la loi de guidage (1.12) (moyenne arithmétique) sont à gauche. Le comportement attendu et naturel est produit par la première méthode : continuer vers la gauche.

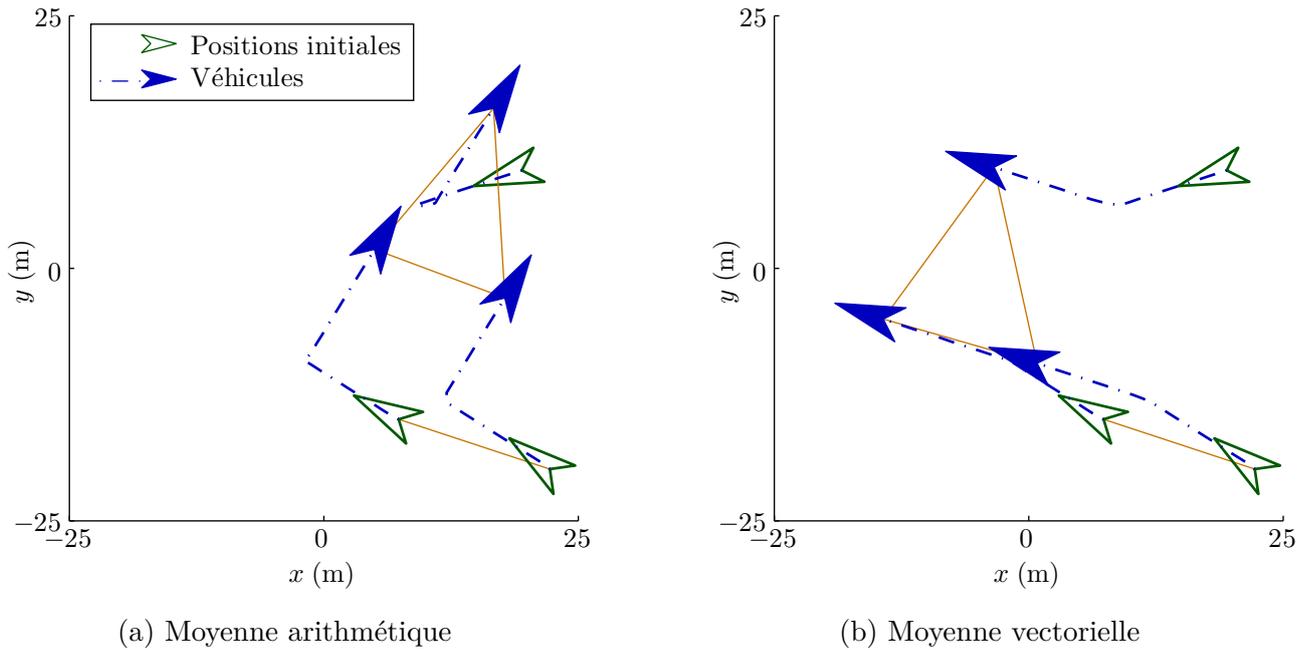


FIGURE 1.12 – Influence du mode de calcul de la moyenne de plusieurs angles sur la trajectoire des véhicules ($\Delta t = 0,5$ s ; $v_n = 2$ m. s⁻¹ ; $d_{\text{voi}}^v = 20$ m)

1.3.4 Choix d'un mode de calcul

Chaque mode de calcul présente des limitations identifiées. Le problème rencontré lors de l'utilisation de la moyenne vectorielle survient rarement, est simple à détecter et pourra être corrigé le cas échéant. Les problèmes liés à la moyenne arithmétique quant à eux apparaissent souvent (dès que les valeurs numériques des directions des véhicules sont très différentes les unes des autres) et seront difficiles, si ce n'est impossible, à corriger.

Pour ces raisons, la moyenne vectorielle des angles sera utilisée pour la loi de guidage proposée.

1.4 Étude des limitations de la loi de guidage initiale

Ne disposant pas des détails des travaux Reynolds, nous avons choisi d'étudier les limitations de la loi de guidage proposée par Vicsek et Jadbabaie. Nous pourrions ainsi compléter cette loi pour l'adapter à nos besoins. Ce processus sera expliqué à la section 1.5.

Plus particulièrement, quatre aspects sont analysés : l'absence de conditions périodiques aux limites, la convergence ou non des directions des véhicules en fonction de l'état initial, les possibilités de collisions entre véhicules et les possibilités offertes par l'ajout d'un véhicule leader.

1.4.1 Les conditions périodiques aux limites

Dans son étude, Vicsek met en place des conditions périodiques aux limites de la zone dans laquelle se déplacent les véhicules. Celles-ci permettent de simuler simplement un milieu infini occupé par un nombre infini de véhicules.

Puisque la présente étude s'intéresse au guidage d'une flotte de véhicules réels, aucune condition périodique aux limites n'est utilisée ici. Par conséquent, lorsque un véhicule ou un groupe de véhicules s'éloigne, il n'interagira plus avec le reste du groupe, et conservera une direction différente du reste.

du groupe. La figure 1.13a présente un cas où deux groupes de véhicules s'éloignent l'un de l'autre : ces deux groupes n'interagiront plus par la suite.

1.4.2 Convergence des directions des véhicules

Il est particulièrement difficile de définir un critère concret permettant de prédire si les directions des déplacements des véhicules vont converger ou non. Nous pouvons toutefois esquisser le raisonnement suivant.

La convergence de la direction des déplacements des véhicules est fortement favorisée par le fait que le graphe représentant les relations de voisinage des véhicules soit connexe. En effet, dans ce cas, les véhicules peuvent s'échanger de l'information concernant leurs directions et s'accorder sur la direction à prendre. Sur la figure 1.13c, qui présente les mêmes conditions initiales que la figure 1.13a, le rayon de voisinage d_{voi}^v a été augmenté jusqu'à ce que le graphe soit connexe à l'instant initial, entraînant la convergence des directions des véhicules.

Toutefois, si un ou plusieurs véhicules sont faiblement connectés (*i.e.* n'ont que peu de voisins) et si leurs vitesses sont orientées vers l'extérieur du groupe, ils peuvent s'éloigner des autres véhicules avant que leur direction ne converge.

Lorsque le graphe représentant les relations de voisinage des véhicules n'est pas connexe en revanche, la probabilité de convergence est faible. En effet, le ou les véhicules isolés ignorent l'existence des autres et n'ont aucune raison de changer de direction pour se diriger vers eux. C'est ce qui se produit à la figure 1.13a.

Toutefois, si, par chance, la direction initiale des véhicules permet qu'ils se rapprochent les uns des autres, le graphe peut devenir connexe et les directions des véhicules peuvent converger. La figure 1.13b présente une situation où le graphe n'est pas connexe initialement, mais où les directions des véhicules les font se rapprocher.

En conclusion, plus il y a de liens de voisinage, plus les informations seront facilement partagées entre les véhicules et plus la convergence sera probable. Dans le cas extrême où chaque véhicule est voisin de tous les autres, la convergence est même garantie en une itération puisque chaque véhicule effectue alors la moyenne des directions de tous les véhicules.

1.4.3 Collisions entre véhicules

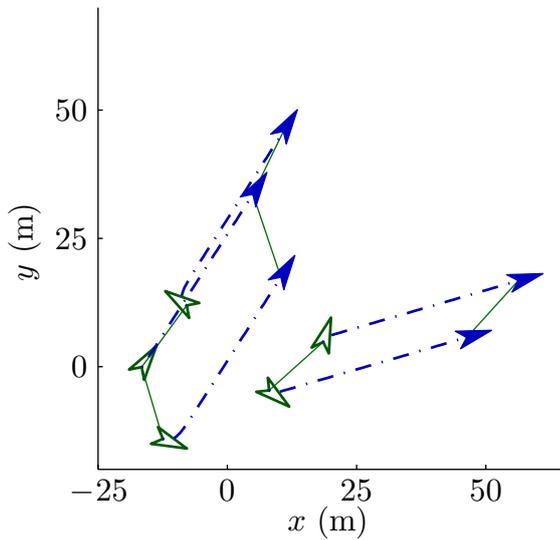
Soumis au modèle d'interaction de Vicsek, les véhicules ont tendance à prendre la même direction lorsque la distance entre eux est inférieure au rayon de voisinage d_{voi}^v . Combiné au fait qu'ils se déplacent à la même vitesse, cela prévient partiellement les collisions entre véhicules.

Toutefois, dans certaines circonstances, des collisions peuvent néanmoins survenir. Deux facteurs sont susceptibles d'entraîner des collisions.

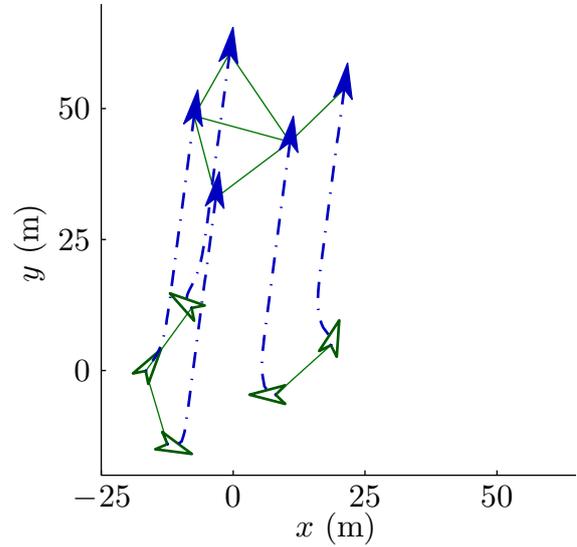
Tout d'abord, chaque véhicule ne peut prendre en compte que ceux situés à une distance inférieure à d_{voi}^v . Si cette distance est faible par rapport à la vitesse et/ou la capacité de virage du véhicule, celui-ci est susceptible de voir un véhicule dangereux trop tard pour réagir.

Le second facteur susceptible de provoquer des collisions est l'influence d'autres véhicules. En effet, puisque la commande de chaque véhicule tient compte des directions des déplacements des véhicules voisins, la présence de nombreux véhicules encourageant à poursuivre dans une direction donnée peut ralentir suffisamment le changement de direction d'un véhicule pour provoquer une collision.

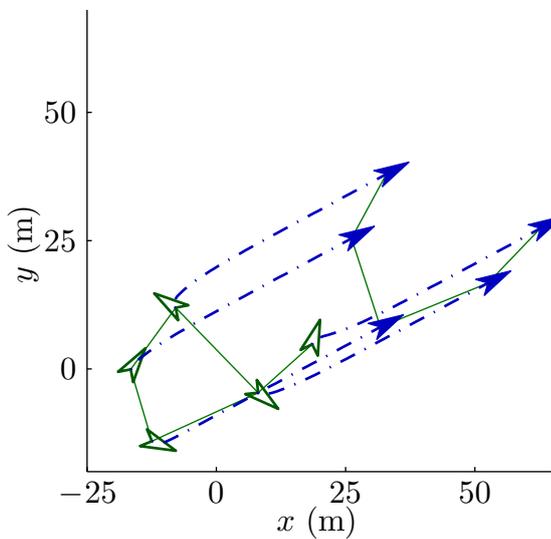
Sur la figure 1.13d, les deux groupes de véhicules encouragent ceux qui sont en tête à poursuivre tout droit, de telle sorte qu'ils provoquent une collision. Si la distance de voisinage avait été choisie



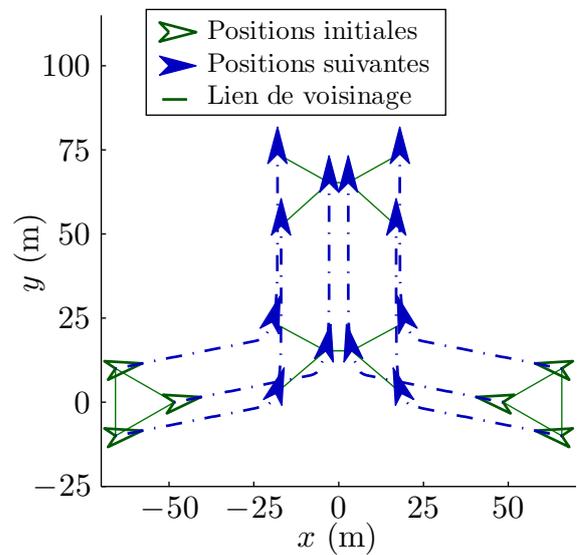
(a) Graphe initial non connecté, pas de convergence



(b) Graphe initial non connecté, convergence

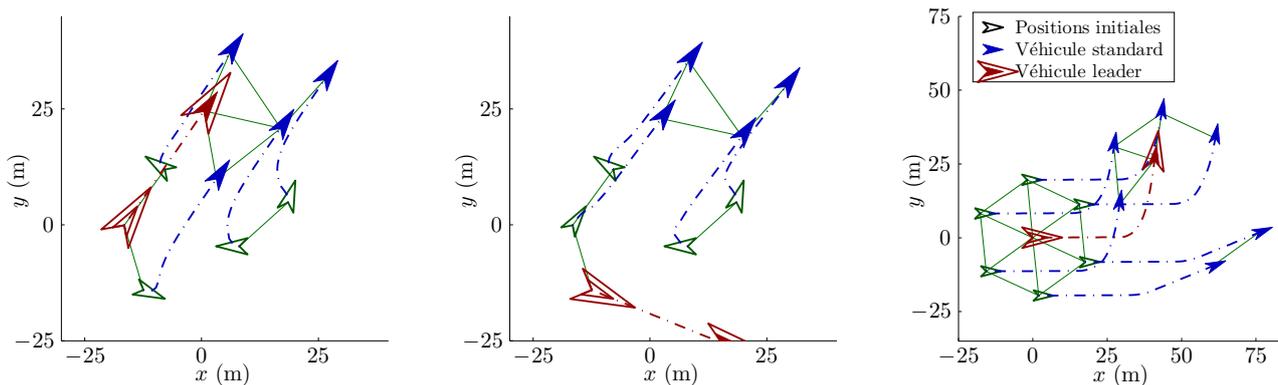


(c) Graphe initial connecté grâce à un plus grand rayon de voisinage



(d) Collision due à l'influence d'autres véhicules

FIGURE 1.13 – Trajectoires de véhicules dont la commande est calculée par le modèle d'interaction présenté par Vicsek, à l'exception des conditions périodiques aux limites ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$; $v_n = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $d_{\text{voi}}^v = 20 \text{ m}$)



(a) Le leader impose sa direction (b) L'influence du leader est insuffisante (c) Certains véhicules ne suivent pas le leader

FIGURE 1.14 – Influence d'un leader sur les trajectoires des véhicules ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$; $v_n = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $d_{\text{voi}}^v = 20 \text{ m}$)

plus importante, les véhicules auraient eu plus de temps pour changer de direction et la collision aurait pu être évitée.

1.4.4 Comportement en présence d'un véhicule leader

Jadbabaie introduit la possibilité d'ajouter un leader parmi le groupe de véhicules. Celui-ci est simplement un véhicule qui n'applique pas la règle des plus proches voisins mais décide seul de sa direction. Les autres véhicules du groupe prennent en compte la direction du leader de la même manière que celle d'un véhicule standard.

Dans certains cas, le leader parvient à imposer sa direction à tout le groupe (figure 1.14a). Dans d'autres cas, lorsque la direction imposée par le leader est trop éloignée de celles des autres véhicules par exemple, le leader peut ne pas avoir le temps d'influencer suffisamment le groupe. Dans ce cas, le leader peut être séparé du reste du groupe (figure 1.14b).

Il est envisageable d'utiliser un leader afin de transmettre une consigne de direction au groupe de véhicules. Cette consigne est alors appliquée au leader qui influence à son tour les autres véhicules. Cette approche présente une difficulté importante : la prise en compte du délai de convergence des directions des véhicules. La figure 1.14c illustre le problème. Lorsque le leader commence son virage, tous les véhicules sont dans son voisinage. Les véhicules "standards" étant majoritaires par rapport au leader, leurs directions convergent lentement vers celle de ce dernier. À cause de ce délai, les véhicules situés à l'extérieur du virage s'éloignent du leader et quittent finalement son voisinage et le groupe.

1.4.5 Bilan sur la loi de guidage initiale

La règle des plus proches voisins, telle que décrite par Vicsek et Jadbabaie, permet de garantir la convergence des directions des véhicules du groupe à la condition que les véhicules puissent interagir "suffisamment souvent".

Cette règle souffre de plusieurs inconvénients pénalisant son utilisation pour guider un groupe de véhicules réels.

Premièrement, elle ne permet pas de réguler la distance entre les véhicules. En effet, l'influence des véhicules étant maximale ou nulle, les véhicules trop éloignés sont ignorés/perdus et les autres

sont tous considérés de la même manière, qu'ils soient proches de la collision ou à la distance désirée.

Un second inconvénient est l'utilisation d'une vitesse constante commune à tous les véhicules. Ceci empêche les véhicules de ralentir s'ils sont en avance, ou d'accélérer s'ils sont en retard. Ces deux inconvénients réunis empêchent la formation d'une flotte cohérente de véhicules.

La solution que nous proposons dans la section suivante a pour objectif en particulier de remédier à ces deux inconvénients.

1.5 Loi de guidage coopératif proposée

La loi de guidage proposée à présent est construite à partir de celle développée par Vicsek. Celle-ci est modifiée afin de prendre en compte les deux règles de Reynolds qui sont absentes : la cohésion et la séparation. D'autres modifications sont effectuées, notamment afin d'augmenter l'influence des véhicules les plus proches par rapport aux autres. Une attention particulière est portée à la conservation de calculs les plus simples possibles, afin que des véhicules disposant de capacités de calcul limitées puissent appliquer cette loi en temps réel.

1.5.1 Modèle des véhicules

L'évolution de l'état de chaque véhicule est donc définie par le modèle discret (1.15) à (1.17) semblable à celui qui est présenté à la section 1.1. Nous rappelons que Δt est la période d'échantillonnage, $\mathbf{p}_i(k)$ désigne la position du véhicule i dans le plan à l'instant k et $\mathbf{v}_i(k)$ sa vitesse.

La commande $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^m(k) \ u_i^\theta(k)]^t$ des véhicules consiste en une vitesse, définie par son module $u_i^m(k)$ et sa direction $u_i^\theta(k)$. La vitesse des véhicules peut donc varier au cours de la mission, mais est supposée constante entre deux instants d'échantillonnage.

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot v_i^m(k) \cdot \begin{bmatrix} \cos(v_i^\theta(k)) \\ \sin(v_i^\theta(k)) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

$$v_i^m(k+1) = u_i^m(k) \quad (1.16)$$

$$v_i^\theta(k+1) = u_i^\theta(k) \quad (1.17)$$

1.5.2 Stratégie de guidage

Dans un premier temps, la loi de guidage utilisée est celle proposée par Vicsek : le module de vitesse est constant tandis que la direction des véhicules est calculée grâce à une moyenne vectorielle : (1.18) et (1.19).

$$u_i^m(k) = v_n \quad (1.18)$$

$$u_i^\theta(k) = \arctan \left(\frac{\sin(v_i^\theta(k)) + \sum_{j \in \mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k)} \sin(v_j^\theta(k))}{\cos(v_i^\theta(k)) + \sum_{j \in \mathcal{J}_i^{\text{voi}}(k)} \cos(v_j^\theta(k))} \right) \quad (1.19)$$

Cette loi de guidage sera modifiée au fur et à mesure des améliorations proposées dans cette section.

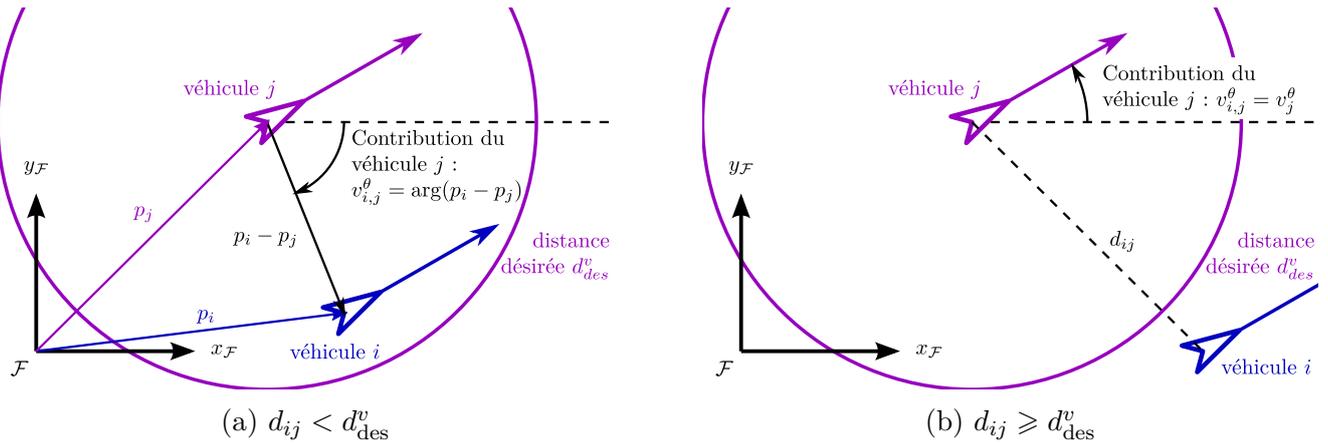


FIGURE 1.15 – Contribution du véhicule j à la commande du véhicule i en fonction de la distance d_{ij} les séparant

1.5.3 Ajout d'une stratégie d'évitement de collision entre véhicules - Fonctions d'espacement

Le modèle d'interaction de la règle des plus proches voisins ne dispose d'aucune méthode permettant de prévenir les collisions entre véhicules, c'est-à-dire d'assurer la séparation des véhicules. Intuitivement, le fait que les directions de déplacement des véhicules convergent vers la même valeur diminue les risques de collisions. Il est en effet impossible d'entrer en collision avec un véhicule se déplaçant dans la même direction et à la même vitesse que soi. Cependant, lorsque davantage de véhicules, ou des influences extérieures, sont impliqués, la règle des plus proches voisins peut s'avérer insuffisante comme dans le cas de la figure 1.13d.

Trois méthodes permettant d'éviter les collisions sont maintenant étudiées. La première est fondée sur la répulsion par les objets trop proches. La seconde consiste à dévier la course du véhicule en cas de danger de collision. La troisième est une amélioration de la répulsion par les objets trop proches.

1.5.3.1 Répulsion par les véhicules trop proches

Dans le cadre de la règle des plus proches voisins, la manière la plus simple de prévenir les collisions est de modifier la contribution des véhicules voisins qui sont trop proches.

En temps normal, la contribution à la commande du véhicule i de chaque véhicule j , voisin de i , est la direction actuelle du déplacement de j (figure 1.15b). Lorsque la distance entre les véhicules i et j devient inférieure au seuil désiré d_{des}^v , cette contribution est modifiée afin de pousser le véhicule i à s'éloigner de j le plus rapidement possible. Pour cela, elle est définie comme la direction opposée à celle sous laquelle i voit j (figure 1.15a), ce qui équivaut à l'argument du vecteur $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j$.

La contribution $v_{i,j}^\theta$ d'un véhicule j à la commande du véhicule i est ainsi donnée par la formule (1.20) :

$$v_{i,j}^\theta = \begin{cases} \arg(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) & \text{si } d_{ij} < d_{des}^v \\ v_j^\theta & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.20)$$

L'inconvénient majeur de cette méthode d'évitement est qu'elle ne distingue pas le niveau de danger que présente un voisin proche. Ainsi, un voisin situé approximativement à la distance désirée d_{des}^v mais en dessous et un voisin à une distance très inférieure à ce seuil sont repoussés de la même manière. À cause de cela, les véhicules sont plus susceptibles d'effectuer des changements de direction brutaux, même quand cela n'est pas nécessaire.

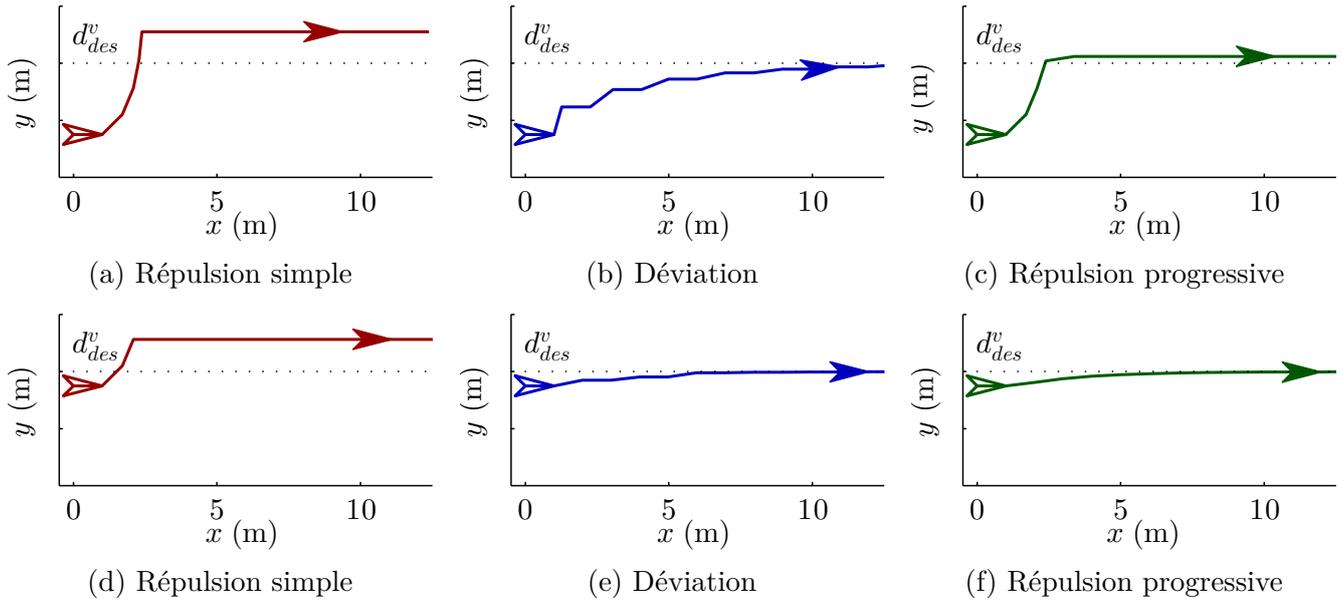


FIGURE 1.16 – Comparaison des méthodes de séparation en fonction de la distance initiale avec le véhicule voisin ((a) à (c) : distance initiale trop faible; (d) à (f) : distance initiale acceptable; $\Delta t = 0,5$ s; $v_n = 2$ m.s⁻¹; $d_{\text{voi}}^v = 100$ m; $d_{\text{des}}^v = 20$ m)

Les figures 1.16a et 1.16d illustrent cela : à l’instant initial, le véhicule est fortement dévié, qu’il soit trop proche ou à distance acceptable. Le véhicule change ensuite brutalement de direction lorsqu’il a franchi le seuil d_{voi}^v .

Un second inconvénient est illustré sur les figures 1.17a et 1.17b : tous les véhicules voisins ont la même influence sur le véhicule i . En particulier, les voisins proches de la collision conservent la même influence que les voisins au delà de la distance désirée. Ceci peut ralentir la séparation des véhicules voir même l’empêcher complètement.

Pour illustrer ce problème, examinons les différentes influences s’exerçant sur le véhicule 4 et le mouvement en résultant sur la figure 1.17b.

- À l’instant initial, les véhicules 3 et 5 sont trop proches de 4, tandis que les véhicules 1 et 2 sont au delà de la distance désirée. De ce fait, le véhicule 4 souhaite s’éloigner de 3 et 5 et imiter 1 et 2. Étant données la position et l’orientation actuelle des véhicules, l’influence de 3 et 5 se compensent et celles de 1 et 2 encouragent 4 à continuer droit devant.
- Ensuite, tant que les véhicules 3 et 5 restent trop proches de 4, leurs influences se compensent largement. Dans le même temps, le véhicule 1 (lui même repoussé par le véhicule 2) et le véhicule 2 restent à bonne distance du véhicule 4. Comme le véhicule 1 est davantage dévié vers la gauche que le 2 ne l’est vers la droite, la somme de leurs influences dévie le véhicule 4 vers la gauche. À cause de cela, il se rapproche du véhicule 3 et risque la collision.
- Enfin, dès que le véhicule 5 s’est éloigné de 4 au delà de la distance désirée, ce dernier cesse de vouloir s’en éloigner et cherche à l’imiter. À partir de cet instant, les influences des véhicules 1 et 5 sur 4 s’annulent, et celui-ci s’éloigne alors de 3 en allant vers la droite.

1.5.3.2 Déviation lors de la détection d’un véhicule trop proche

Une autre manière d’éviter les collisions entre véhicules est d’anticiper les situations dangereuses et de dévier les véhicules avant qu’elles n’apparaissent. Cette manière de faire s’apparente à l’évitement d’obstacle "Steer-to-Avoid" utilisée par Reynolds, mais appliquée cette fois aux véhicules.

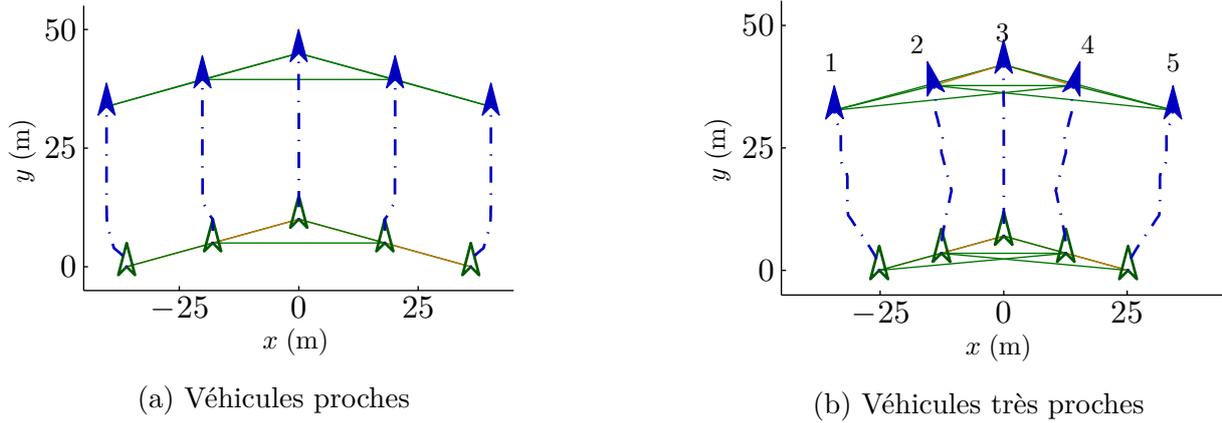


FIGURE 1.17 – Inconvénients de donner la même influence à tous les véhicules ($\Delta t = 0,5$ s ; $v_n = 2$ m.s⁻¹ ; $d_{\text{voi}}^v = 100$ m ; $d_{\text{des}}^v = 20$ m)

La méthode que nous proposons intervient après le calcul de la commande de chaque véhicule. Elle consiste, comme le fait Reynolds, à anticiper le mouvement du véhicule durant l'horizon de surveillance H_s et à le dévier vers une zone libre si un danger est détecté. La valeur de l'horizon de surveillance doit être définie en prenant en compte la vitesse de déplacement des véhicules et leur capacité de manœuvre.

Les étapes suivantes sont exécutées simultanément par chaque véhicule i à chaque itération k après le calcul de sa commande par la règle des plus proches voisins :

1. Détection des situations dangereuses au terme de l'horizon de surveillance H_s :
 - (a) le véhicule i calcule sa position prédite $\widehat{\mathbf{p}}_i(k + H_s)$ à l'itération $k + H_s$ en fonction des commandes $\mathbf{u}_i(k - 1)$ et $\mathbf{u}_i(k)$ et en supposant que $\mathbf{u}_i(k)$ est exécutée jusqu'à la fin de l'horizon de prédiction.
 - (b) le véhicule i calcule la position prédite $\widehat{\mathbf{p}}_j(k + H_s)$ de chaque véhicule voisin j à l'itération $k + H_s$ en supposant qu'il va poursuivre son mouvement actuel défini par la commande $\mathbf{u}_j(k - 1)$.
 - (c) le véhicule i calcule la distance entre lui et les autres véhicules à l'itération $k + H_s$ afin d'identifier ceux qui représentent un danger au terme de l'horizon de surveillance.
2. Si, à la fin de l'horizon de surveillance, le véhicule i se trouve à une distance inférieure à d_{dev}^v d'un autre véhicule :
 - (a) le véhicule détermine les directions dans lesquelles il ne peut aller sans se mettre en danger vis-à-vis d'un véhicule. Une zone angulaire interdite $\mathcal{Z}_{i,j}$ est ainsi créée pour chaque véhicule voisin j comme illustré figures 1.18a et 1.18b.
 - (b) s'il reste une ou plusieurs zones angulaires libres, le véhicule choisit comme direction, celle qui est libre et la plus proche de la commande qu'il aurait dû appliquer (figure 1.18a).
 - (c) si aucune direction ne permet au véhicule de rester en sécurité, il choisit, parmi les bissectrices des angles $\widehat{j_1 i j_2}$ définis par la direction de deux véhicules j_1 et j_2 , celle qui est la plus proche de la commande qu'il aurait dû appliquer, (figure 1.18b).

Contrairement à la méthode par répulsion, la déviation permet de ne faire évoluer la direction du véhicule que de l'angle nécessaire pour éviter le danger. Les figures 1.16b et 1.16e l'illustrent bien. De plus l'évitement de collision devient la priorité de chaque véhicule.

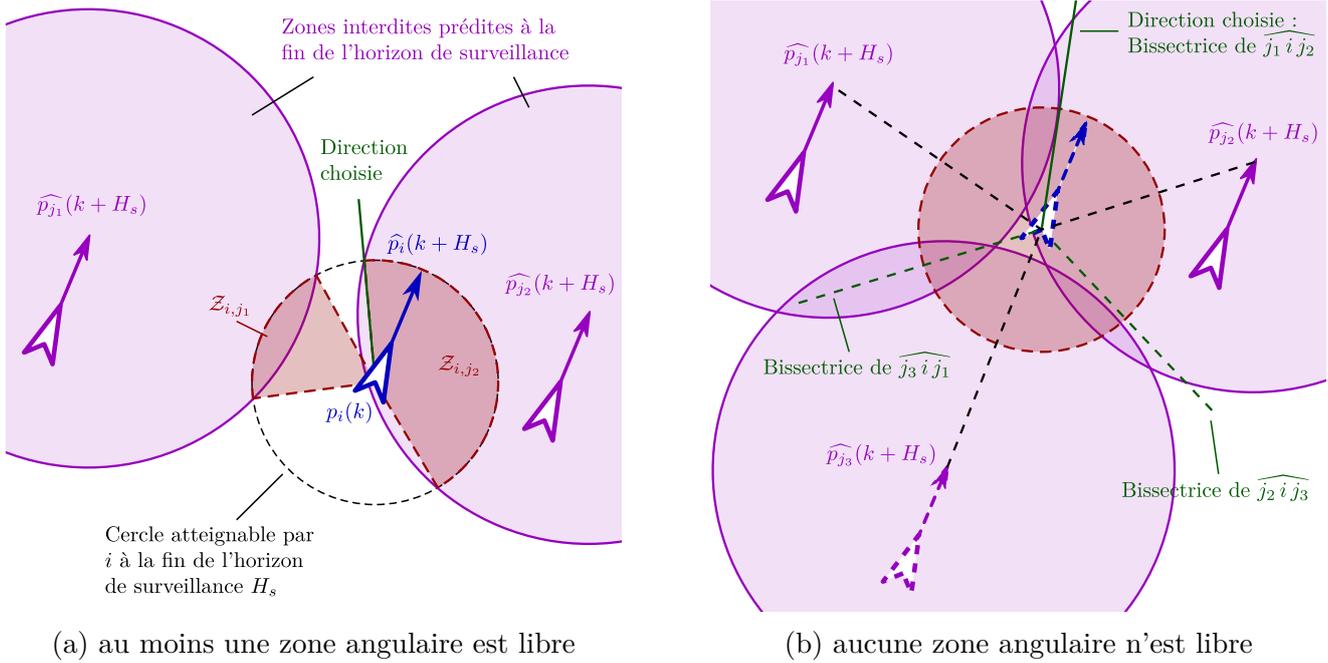


FIGURE 1.18 – Déviation d'un véhicule lorsqu'un danger est détecté

Cette méthode présente cependant plusieurs inconvénients. Tout d'abord, elle est bien plus complexe à mettre en œuvre. Il faut notamment déterminer la meilleure valeur pour l'horizon de surveillance H_s . Cette complexité accrue signifie que la charge de calcul croît également.

Un second inconvénient de cette méthode d'évitement provient, d'une part, du fait que les véhicules ignorent les commandes que vont exécuter leurs voisins, et d'autre part, du fait qu'ils ignorent leurs propres commandes après celle de l'itération courante. Ainsi, les prédictions effectuées pour calculer les déviations peuvent être très éloignées de la réalité. Cela pose notamment problème lorsqu'un véhicule change d'avis.

La figure 1.16b illustre ce problème : une itération sur deux, le véhicule est dévié pour s'éloigner du voisin trop proche. Mais à l'itération suivante, comme le voisin a effectué une manœuvre similaire et qu'il ne présente donc plus de danger à la fin de l'horizon de surveillance, le véhicule reprend sa direction initiale. Le problème est que le voisin effectue le même raisonnement en parallèle, ce qui produit l'évolution en escalier observée en 1.16b.

Pour corriger ce problème, il suffirait de vérifier que le véhicule respecte les distances désirées durant la totalité de l'horizon de prédiction. Mais cela ajouterait à la charge de calcul et complexifierait encore davantage encore cette méthode.

Un dernier inconvénient de cette méthode est qu'elle génère des changements de direction plus importants que la répulsion comme cela se voit à l'instant initial sur les figures 1.16a et 1.16b.

1.5.3.3 Répulsion progressive des véhicules

Le défaut principal de la méthode répulsive est que la gravité du danger n'est pas prise en compte dans le calcul de la contribution (figure 1.16a et 1.16d). Il faut donc placer le seuil de la distance désirée d_{voi}^v de sorte qu'il ne soit ni trop faible (les véhicules n'auraient pas le temps de réagir avant la collision), ni trop élevé (la convergence des directions des véhicules serait alors difficile).

Une solution pour éliminer ce défaut est de supprimer la frontière entre imitation (lorsque la distance est acceptable) et répulsion (lorsque la distance est inférieure au seuil de sécurité). Celle-ci est remplacée par un passage progressif d'un comportement à l'autre. La contribution d'un véhicule

j à la commande du véhicule i est alors donnée par la formule :

$$v_{i,j}^\theta = (1 - \alpha_{i,j}) \cdot v_j^\theta + \alpha_{i,j} \cdot \arg(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \quad (1.21)$$

où $\alpha_{i,j} \in [0, 1]$ représente le niveau de danger que présente le véhicule j pour i . Ce niveau peut dépendre de divers paramètres tels que la distance entre les véhicules, les positions et/ou positions relatives des véhicules, les vitesses et/ou vitesses relatives des véhicules, les directions des véhicules, etc.

Afin de tester le concept simplement, nous avons choisi d'utiliser une fonction de la distance d_{ij} entre les véhicules que nous nommons fonction d'espacement. Afin de calculer la contribution d'un véhicule voisin j , le véhicule i utilise la fonction d'espacement de ce voisin $\alpha_j(d_{ij})$ donnée par (1.22) (l'itération k n'est pas précisée pour alléger les formules).

$$\alpha_j(d_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{si } d_{ij} \leq d_{\text{rep}}^v \\ \frac{d_{\text{des}}^v - d_{ij}}{d_{\text{des}}^v - d_{\text{rep}}^v} & \text{si } d_{\text{rep}}^v < d_{ij} < d_{\text{des}}^v \\ 0 & \text{si } d_{\text{des}}^v \leq d_{ij} \end{cases} \quad (1.22)$$

où d_{des}^v et d_{rep}^v désignent respectivement la distance désirée entre deux véhicules et la distance en deçà de laquelle les véhicules se repoussent uniquement.

Les figures 1.16c et 1.16f illustrent comment se comportent les véhicules utilisant cette méthode d'évitement dans les mêmes situations que les deux méthodes précédentes. Les véhicules sont tous identiques et utilisent la même fonction d'influence. Nous constatons que le niveau de danger d'un véhicule est maintenant pris en compte, ce qui permet de ne pas dévier le véhicule plus que nécessaire. En revanche, tous les véhicules voisins de i exercent toujours la même influence sur lui et le problème identifié à la figure 1.17b demeure.

1.5.3.4 Bilan

La méthode d'évitement de collision par répulsion possède deux défauts principaux. Le premier est l'absence de prise en compte du niveau de danger pour décider de la contribution d'un véhicule. Utiliser une répulsion progressive permet de corriger ce défaut. Les deux méthodes souffrent cependant de donner la même importance à tous les véhicules voisins.

La méthode d'évitement de collision par déviation ne souffre pas de ces défauts mais est bien plus complexe à mettre en œuvre. De plus, les prédictions faites pour anticiper le danger peuvent s'avérer éloignées de la réalité puisqu'elle ne prennent pas en compte la réaction des autres véhicules. Enfin, les variations de directions engendrées par cette méthode sont bien plus importantes que les autres.

Afin de conserver un calcul de la commande aussi simple que possible, afin également de limiter l'amplitude des manœuvres demandées aux véhicules, nous choisissons d'utiliser la méthode d'évitement par répulsion progressive. Le défaut qu'elle présente sera corrigé à la section 1.5.5 par l'utilisation de fonctions d'influence.

1.5.4 Cohésion du groupe de véhicules - Fonctions d'espacement

Une des tâches de la loi de guidage que nous développons est d'assurer la cohésion de la flotte de véhicules. Cette tâche peut être envisagée de manière symétrique au problème de séparation. Il s'agit en effet d'attirer les véhicules trop éloignés au lieu de repousser les véhicules trop proches.

Comme pour la séparation, le problème du placement du seuil imitation/attraction est délicat. Placé trop près, les véhicules risquent d'osciller entre attraction et répulsion. Placé trop loin, le groupe de véhicules sera clairsemé. Ce problème a été résolu, pour la séparation, en passant progressivement

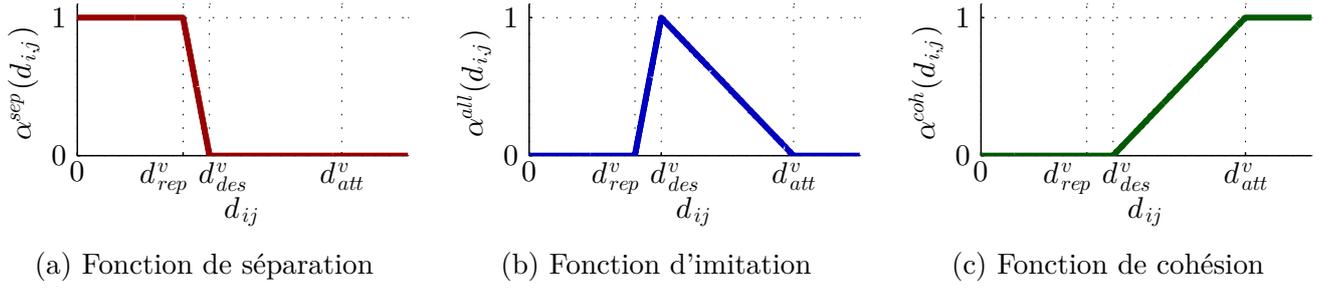


FIGURE 1.19 – Fonctions d’espaceur proposées en fonction de la distance entre les véhicules

de l’imitation à la répulsion. Cette solution est également applicable à la cohésion de la flotte de véhicules.

La forme de la contribution du véhicule j à la commande du véhicule i (1.21) est donc modifiée (1.23) pour y ajouter le comportement d’attraction des véhicules éloignés. Nous utilisons à présent trois fonctions d’influence : α^{sep} pour le comportement de séparation entre véhicules, α^{all} pour le comportement d’alignement des véhicules et α^{coh} pour le comportement de cohésion de la flotte de véhicules.

$$\begin{aligned}
 v_{i,j}^\theta &= \alpha_j^{sep}(d_{ij}) \cdot \arg(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \\
 &\quad + \alpha_j^{all}(d_{ij}) \cdot v_j^\theta \\
 &\quad + \alpha_j^{coh}(d_{ij}) \cdot \arg(\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i)
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

où $\alpha_j^{sep}(d_{ij})$ est la quantité de répulsion, $\alpha_j^{all}(d_{ij})$ la quantité d’imitation et $\alpha_j^{coh}(d_{ij})$ la quantité d’attraction entre les véhicules i et j . Les définitions de ces termes sont données par les équations (1.24) à (1.26) (itération k omise) et leurs formes sont illustrées figure 1.19.

$$\alpha_j^{sep}(d_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{si } d_{ij} \leq d_{rep}^v \\ \frac{d_{des}^v - d_{ij}}{d_{des}^v - d_{rep}^v} & \text{si } d_{rep}^v < d_{ij} < d_{des}^v \\ 0 & \text{si } d_{des}^v \leq d_{ij} \end{cases} \tag{1.24}$$

$$\alpha_j^{all}(d_{ij}) = \begin{cases} 0 & \text{si } d_{ij} < d_{rep}^v \\ 1 - \frac{d_{des}^v - d_{ij}}{d_{des}^v - d_{rep}^v} & \text{si } d_{rep}^v \leq d_{ij} < d_{des}^v \\ 1 & \text{si } d_{ij} = d_{des}^v \\ \frac{d_{att}^v - d_{ij}}{d_{att}^v - d_{des}^v} & \text{si } d_{des}^v \leq d_{ij} < d_{att}^v \\ 0 & \text{si } d_{att}^v \leq d_{ij} \end{cases} \tag{1.25}$$

$$\alpha_j^{coh}(d_{ij}) = \begin{cases} 0 & \text{si } d_{ij} < d_{des}^v \\ 1 - \frac{d_{att}^v - d_{ij}}{d_{att}^v - d_{des}^v} & \text{si } d_{des}^v \leq d_{ij} < d_{att}^v \\ 1 & \text{si } d_{att}^v \leq d_{ij} \end{cases} \tag{1.26}$$

où d_{att}^v est la distance au delà de laquelle les véhicules cherchent seulement à se rapprocher.

Les figures 1.20a et 1.20b illustrent l’utilité des fonctions d’espaceur. Dans 1.20a, la commande de chaque véhicule a pour unique objectif d’imiter les véhicules voisins et de repousser des véhicules trop proches. Les véhicules ne se regroupent donc pas mais leurs directions de déplacement convergent. Dans 1.20b, la commande des véhicules est obtenue en utilisant les fonctions d’espaceur (1.24) à

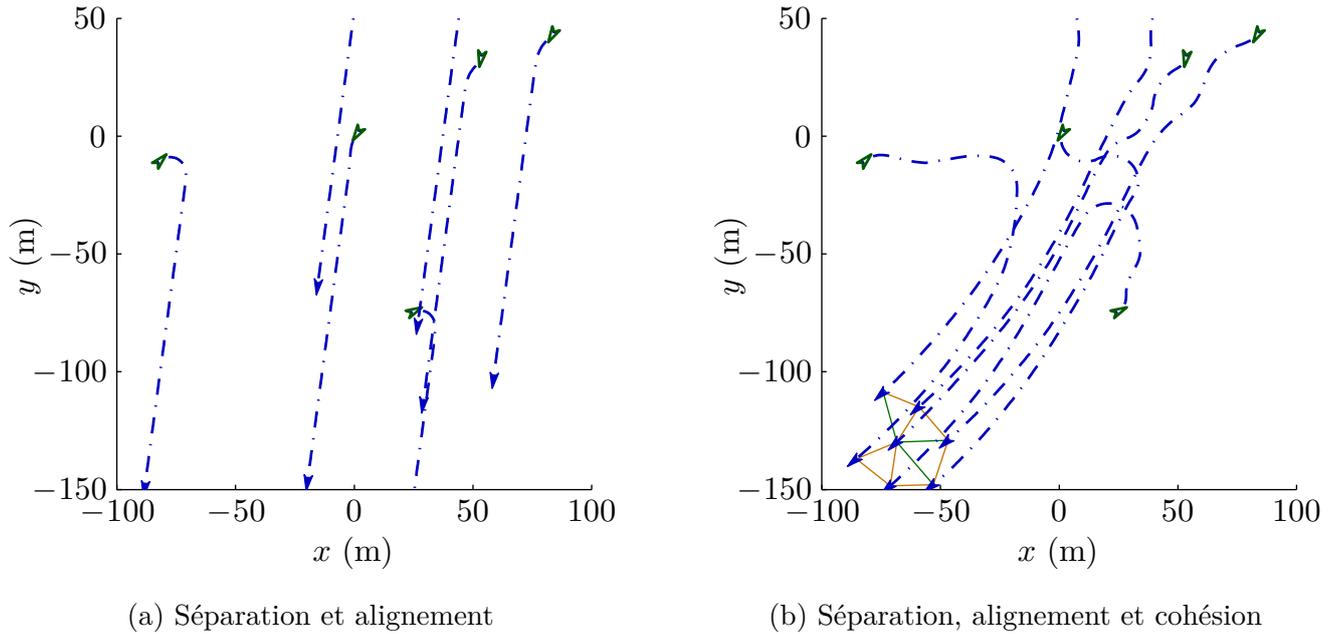


FIGURE 1.20 – Influence de l'ajout d'une fonction de cohésion ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$; $v_n = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $d_{\text{per}}^v = d_{\text{voi}}^v = d_{\text{att}}^v = 100 \text{ m}$; $d_{\text{des}}^v = 20 \text{ m}$; $d_{\text{rep}}^v = 15 \text{ m}$)

(1.26). Nous constatons que les véhicules forment rapidement une flotte compacte, se dirigeant dans une direction commune. Rappelons que d_{per}^v désigne le seuil au delà duquel un véhicule est perdu.

Les figures 1.21 et 1.22 font néanmoins apparaître un défaut de cette méthode de cohésion. Lorsque la flotte est importante, l'influence cumulée de tous les véhicules s'attirant les uns les autres entraîne un mauvais fonctionnement des méthodes de séparation.

Dans 1.21, où la méthode de séparation est la répulsion, celle-ci est simplement moins forte que l'attraction cumulée de tous les véhicules et ne permet pas de garantir l'évitement de collision comme le montre la figure 1.21b. La figure 1.21c montre de plus que les véhicules n'essaient même pas d'éviter la collision puisqu'aucun ne change de direction.

Dans 1.22, où la méthode de séparation est la déviation, les véhicules au centre de la flotte sont en permanence dans une situation où ils ne disposent d'aucune direction libre suivant laquelle se diriger. À cause de cela, ils subissent des changements de direction importants à chaque itération comme illustré figure 1.22c, et ceci sans parvenir à respecter les distances de sécurité (figure 1.22b).

Ces deux dysfonctionnements différents sont issus de la même cause : l'importance de la contribution de tous les véhicules voisins du véhicule i est la même, quelle que soit la distance les séparant. C'est également cela qui engendrait le problème identifié de la méthode de séparation par répulsion des véhicules proches. Dans la section suivante, nous proposons d'utiliser des fonctions d'influences afin d'atténuer l'importance de la contribution des véhicules à mesure qu'ils s'éloignent.

1.5.5 Modification de la notion de voisinage - Fonctions d'influence

Dans la loi de guidage initiale, les voisins d'un véhicule i sont les véhicules situés à une distance inférieure à d_{voi}^v de celui-ci. D'après cette définition, les voisins du véhicule i sont, avec le véhicule i lui-même, les seuls à influencer sur la commande de i . De plus, les contributions de tous les véhicules ont le même poids quels que soient la proximité et le danger de collision.

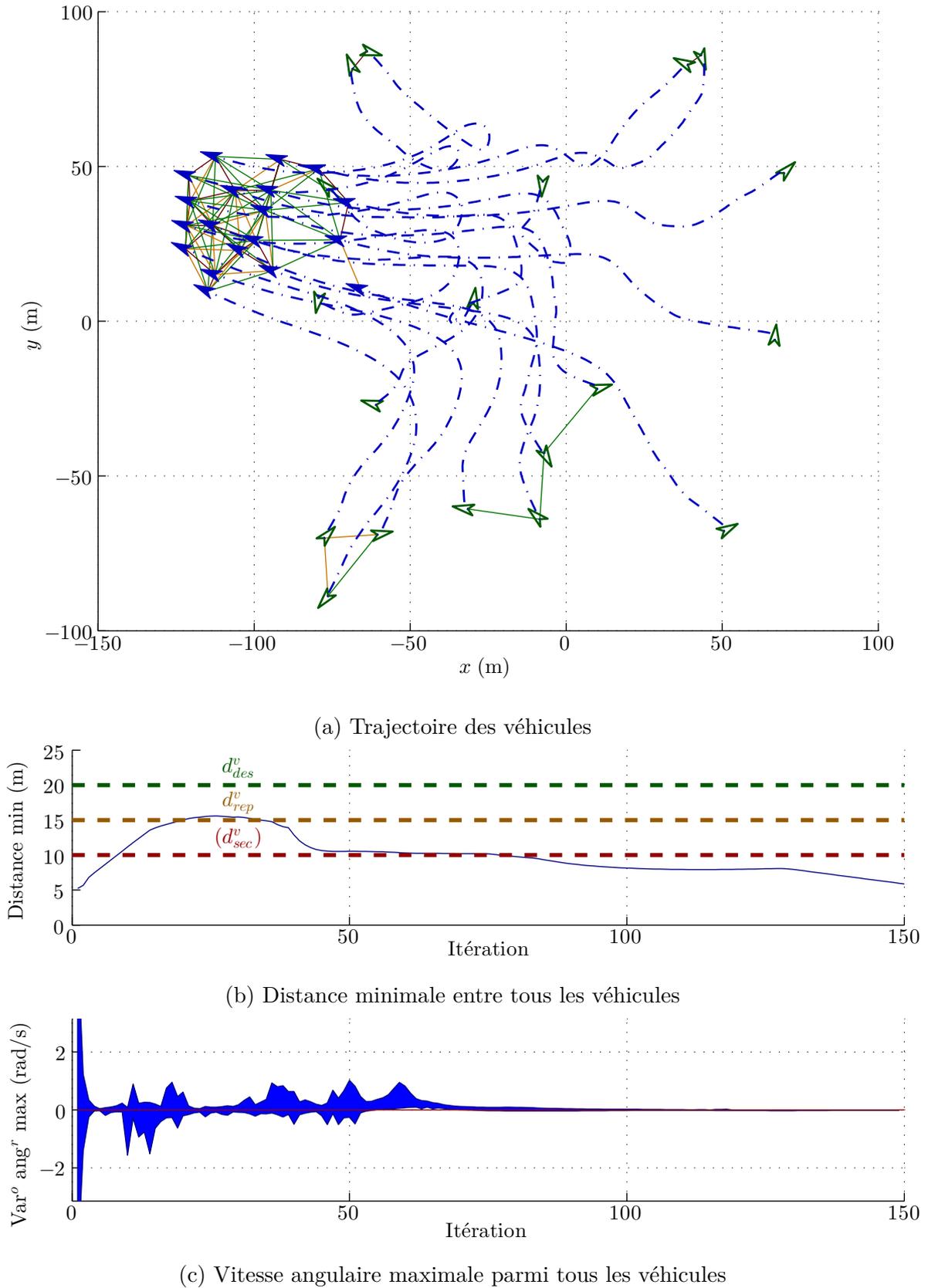


FIGURE 1.21 – Effet de la fonction de cohésion sur un groupe de véhicule important, la séparation est assurée par répulsion progressive ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$; $v_n = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $d_{\text{per}}^v = d_{\text{voi}}^v = d_{\text{att}}^v = 100 \text{ m}$; $d_{\text{des}}^v = 20 \text{ m}$; $d_{\text{rep}}^v = 15 \text{ m}$)

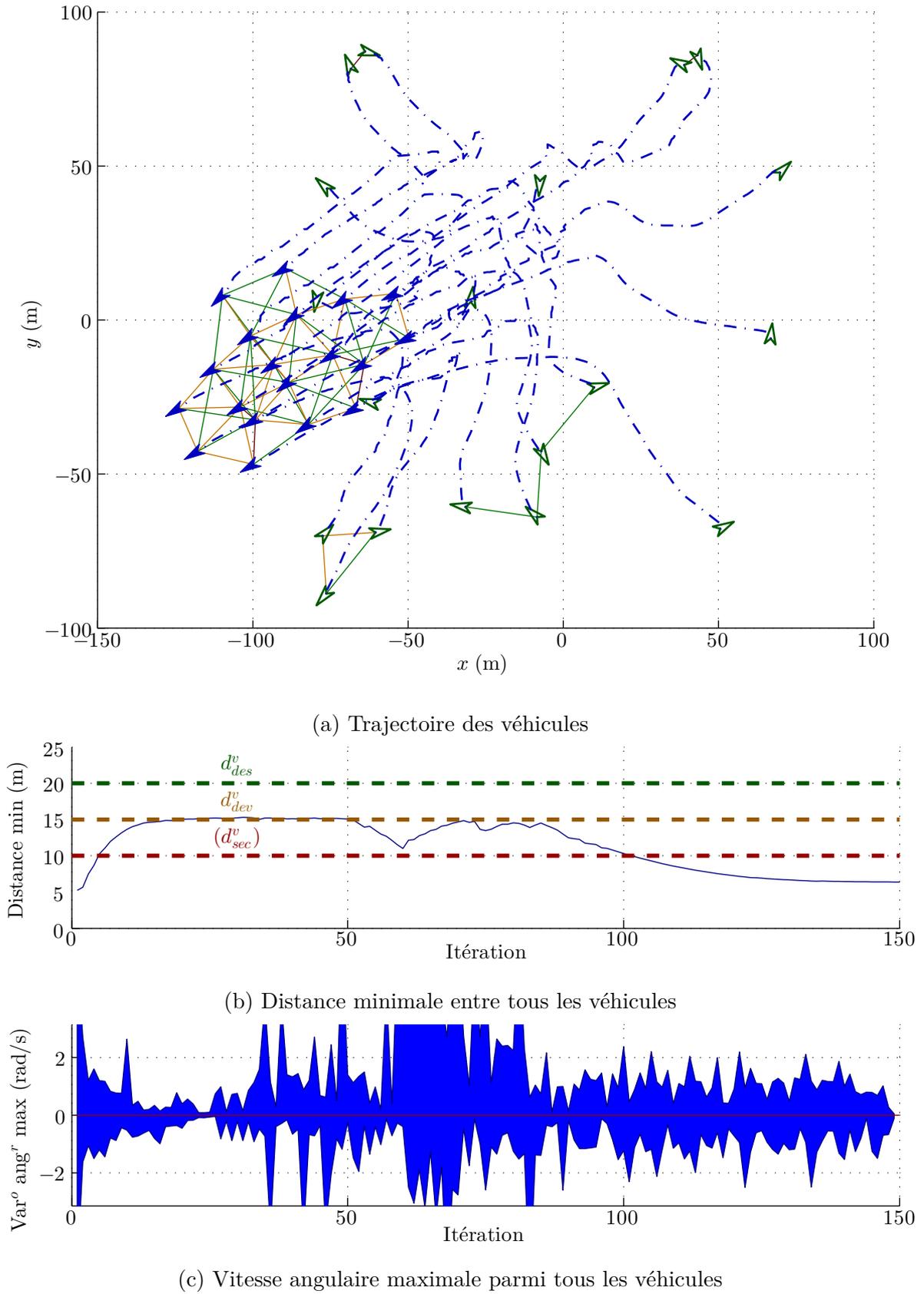


FIGURE 1.22 – Effet de la fonction de cohésion sur un groupe de véhicule important, la séparation es assurée par déviation ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$; $v_n = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $d_{\text{per}}^v = d_{\text{voi}}^v = d_{\text{att}}^v = 100 \text{ m}$; $d_{\text{des}}^v = 20 \text{ m}$; $d_{\text{dev}}^v = 15 \text{ m}$)

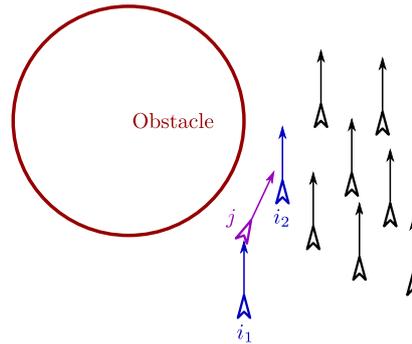


FIGURE 1.23 – Le véhicule j est dévié vers la droite par la présence de l’obstacle. En l’imitant, le véhicule i_1 anticipe la présence de l’obstacle et effectuera une manœuvre plus lente. Comme le véhicule i_2 imite j , il est dévié vers la droite, laissant de la place au véhicule j .

Cette définition de l’interaction soulève plusieurs questions :

- Où faut-il placer la frontière du voisinage sachant que :
 - si elle est placée trop loin, l’influence des véhicules éloignés masque l’influence des plus proches, d’autant que, dans un groupe important, les véhicules proches sont moins nombreux ;
 - si elle est placée trop proche, la convergence des directions des véhicules sera difficile car les véhicules interagissent peu. De plus, les risques de collisions sont plus importants si les véhicules ne peuvent pas anticiper ;
- Faut-il toujours ignorer un véhicule éloigné ? Même si ce véhicule est le seul en vue ?
- Et finalement, tous les voisins ont-ils réellement la même importance ?

Une réponse à ces questions est de permettre à tous les véhicules de contribuer à la commande du véhicule i en pondérant l’influence de chacun en fonction de la pertinence de sa contribution. L’équation (1.11) est alors remplacée par (1.27).

$$u_i^\theta(k) = \arctan \left(\frac{\sum_{j=1}^N \beta_{i,j} \cdot \sin(v_{i,j}^\theta(k))}{\sum_{j=1}^N \beta_{i,j} \cdot \cos(v_{i,j}^\theta(k))} \right) \quad (1.27)$$

Le coefficient de pondération $\beta_{i,j}$ permet de définir quelle est l’importance du véhicule j dans le calcul de la commande du véhicule i . De nombreuses possibilités existent pour définir ce coefficient : en fonction d’une hiérarchie au sein du groupe, de la distance entre i et j , de la zone du plan où sont les véhicules, etc.

Nous choisissons d’utiliser une fonction de la distance d_{ij} entre les véhicules que nous nommons fonction d’influence. Afin de calculer l’importance de chacun de ses voisins j , chaque véhicule i utilise la fonction d’influence de ce voisin $\beta_j(d_{ij})$.

Afin de choisir une fonction d’influence adaptée à nos besoins, nous prenons en compte plusieurs critères.

Le critère le plus important est la forme de cette fonction : nous souhaitons que les voisins les plus proches du véhicule aient une plus grande influence sur celui-ci. Les deux principaux arguments justifiant ce choix sont, tout d’abord que les voisins les plus proches représentent les plus grands risques de collisions, et ensuite que les stimuli auxquels ils réagissent sont les mêmes. Par exemple, si un voisin proche tourne pour éviter un obstacle, imiter ce comportement est la meilleure solution : soit pour anticiper l’évitement de l’obstacle (véhicule i_1 de la figure 1.23), soit pour éviter de mettre le véhicule voisin en difficulté en lui bloquant le passage (véhicule i_2).

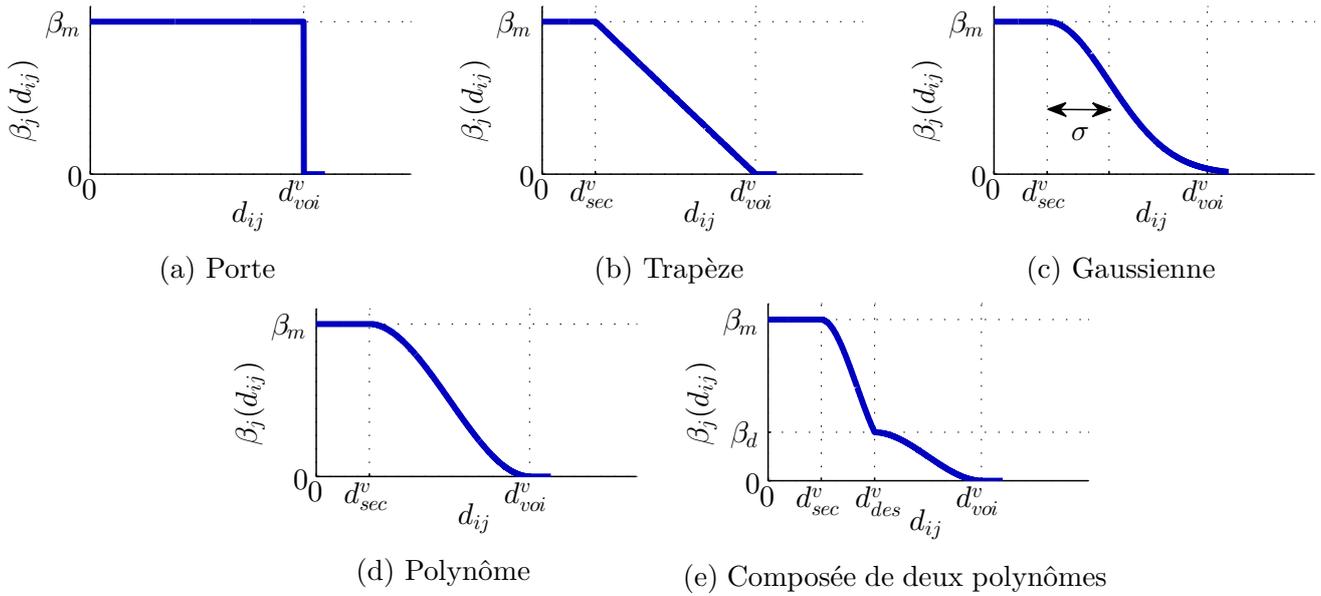


FIGURE 1.24 – Formes des fonctions d’influences envisagées

Un second critère de choix est le besoin d’éviter les effets de seuils, car ceux-ci entraînent de brusques variations de la commande. Ils peuvent également être à l’origine d’oscillations si les véhicules franchissent le seuil de manière répétée.

Le dernier critère retenu est la facilité avec laquelle il est possible d’adapter la forme de la fonction d’influence pour obtenir précisément les interactions désirées en fonction de la distance entre les véhicules. En particulier, nous souhaitons pouvoir modifier l’influence des véhicules proches indépendamment de celle des véhicules lointains.

Nous décrivons à présent les différentes fonctions d’influence qui ont été envisagées lors de la mise au point de la loi de guidage proposée.

1.5.5.1 Fonction porte

La fonction porte représentée figure 1.24a est définie par la formule (1.28). Les paramètres de cette fonction sont β_m et d_{voi}^v , qui définissent respectivement l’influence des véhicules du voisinage et l’étendue du voisinage.

$$\beta_j(d_{ij}) = \begin{cases} \beta_m & \text{si } d_{ij} \leq d_{voi}^v \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.28)$$

La fonction porte ne remplit aucun de nos critères de choix. En effet, les véhicules du voisinage ($d_{ij} < d_{voi}^v$) ont tous la même influence β_m tandis que les autres sont ignorés. Elle est cependant équivalente à la notion de voisinage du modèle initial et nous permet donc de la comparer aux autres fonctions envisagées.

1.5.5.2 Fonction trapèze

La fonction trapèze représentée figure 1.24b est définie par la formule (1.29). Les paramètres de cette fonction sont d_{sec}^v , β_m et d_{voi}^v , qui définissent respectivement la distance de sécurité, l’influence

maximale des véhicules du voisinage et l'étendue du voisinage.

$$\beta_j(d_{ij}) = \begin{cases} \beta_m & \text{si } d_{ij} \leq d_{\text{sec}}^v \\ \beta_m \cdot \left(\frac{d_{\text{voi}}^v - d_{ij}}{d_{\text{voi}}^v - d_{\text{sec}}^v} \right) & \text{si } d_{\text{sec}}^v < d_{ij} \leq d_{\text{voi}}^v \\ 0 & \text{si } d_{\text{voi}}^v < d_{ij} \end{cases} \quad (1.29)$$

La fonction trapèze remplit nos deux premiers critères de choix. En effet, l'influence des véhicules augmente progressivement lorsque la distance diminue et la fonction est continue. Lors des tests cependant, cette augmentation s'est avérée insuffisamment rapide pour que les véhicules proches soient prioritaires sur les véhicules éloignés. Le nombre restreint de paramètres de réglage empêche de résoudre ce problème en augmentant l'influence des véhicules proches sans changer celle des véhicules éloignés.

1.5.5.3 Fonction gaussienne

La fonction gaussienne représentée figure 1.24c est définie par la formule (1.30). Les paramètres de cette fonction sont d_{sec}^v , β_m et σ , qui définissent respectivement la distance de sécurité, l'influence maximale des véhicules du voisinage et l'écart-type de la gaussienne.

$$\beta_j(d_{ij}) = \begin{cases} \beta_m & \text{si } d_{ij} \leq d_{\text{sec}}^v \\ \beta_m \cdot \exp\left(-\frac{(d_{ij} - d_{\text{sec}}^v)^2}{\sigma^2}\right) & \text{si } d_{\text{sec}}^v < d_{ij} \leq d_{\text{voi}}^v \end{cases} \quad (1.30)$$

La fonction gaussienne remplit nos deux premiers critères de choix. En effet l'influence des véhicules augmente fortement lorsque la distance diminue et la fonction est continue. Elle présente toutefois le défaut de ne jamais devenir nulle. A cause de cela, nous ne pouvons pas maîtriser l'étendue de la zone d'influence d'un véhicule, faisant que tous les véhicules, même les plus éloignés, seront pris en compte dans la commande de chaque véhicule.

Il serait possible de pallier ce défaut en définissant une limite au delà de laquelle la fonction serait nulle. Mais premièrement, il faudrait alors modifier le reste de la fonction également afin de conserver la continuité de la fonction. Deuxièmement, il serait délicat de placer cette limite car la fonction gaussienne ne dispose d'aucun point caractéristique évident (excepté son sommet). Troisièmement, il est plus simple d'utiliser une fonction polynôme comme exposé par la suite que d'effectuer ces modifications.

1.5.5.4 Fonction polynôme

La fonction polynôme représentée figure 1.24d est définie par la formule (1.31). En dehors des coefficients du polynôme, les paramètres de cette fonction sont d_{sec}^v , β_m et d_{voi}^v , qui définissent respectivement la distance de sécurité, l'influence maximale des véhicules du voisinage et l'étendue du voisinage.

$$\beta_j(d_{ij}) = \begin{cases} \beta_m & \text{si } d_{ij} \leq d_{\text{sec}}^v \\ \beta_m \cdot \left(2 \left(\frac{d_{ij} - d_{\text{sec}}^v}{d_{\text{voi}}^v - d_{\text{sec}}^v} \right)^3 - 3 \left(\frac{d_{ij} - d_{\text{sec}}^v}{d_{\text{voi}}^v - d_{\text{sec}}^v} \right)^2 + 1 \right) & \text{si } d_{\text{sec}}^v < d_{ij} \leq d_{\text{voi}}^v \\ 0 & \text{si } d_{\text{voi}}^v < d_{ij} \end{cases} \quad (1.31)$$

L'utilisation d'un polynôme présente l'avantage d'être finement adaptable à nos besoins. À cet effet, les coefficients du polynôme (2, -3, 0 et 1) sont choisis afin que :

- la valeur de la fonction polynôme soit 1 pour $d_{ij} = d_{\text{sec}}^v$: pour que l'influence maximale des véhicules soit définie par β_m uniquement.
- la dérivée de la fonction polynôme soit nulle pour $d_{ij} = d_{\text{sec}}^v$: pour que l'influence des véhicules varie peu dans la zone inutile $d_{ij} < d_{\text{sec}}^v$. Cette zone est inutile car un véhicule situé à l'intérieur a déjà causé une collision.
- la valeur du polynôme soit nulle pour $d_{ij} = d_{\text{voi}}^v$: pour assurer la continuité.
- la dérivée de la fonction polynôme soit nulle pour $d_{ij} = d_{\text{voi}}^v$: pour que l'influence des véhicules cesse très progressivement lorsqu'ils s'éloignent.

La fonction polynôme ainsi obtenue remplit nos deux premiers critères de choix. En effet l'influence des véhicules augmente lorsque la distance diminue et la fonction est continue. Toutefois, comme pour la fonction trapèze, cette augmentation est insuffisamment rapide pour que les véhicules proches soient prioritaires sur les véhicules éloignés et la fonction ne dispose pas de suffisamment de paramètres pour résoudre ce problème.

1.5.5.5 Fonction composée de deux polynômes

La fonction composée de deux polynômes représentée figure 1.24e est définie par la formule (1.32). En dehors des coefficients des polynômes, les paramètres de cette fonction sont d_{sec}^v , β_d , d_{des}^v , β_m et d_{voi}^v qui définissent respectivement la distance de sécurité, l'influence des véhicules proches, la frontière entre voisins proches et éloignés, l'influence des véhicules éloignés et l'étendue du voisinage.

$$\beta_j(d_{ij}) = \begin{cases} \beta_m & \text{si } d_{ij} \leq d_{\text{sec}}^v \\ \beta_d + (\beta_m - \beta_d) \cdot \left(\left(\frac{d_{ij} - d_{\text{sec}}^v}{d_{\text{des}}^v - d_{\text{sec}}^v} \right)^3 - 2 \left(\frac{d_{ij} - d_{\text{sec}}^v}{d_{\text{des}}^v - d_{\text{sec}}^v} \right)^2 + 1 \right) & \text{si } d_{\text{sec}}^v < d_{ij} \leq d_{\text{des}}^v \\ \beta_d \cdot \left(2 \left(\frac{d_{ij} - d_{\text{des}}^v}{d_{\text{voi}}^v - d_{\text{des}}^v} \right)^3 - 3 \left(\frac{d_{ij} - d_{\text{des}}^v}{d_{\text{voi}}^v - d_{\text{des}}^v} \right)^2 + 1 \right) & \text{si } d_{\text{des}}^v < d_{ij} \leq d_{\text{voi}}^v \\ 0 & \text{si } d_{\text{voi}}^v < d_{ij} \end{cases} \quad (1.32)$$

Afin de définir l'influence des voisins proches, indépendamment de l'influence des voisins éloignés, nous choisissons d'ajouter à la fonction polynôme définie précédemment une seconde fonction polynôme. Les coefficients de cette seconde fonction (1, -2, 0 et 1) sont choisis afin que :

- la valeur de la fonction polynôme soit 1 pour $d_{ij} = d_{\text{sec}}^v$: pour que l'influence maximale des véhicules soit défini par β_m uniquement.
- la dérivée de la fonction polynôme soit nulle pour $d_{ij} = d_{\text{sec}}^v$: pour que l'influence des véhicules varie peu dans la zone inutile $d_{ij} < d_{\text{sec}}^v$.
- la valeur de la fonction polynôme soit nulle pour $d_{ij} = d_{\text{des}}^v$: pour assurer la continuité.
- la dérivée de la fonction polynôme soit 1 pour $d_{ij} = d_{\text{des}}^v$: pour que l'influence des voisins augmente brusquement lorsqu'ils deviennent proches du véhicule.

Grâce à ces modifications, cette fonction remplit nos trois critères de choix. En effet, elle augmente fortement lorsque la distance diminue et ne présente pas de discontinuité. De plus, l'addition de deux polynômes permet de définir deux types de zones autour des véhicules. Une zone de grande taille, où l'influence varie lentement lorsque les véhicules sont en sécurité et une zone de taille inférieure, où l'influence des véhicules présentant un danger de collision augmente très rapidement.

La comparaison des figures 1.21a et 1.26a permet de mettre en évidence l'effet bénéfique des fonctions d'influence sur la loi de guidage puisque les distances entre les véhicules respectent à présent les distances de sécurité.

1.5.6 Commande du module de vitesse des véhicules

Jusqu'à présent, tous les véhicules formant la flotte se déplacent avec un module de vitesse constant et de valeur identique. Cette caractéristique engendre d'importantes limitations.

La première est d'empêcher les véhicules en retard d'accélérer pour rattraper le reste de la flotte (ou au contraire, les véhicules en avance de ralentir pour attendre le reste de la flotte). Dans ces cas, le regroupement est compliqué puisque les véhicules devraient effectuer des manœuvres d'attente afin d'attendre les véhicules retardataires. Celles-ci sont toutefois complexes à mettre en place en temps réel et de manière automatique.

En supposant que la flotte de véhicules soit formée, une seconde limitation apparaît dès que la flotte de véhicules change de direction : les véhicules se situant sur l'extérieur du virage ont une plus grande distance à parcourir et prennent du retard par rapport au reste de la flotte.

Enfin, en cas de dangers de collision, les véhicules capables de ralentir disposent de plus de temps pour résoudre le problème avant la collision : laisser passer le voisin trop proche avant de repartir, effectuer une manœuvre importante, etc ...

Nous allons donc compléter la loi de guidage proposée, afin de commander le module de vitesse des véhicules de la même manière que sa direction.

1.5.6.1 Les comportements de répulsion, imitation et attraction

Nous proposons de commander les modules de vitesse des véhicules selon le même schéma que la commande de leur direction. Pour ce faire, il est nécessaire de définir en quoi consistent les différents comportements de base (*i.e.* séparation, imitation (alignement dans le cas de la direction) et cohésion) du point de vue de la vitesse des véhicules.

Le cas où le véhicule i souhaite imiter le véhicule j ne pose pas de problème. Les cas de la cohésion et de la séparation sont relativement simples également.

Si le véhicule i veut s'approcher du véhicule j alors qu'il est situé derrière (resp. devant), il lui faut accélérer (resp. ralentir). Si au contraire il veut s'en éloigner, il doit ralentir s'il est situé derrière et accélérer s'il est situé devant.

Si maintenant le véhicule j est sur le côté du véhicule i , une variation de module de vitesse aura bien moins d'influence sur la distance les séparant qu'une variation de direction. Pour cette raison, et puisque notre objectif est que les véhicules avancent à la même vitesse, nous proposons que les véhicules côte-à-côte cherchent à imiter le module de vitesse de leurs voisins quoi qu'il arrive.

Les modules de vitesse associés aux trois comportements de séparation, imitation et cohésion et permettant de calculer la contribution du véhicule voisin j à la commande de module de vitesse du véhicule i sont donc données par les expressions (1.33) à (1.35) :

$$v_{i,j}^{m,sep} = \begin{cases} v_{min} & \text{si le véhicule } j \text{ est situé devant le véhicule } i \\ v_j^m & \text{si le véhicule } j \text{ est situé à coté du véhicule } i \\ v_{max} & \text{si le véhicule } j \text{ est situé derrière le véhicule } i \end{cases} \quad (1.33)$$

$$v_{i,j}^{m,imi} = v_j^m \quad (1.34)$$

$$v_{i,j}^{m,coh} = \begin{cases} v_{max} & \text{si le véhicule } j \text{ est situé devant le véhicule } i \\ v_j^m & \text{si le véhicule } j \text{ est situé à coté du véhicule } i \\ v_{min} & \text{si le véhicule } j \text{ est situé derrière le véhicule } i \end{cases} \quad (1.35)$$

où v_{min} et v_{max} sont les modules de vitesse minimale et maximale auxquelles peut se déplacer le véhicule i .

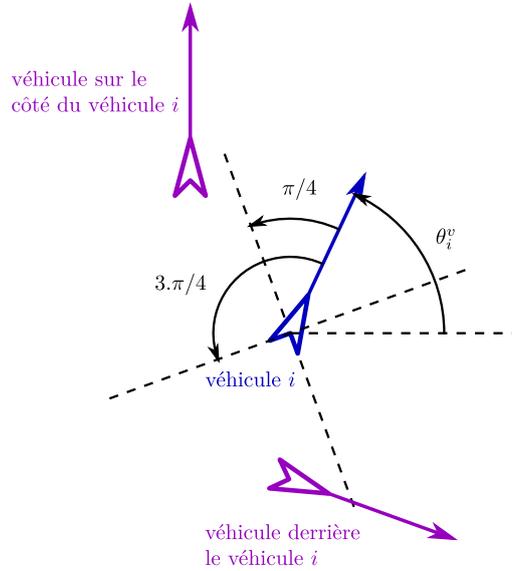


FIGURE 1.25 – Définition de véhicules "sur le côté"

1.5.6.2 Définition de "côte-à-côte"

Nous considérons ici que le véhicule i est sur le côté du véhicule j si la valeur absolue de l'angle entre la direction du véhicule i et la ligne de vue le liant au véhicule j est comprise dans l'intervalle $[\pi/4, 3\pi/4]$. La figure 1.25 illustre cette définition donnée par la formule (1.36).

$$\left| \arg(\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i) - v_i^\theta \right| \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right] \quad (1.36)$$

1.5.6.3 Utilisation des fonctions d'espacement et d'influence

Les fonctions d'espacement présentées en 1.5.4 permettent de définir quels comportements les véhicules doivent adopter les uns envers les autres en fonction de la distance les séparant. La fonction d'influence présentée en 1.5.5 permet quant à elle de définir l'importance relative des contributions des différents véhicules.

Puisque les comportements de base ont été définis du point de vue de la vitesse, ces fonctions sont compatibles avec la commande du module de vitesse des véhicules. Le module de vitesse du véhicule i est donc donné par les expressions (1.37) et (1.38).

$$u_i^m(k+1) = \frac{\sum_{j=1}^N \beta_j(d_{i,j}) \cdot v_{i,j}^m(k)}{\sum_{j=1}^N \beta_j(d_{i,j})} \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} v_{i,j}^m(k) &= \alpha_j^{sep}(d_{ij}) \cdot v_{i,j}^{m,sep} \\ &\quad + \alpha_j^{all}(d_{ij}) \cdot v_{i,j}^{m,imi} \\ &\quad + \alpha_j^{coh}(d_{ij}) \cdot v_{i,j}^{m,coh} \end{aligned} \quad (1.38)$$

où $v_{i,j}^m(k)$ est la contribution du véhicule j au contrôle du module de vitesse du véhicule i .

La figure 1.26 présente l'effet de la commande de la vitesse sur la flotte de véhicules. Dans 1.26a, certains véhicules sont en retard sur le reste de la flotte, ils ne pourront pas la rattraper car ils ne peuvent pas accélérer. Dans 1.26b à présent, l'ensemble des véhicules forme une flotte compacte.

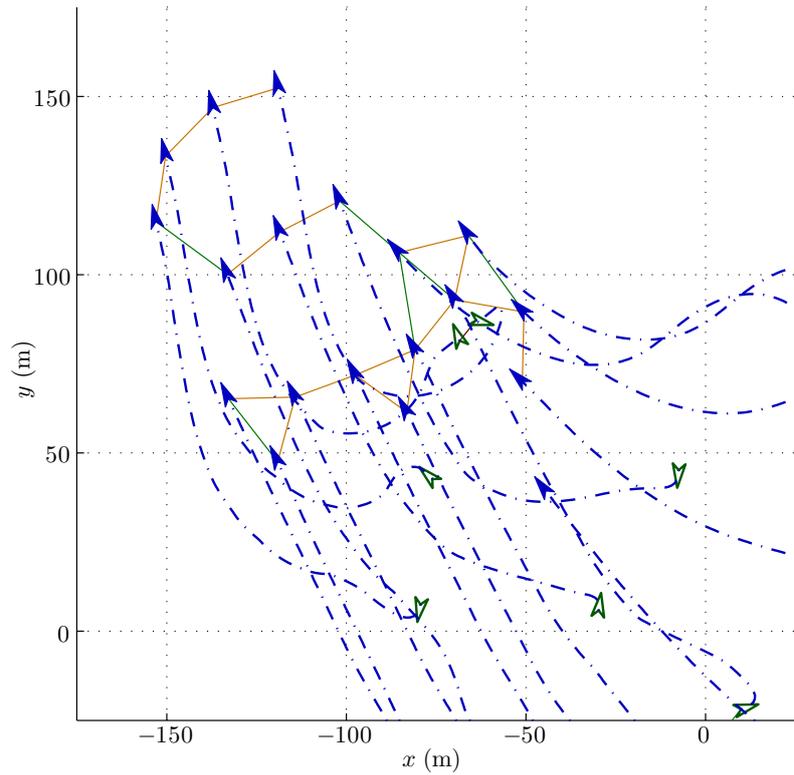
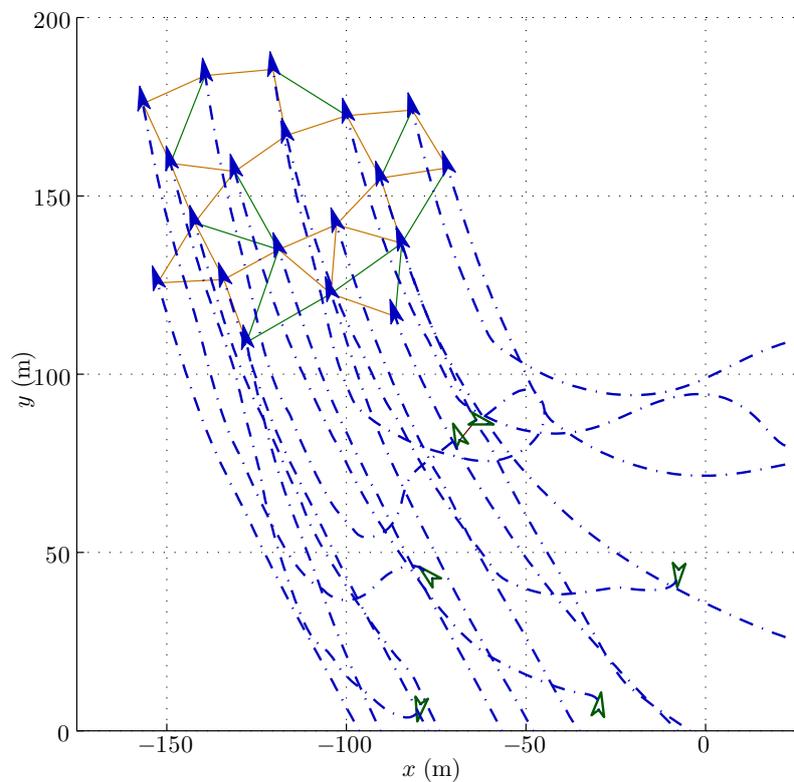
(a) Vitesse constante ($v_n = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)(b) Vitesse commandé ($v_{min} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_{max} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

FIGURE 1.26 – Effet de la commande de vitesse ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$; $d_{per}^v = d_{voi}^v = d_{att}^v = 100 \text{ m}$; $d_{des}^v = 20 \text{ m}$; $d_{rep}^v = 15 \text{ m}$; $d_{sec}^v = 10 \text{ m}$; $\beta_m = 0,2$; $\beta_d = 10$)

1.5.6.4 Bilan

La commande du module de vitesse des véhicules est complémentaire de la commande de leur direction. En effet, dans le cas où deux véhicules sont côte-à-côte, une variation de vitesse n'a que peu d'effet sur la distance qui les sépare, alors qu'une variation de direction aura un effet bien plus important. La situation est inversée si les véhicules sont l'un derrière l'autre. Dans ce cas, changer de direction n'est pas aussi efficace que modifier le module de vitesse.

Les modifications apportées permettent de commander la vitesse des véhicules, ce qui améliore grandement la capacité des véhicules à contrôler la distance les séparant. Le comportement du groupe est donc amélioré et il devient possible par exemple de rejoindre/maintenir le groupe dans les virages ou de ralentir en cas de danger de collision.

1.5.7 Limitation de la vitesse angulaire des véhicules

La loi de guidage proposée fournit à chaque véhicule un vecteur vitesse à suivre. Ce vecteur vitesse est calculé d'après les contributions des véhicules voisins et ne prend pas en compte d'éventuelles contraintes pouvant s'exercer sur les véhicules. En particulier, des véhicules réels ne peuvent pas changer instantanément de direction.

Il serait difficile d'imposer le respect de ces contraintes au niveau du calcul de la commande. Aussi, pour s'assurer que la commande fournie à chaque véhicule soit faisable, nous limitons, après son calcul, l'amplitude du changement de direction $\Delta v_{max}^\theta = \frac{|v_i^\theta(k) - v_i^\theta(k-1)|}{\Delta t}$ qui est demandé à chaque véhicule i .

Le risque que cette saturation de la commande détériore le comportement de la loi de guidage n'est pas négligeable. D'après les simulations conduites cependant, cette limitation change effectivement le comportement de la flotte mais sans en détériorer significativement les performances.

La figure 1.27 illustre l'influence d'une limitation à $\Delta v_{max}^\theta = 0,3 \text{ rad. s}^{-1}$ sur une flotte de véhicules. Nous constatons figure 1.27b que les changements de direction des véhicules sont plus progressifs que ceux illustrés figure 1.27a. Cette différence modifie nécessairement la position relative des véhicules à la fin de la simulation. Mais comme les véhicules restent capables de manœuvrer assez rapidement, ils parviennent à se regrouper sans produire de collision.

1.5.8 Récapitulatif de la loi de guidage proposée

Nous récapitulons à présent l'ensemble de la loi de guidage proposée dans ce chapitre.

L'état $\mathbf{x}_i(k)$ de chaque véhicule est composé de sa position $\mathbf{p}_i(k) = [p_i^x(k) \ p_i^y(k)]^t$ et de sa vitesse $\mathbf{v}_i(k) = [v_i^m(k) \ v_i^\theta(k)]^t$, définie par son module $v_i^m(k)$ et sa direction $v_i^\theta(k)$. La commande de chaque véhicule consiste en une vitesse $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^m(k) \ u_i^\theta(k)]^t$, définie elle aussi par son module $u_i^m(k)$ et sa direction $u_i^\theta(k)$.

L'évolution de l'état des véhicules est définie par le modèle discret (1.39) à (1.41), consistant en un intégrateur simple.

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot v_i^m(k) \cdot \begin{bmatrix} \cos(v_i^\theta(k)) \\ \sin(v_i^\theta(k)) \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

$$v_i^m(k+1) = u_i^m(k) \quad (1.40)$$

$$v_i^\theta(k+1) = u_i^\theta(k) \quad (1.41)$$

La commande de chaque véhicule i est élaborée en fonction de l'état des autres véhicules de la flotte de la façon suivante :

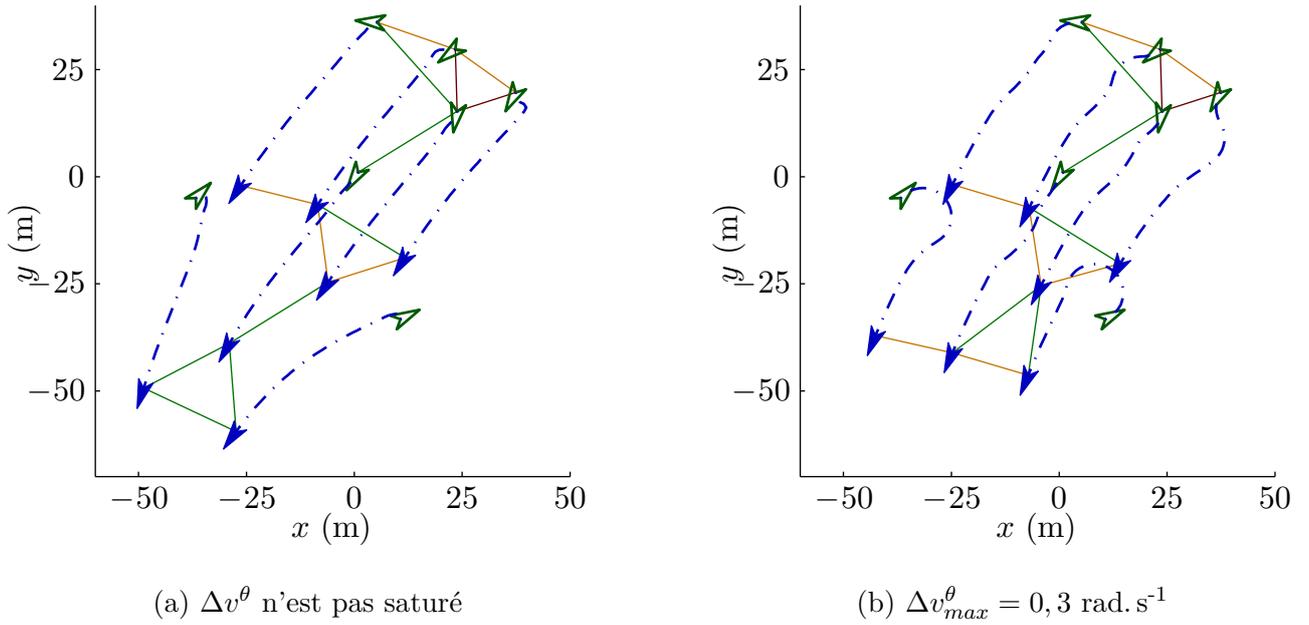


FIGURE 1.27 – Effet de la saturation de la vitesse angulaire des véhicules ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$; $v_{min} = 1 \text{ m.s}^{-1}$; $v_{max} = 4 \text{ m.s}^{-1}$; $d_{per}^v = d_{voi}^v = d_{att}^v = 100 \text{ m}$; $d_{des}^v = 20 \text{ m}$; $d_{rep}^v = 15 \text{ m}$; $d_{sec}^v = 10 \text{ m}$; $\beta_m = 0,2$; $\beta_d = 10$)

1. le véhicule i calcule les contributions $v_{i,j}^m$ et $v_{i,j}^\theta$ des autres véhicules à sa propre commande. Ces contributions sont calculées en effectuant la moyenne de trois comportements de base : séparation, alignement (ou imitation) et cohésion, pondérés par les fonctions d'espacement $\alpha_j^{sep}(d_{ij})$, $\alpha_j^{all}(d_{ij})$ et $\alpha_j^{coh}(d_{ij})$: (1.42) et (1.43).
2. le véhicule i calcule l'influence des autres véhicules grâce à leur fonction d'influence $\beta_j(d_{ij})$ composée de deux polynômes (1.32).
3. la commande du véhicule i est obtenue en effectuant la moyenne des contributions des véhicules pondérées par leurs influences : (1.44) et (1.45), puis saturée à Δv_{max}^θ .

$$\begin{aligned}
 v_{i,j}^m(k) &= \alpha_j^{sep}(d_{ij}) \cdot v_{i,j}^{m,sep} \\
 &\quad + \alpha_j^{all}(d_{ij}) \cdot v_{i,j}^{m,imi} \\
 &\quad + \alpha_j^{coh}(d_{ij}) \cdot v_{i,j}^{m,coh}
 \end{aligned} \tag{1.42}$$

$$\begin{aligned}
 v_{i,j}^\theta(k) &= \alpha_j^{sep}(d_{ij}) \cdot \arg(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \\
 &\quad + \alpha_j^{all}(d_{ij}) \cdot v_j^\theta \\
 &\quad + \alpha_j^{coh}(d_{ij}) \cdot \arg(\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i)
 \end{aligned} \tag{1.43}$$

$$u_i^\theta(k+1) = \arctan \left(\frac{\sum_{j=1}^N \beta_j(d_{i,j}) \cdot \sin(v_{i,j}^\theta(k))}{\sum_{j=1}^N \beta_j(d_{i,j}) \cdot \cos(v_{i,j}^\theta(k))} \right) \tag{1.44}$$

$$u_i^m(k+1) = \frac{\sum_{j=1}^N \beta_j(d_{i,j}) \cdot v_{i,j}^m(k)}{\sum_{j=1}^N \beta_j(d_{i,j})} \tag{1.45}$$

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une loi de guidage coopératif distribuée utilisant la règle des plus proches voisins. Cette règle permet en effet de faire apparaître une coopération entre les véhicules de manière simple. La commande des véhicules consiste en un vecteur vitesse, défini par son module et sa direction.

Afin de rassembler les véhicules et de former une flotte, la commande de chaque véhicule respecte les trois règles définies par Reynolds : séparation, alignement et cohésion. Au contraire des travaux de Reynolds, dans lesquels chaque règle propose au véhicule à commander une consigne d'accélération prenant en compte l'ensemble des véhicules en vue, nous appliquons ces règles individuellement à chaque véhicule en vue. Les consignes produites par ces trois règles sont combinées grâce à des fonctions d'espacement afin de former la contribution de chaque véhicule à la commande. Les contributions des différents voisins sont ensuite combinées grâce à une fonction d'influence afin de former la commande du véhicule. La fonction d'influence est conçue pour que l'influence des véhicules les plus proches surpassent celle des véhicules éloignés qui sont plus nombreux, dans le but notamment d'éviter les collisions entre les véhicules.

Afin de démontrer que la loi de guidage proposée entraîne la formation d'une flotte de véhicules, nous nous sommes notamment intéressés aux travaux de Jadbabaie [JLM02] et Sepulchre [Sep11]. La preuve de stabilité de la loi de guidage proposée n'est toutefois pas encore apportée et s'inscrit en perspective de cette thèse. En effet, celle-ci présente deux difficultés importantes : les incertitudes sur les relations de voisinage ainsi que la non-linéarité du mode de calcul de la moyenne de plusieurs angles utilisée. Ainsi, la démonstration que fournit Jadbabaie n'est valable que lorsque la moyenne arithmétique est utilisée.

Quoi qu'il en soit, les simulations présentées dans ce chapitre permettent de constater une efficacité certaine de la loi de guidage proposée. Une étude empirique sur un grand nombre de simulations pourrait être conduite afin de déterminer avec plus de précision les performances de cette loi.

Dans ce chapitre, nous ne nous sommes pas intéressés aux problèmes liés à la transmission d'ordres à la flotte de véhicules, ni à l'évitement des obstacles extérieurs. Ces deux points seront résolus grâce à des agents virtuels, qui sont décrits dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Utilisation d'agents virtuels pour transmettre des consignes à la flotte de véhicules

La loi de guidage coopératif utilisant la règle des plus proches voisins que nous avons développée au chapitre 1 permet de guider une flotte de véhicules de sorte que ceux-ci se regroupent, puis se déplacent ensemble en restant groupés et sans produire de collision entre eux.

En utilisant uniquement la règle des plus proches voisins il n'est cependant pas possible de diriger la flotte de véhicules ainsi obtenue. En effet, comme la commande de chaque véhicule dépend uniquement de la position relative et de la vitesse des autres véhicules, il n'existe pour le moment aucun moyen d'assigner une mission à la flotte autre que celle de se regrouper.

Afin de diriger la flotte de véhicules, nous souhaitons être capables de lui indiquer des zones dangereuses, à éviter, des consignes de vitesse et de direction, à suivre, et des positions cibles, à rejoindre. Or, ces trois comportements : éviter, suivre, rejoindre sont déjà inclus dans la loi de guidage puisque les véhicules peuvent s'éloigner, s'imiter et s'approcher les uns des autres. Il suffirait donc d'étendre ces comportements à d'autres objets que les autres véhicules du groupe pour permettre le guidage de la flotte.

Dans ce chapitre, nous proposons donc d'utiliser des agents virtuels afin de diriger la flotte de véhicules. Ces agents sont considérés de la même manière que des véhicules standards afin d'influencer la flotte de véhicules sans en modifier la loi de guidage. Ils permettent d'éviter les obstacles, de transmettre des consignes de direction et de vitesse, ainsi que de représenter une position cible à atteindre.

Dans un premier temps, nous définissons précisément les agents virtuels, puis nous expliquons et illustrons par des simulations leurs différents usages. Nous abordons enfin le problème de la gestion de ces agents.

2.1 Définition des agents virtuels

Afin d'influencer la flotte de véhicules sans nécessiter de modification de la structure de leur loi de guidage, les agents virtuels sont similaires aux véhicules standards. Chaque agent virtuel j est donc défini par sa position $\mathbf{p}_j(k)$, son vecteur vitesse $\mathbf{v}_j(k)$, un ensemble de fonctions d'espacement α_j et d'influence β_j .

Le vecteur vitesse $\mathbf{v}_j(k)$ associé à chaque agent virtuel ne représente toutefois pas son mouvement réel. Il est utilisé uniquement afin de transmettre des consignes aux véhicules de la flotte. Nous avons

utilisé des agents virtuels immobiles, mais il est possible, sans modifier l'approche proposée, d'utiliser des agents mobiles.

Enfin, les modules de vitesse associés aux trois comportements de séparation $v^{m,sep}$, imitation $v^{m,imi}$ et cohésion $v^{m,coh}$ définis à la section 1.5.6.1 font également partie des caractéristiques des agents virtuels pouvant être modifiées afin des les adapter à nos besoins.

Lors du calcul de la commande d'un véhicule i , chaque agent virtuel est considéré comme un véhicule standard de la flotte. Le véhicule i s'en approche, l'imité ou s'en éloigne donc en fonction des informations données par les fonctions d'espacement α_j , et avec l'importance donnée par la fonction d'influence β_j de l'agent. La structure de la loi de guidage résumée section 1.5.8 est donc toujours valable.

En choisissant les différentes caractéristiques des agents virtuels, il est ainsi possible de modifier le comportement global du groupe de véhicules face à un objet. Par exemple, supprimer le comportement d'attraction si l'objet est un obstacle, ou renforcer la capacité d'attraction si l'objet désigne une cible à atteindre. Différentes manières d'utiliser les agents virtuels sont à présent définies.

2.2 Les différents usages d'un agent virtuel

Selon les fonctions d'espacement (α_j) et d'influence (β_j) qui leur sont associées, les agents virtuels peuvent avoir plusieurs usages. Quatre usages sont proposés et décrits ici : désigner une cible à atteindre, une direction à suivre, un obstacle ou la direction à suivre pour éviter un obstacle.

2.2.1 Désigner la cible des véhicules

La première utilisation d'un agent virtuel que nous avons envisagée est de désigner une cible que les véhicules doivent atteindre.

Une cible est avant tout un objet attirant la flotte de véhicules. Pour cette raison, un agent virtuel désignant une cible se caractérise par une fonction d'attraction valant 1 tandis que les fonctions d'imitation et de répulsion sont nulles, (2.1) à (2.3). Puisque α_{cible}^{all} est nulle, la direction du vecteur vitesse de l'agent virtuel est sans importance.

$$\alpha_{cible}^{sep} = 0 \tag{2.1}$$

$$\alpha_{cible}^{all} = 0 \tag{2.2}$$

$$\alpha_{cible}^{coh} = 1 \tag{2.3}$$

Nous ne souhaitons pas que les véhicules accélèrent afin d'atteindre leur cible commune, au contraire, nous souhaitons qu'ils aient une vitesse proche de la vitesse nominale v_n . Pour cela, le module de vitesse associé au comportement de cohésion est défini égal à v_n pour cet agent.

$$v_{cible}^{m,coh} = v_n \tag{2.4}$$

Une cible peut être d'intérêt local (intéressant un véhicule passant à proximité seulement), ou global (intéressant tous les véhicules). Cette notion est traduite par la forme de la fonction d'influence. Plus la fonction d'influence est étendue, plus la zone d'intérêt est grande. La forme de la fonction d'influence indique également la priorité de cette cible par rapport au reste de la mission. Plus l'amplitude de la fonction d'influence est grande, plus la cible est prioritaire.

L'effet d'un agent virtuel "objectif" est illustré par la figure 2.1. Dans la simulation présentée, un agent virtuel est ajouté à l'instant $k = 81$. Cette cible est d'intérêt global et prioritaire : sa fonction

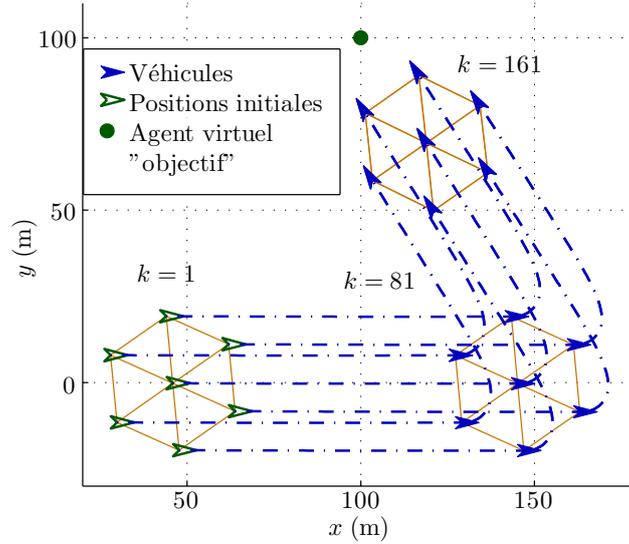


FIGURE 2.1 – Effet d'un agent virtuel "objectif" ($\Delta t = 0,5 s$; Véhicules : $v_{min} = 1 m.s^{-1}$; $v_{max} = 4 m.s^{-1}$; $d_{per}^v = d_{voi}^v = d_{att}^v = 100 m$; $d_{des}^v = 20 m$; $d_{rep}^v = 15 m$; $d_{sec}^v = 10 m$; $\beta_m = 0,2$; $\beta_d = 10$)

d'influence est constante et vaut $\beta_m = 0,75$ quelle que soit la distance la séparant des véhicules. Rappelons que l'influence d'un véhicule sur sa propre commande est par définition égale à 1, afin de servir de base de réglage des influences des autres objets. La valeur de $\beta_m = 0,75$ est suffisante pour que l'ordre d'attraction soit considéré comme prioritaire car tous les véhicules sont influencés simultanément et en permanence.

Il est possible d'utiliser consécutivement plusieurs agents virtuels "objectif" : lorsque le premier est atteint par la flotte de véhicule, il est retiré et un second est défini pour le remplacer, et ainsi de suite. De cette manière, il est possible de définir point par point la trajectoire désirée des véhicules.

2.2.2 Signaler une direction à prendre, une vitesse souhaitée

La seconde utilisation envisagée d'un agent virtuel est de désigner la direction que les véhicules doivent suivre.

Afin d'indiquer la direction que la flotte de véhicules doit suivre ou la vitesse souhaitée, un agent virtuel "directeur" se caractérise par une fonctions d'imitation valant 1 tandis que les fonction d'attraction et de répulsion sont nulles, (2.5) à (2.7). Le module et la direction du vecteur vitesse de l'agent indiquent donc les valeurs désirées pour les véhicules.

$$\alpha_{directeur}^{sep} = 0 \quad (2.5)$$

$$\alpha_{directeur}^{all} = 1 \quad (2.6)$$

$$\alpha_{directeur}^{coh} = 0 \quad (2.7)$$

Afin de transmettre la consigne, le module de vitesse associé au comportement d'imitation est défini égal à la vitesse $v_{directeur}^m$ de l'agent (2.8).

$$v_{directeur}^{m,imi} = v_{directeur}^m \quad (2.8)$$

Comme pour les agents virtuels désignant une cible, la fonction d'influence pour ceux désignant une direction permet de définir l'étendue de la zone d'intérêt et la priorité de l'information de direction.

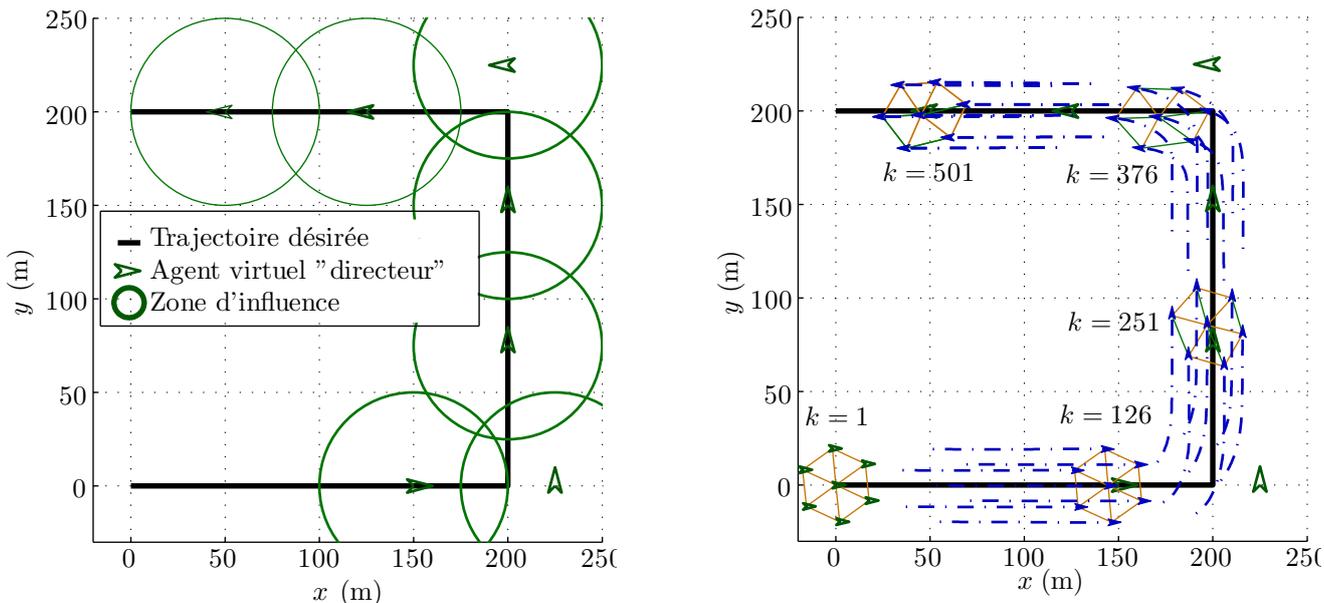


FIGURE 2.2 – Effet d'un agent virtuel "directeur" ($\Delta t = 0,5 s$; Véhicules : $v_{min} = 1 m.s^{-1}$; $v_{max} = 4 m.s^{-1}$; $d_{per}^v = d_{voi}^v = d_{att}^v = 100 m$; $d_{des}^v = 20 m$; $d_{rep}^v = 15 m$; $d_{sec}^v = 10 m$; $\beta_m = 0,2$; $\beta_d = 10$)

Cette utilisation des agents virtuels est délicate car il faut tenir compte, lors de leur définition, du temps nécessaire à la flotte de véhicules pour converger dans la direction imposée par l'agent virtuel. Plus le nombre de véhicules est grand, ou plus l'amplitude de la fonction d'influence de l'agent virtuel est faible, plus la convergence sera longue.

L'effet d'un agent virtuel "directeur" est illustré par la figure 2.2. Dans cette simulation, une trajectoire prédéfinie est balisée par une série d'agent virtuels. Afin de contrôler précisément le moment où la flotte de véhicule change de direction, nous avons choisi de rendre l'influence de chaque agent, locale et prioritaire. Sa fonction d'influence est donc la fonction polynôme définie à la section 1.5.5.4 avec $d_{sec}^o = 0 m$, $\beta_m = 5$ et $d_{voi}^o = 50 m$.

Nous avons ensuite observé le comportement de la flotte de véhicules lorsqu'elle est mise en présence aux agents ainsi définis afin de connaître le délai de convergence. Cette étude empirique, qui nous a permis de déterminer simplement ce délai, pourra, dans de prochains travaux, être remplacée par une étude théorique prenant en compte le nombre et la manœuvrabilité des véhicules, ainsi que les fonctions d'influences utilisées.

La prise en compte du délai de convergence ainsi déterminé, nous a enfin conduit à décaler deux des agents virtuels de la trajectoire désirée des véhicules, afin que ces derniers ne tournent pas trop tôt.

Un usage imaginé mais non expérimenté de ce type d'agent virtuel consiste à définir de façon dynamique la direction indiquée par l'agent virtuel. Il est ainsi envisageable d'influencer les véhicules à prendre une direction en fonction de critères arbitraires, par exemple : faire tourner la flotte de véhicule en rond autour d'un agent virtuel, ou changer la direction indiquée en fonction de la présence d'autres véhicules, tel un aiguilleur du ciel.

2.2.3 Signaler un obstacle

La troisième utilisation d'un agent virtuel que nous avons envisagée est de désigner un obstacle que les véhicules doivent éviter.

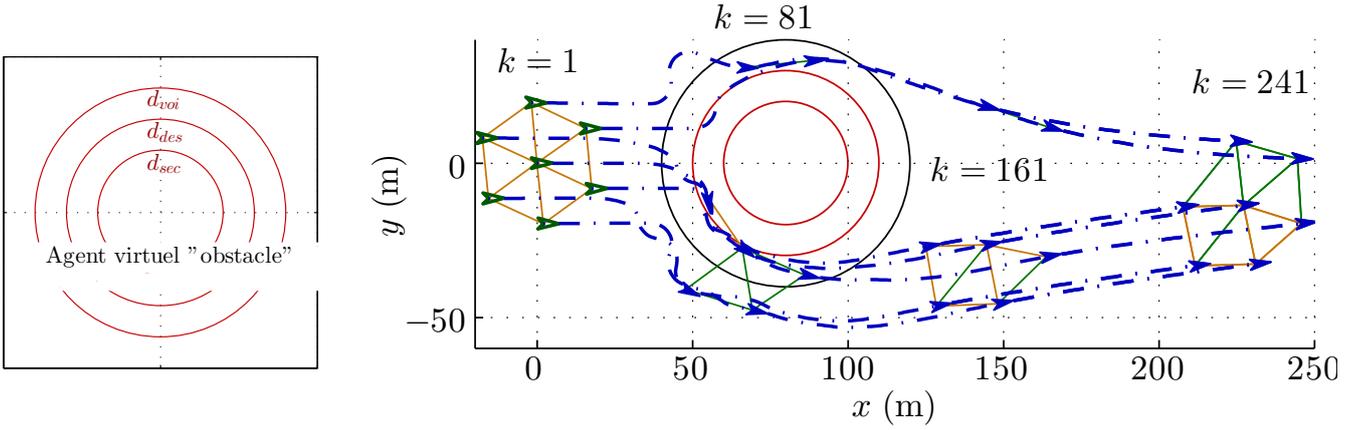


FIGURE 2.3 – Effet d'un agent virtuel "obstacle" ($\Delta t = 0,5 s$; Véhicules : $v_{min} = 1 m.s^{-1}$; $v_{max} = 4 m.s^{-1}$; $d_{per}^v = d_{voi}^v = d_{att}^v = 100 m$; $d_{des}^v = 20 m$; $d_{rep}^v = 15 m$; $d_{sec}^v = 10 m$; $\beta_m = 0,2$; $\beta_d = 10$)

Un obstacle est avant tout un objet qui repousse la flotte de véhicules. Pour cette raison, un agent virtuel désignant un obstacle se caractérise par une fonction de répulsion valant 1 tandis que les fonctions d'imitation et d'attraction sont nulles, (2.9) à (2.11). Puisque $\alpha_{obstacle}^{all}$ est nulle, la direction du vecteur vitesse de l'agent virtuel est sans importance.

$$\alpha_{obstacle}^{sep} = 1 \quad (2.9)$$

$$\alpha_{obstacle}^{all} = 0 \quad (2.10)$$

$$\alpha_{obstacle}^{coh} = 0 \quad (2.11)$$

Nous ne souhaitons pas que les véhicules accélèrent afin de s'éloigner d'un obstacle. En effet, cela n'est pas utile puisque cela n'aurait d'effet que lorsque l'obstacle serait derrière le véhicule et ne présenterait donc plus de danger. Pour cela, le module de vitesse associé au comportement de séparation est défini par (2.12) pour cet agent.

$$v_{i,obstacle}^{m,sep} = \begin{cases} v_{min} & \text{si l'obstacle est situé devant le véhicule } i \\ v_n & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.12)$$

Afin de permettre l'évitement de l'obstacle sans perturber les véhicules qui sont éloignés, la fonction d'influence des agents virtuels désignant un obstacle doit avoir une portée limitée et devenir prépondérante lorsqu'un véhicule s'approche, de même que la fonction d'influence d'un véhicule décrite section 1.5.5.5 (fonction composée de deux polynômes).

L'effet d'un agent virtuel "obstacle" est illustré par la figure 2.3. Dans la simulation présentée, un agent virtuel représentant un obstacle est placé sur la trajectoire des véhicules. Les paramètres de réglage de la fonction d'influence sont les suivants : $d_{sec}^o = 20 m$, $\beta_m = 100$, $d_{des}^o = 30 m$, $\beta_d = 2$ et $d_{voi}^o = 40 m$. d_{sec}^o représente la taille de l'obstacle ainsi qu'une distance de sécurité, d_{des}^o et d_{voi}^o ont été choisis en tenant compte de la dynamique des véhicules afin de leur donner le temps de changer de direction avant la collision. Les valeurs de β_m et β_d permettent quant à elles de rendre l'influence de l'obstacle largement prioritaire.

Lors de cette simulation, la flotte de véhicules s'est séparée en deux groupes afin d'éviter la collision avec l'obstacle.

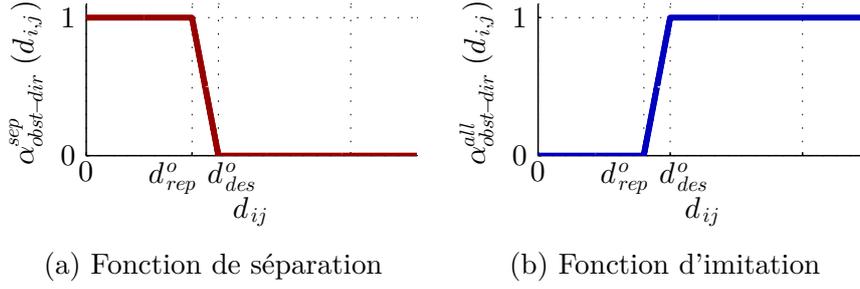


FIGURE 2.4 – Fonctions d'espacement utilisées pour un agent virtuel "obstacle et direction"

2.2.4 Signaler la direction à suivre pour éviter un obstacle

Les agents virtuels "obstacles" présentent un défaut important : les véhicules arrivant face à de tels agents sont repoussés, mais ne savent pas dans quelle direction aller afin d'éviter l'obstacle en poursuivant leur mission. Ils font donc simplement demi-tour. Pour corriger ce défaut, nous proposons de combiner les agents virtuels "directeur" et "obstacle" afin d'indiquer aux véhicules la direction suivant laquelle éviter cet obstacle.

En plus de repousser les véhicules, un agent virtuel "obstacle et direction" indique donc une direction préférée d'évitement à la flotte de véhicule. Ces agents virtuels se caractérisent par les fonctions d'espacement (2.13) à (2.15) représentées à la figure 2.4. Le module et la direction du vecteur vitesse de l'agent indiquent donc les valeurs désirées pour les véhicules.

$$\alpha_{obst-dir}^{sep}(d_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{si } d_{ij} < d_{rep}^o \\ \frac{d_{des}^o - d_{ij}}{d_{des}^o - d_{rep}^o} & \text{si } d_{rep}^o \leq d_{ij} \leq d_{des}^o \\ 0 & \text{si } d_{des}^o < d_{ij} \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\alpha_{obst-dir}^{all}(d_{ij}) = \begin{cases} 0 & \text{si } d_{ij} < d_{rep}^o \\ 1 - \frac{d_{des}^o - d_{ij}}{d_{des}^o - d_{rep}^o} & \text{si } d_{rep}^o \leq d_{ij} \leq d_{des}^o \\ 1 & \text{si } d_{des}^o < d_{ij} \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\alpha_{obst-dir}^{coh} = 0 \quad (2.15)$$

Afin de transmettre la consigne, les modules de vitesse associés aux comportements de séparation et d'imitation sont définis par (2.16) et (2.17).

$$v_{i,obst-dir}^{m,sep} = \begin{cases} v_{min} & \text{si l'obstacle est situé devant le véhicule } i \\ v_{obst-dir}^m & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.16)$$

$$v_{obst-dir}^{m,imi} = v_{obst-dir}^m \quad (2.17)$$

La fonction d'influence de cet agent est définie de la même manière que celle de l'obstacle simple afin d'influencer uniquement les véhicules en danger de collision. Elle doit cependant être un peu plus étendue afin de permettre à la flotte de véhicules d'anticiper son mouvement.

L'effet d'un agent virtuel "obstacle et direction" est illustré par la figure 2.5. Dans cette simulation, l'agent virtuel indique qu'il faut éviter l'obstacle par le haut. Les valeurs définissant les fonctions d'espacement sont $d_{rep}^o = 20 \text{ m}$ et $d_{des}^o = 40 \text{ m}$. La fonction d'influence utilisée prend la forme décrite à la section 1.5.5.5, définie par deux polynômes, avec $d_{sec}^o = 20 \text{ m}$, $\beta_m = 100$, $d_{des}^o = 30 \text{ m}$, $\beta_d = 2$ et

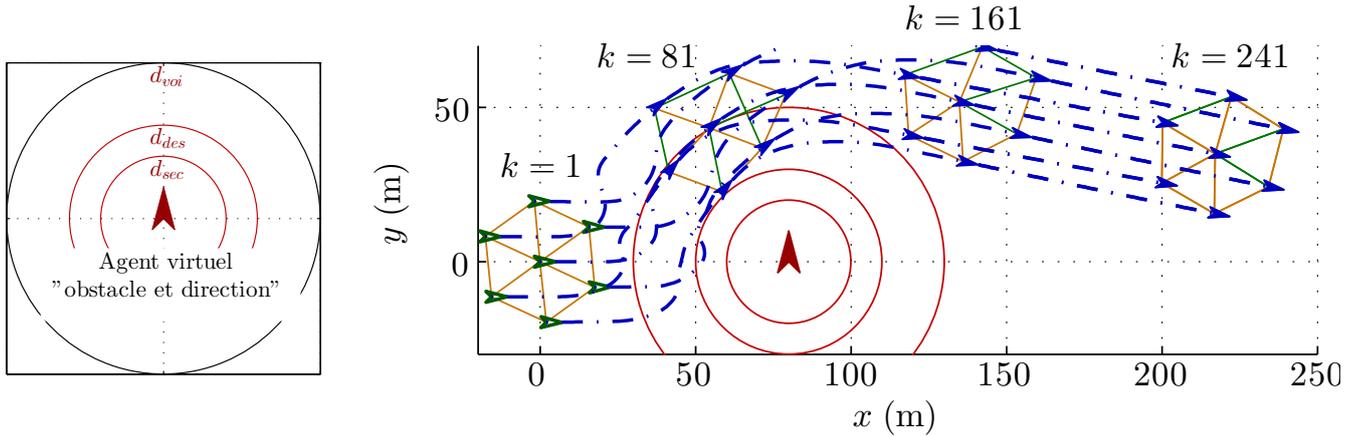


FIGURE 2.5 – Effet d'un agent virtuel "obstacle et direction" ($\Delta t = 0,5 s$; Véhicules : $v_{min} = 1 m.s^{-1}$; $v_{max} = 4 m.s^{-1}$; $d_{per}^v = d_{voi}^v = d_{att}^v = 100 m$; $d_{des}^v = 20 m$; $d_{rep}^v = 15 m$; $d_{sec}^v = 10 m$; $\beta_m = 0,2$; $\beta_d = 10$)

$d_{voi}^o = 50 m$. Lors de cette simulation, la flotte de véhicules anticipe l'évitement d'obstacle et parvient à rester groupée en suivant la direction d'évitement indiquée par l'agent virtuel.

De la même manière qu'avec les agents virtuels "directeur", il est possible de définir de façon dynamique la direction indiquée par l'agent virtuel. Cela permettrait par exemple de reproduire le contournement d'un rond point en faisant varier la direction pour indiquer en permanence "la droite du véhicule".

2.3 Combiner différents types d'agents virtuels

En utilisant les différents types d'agents virtuels proposés, nous pouvons décrire les différents aspects de l'environnement et de la mission des véhicules : obstacles, cibles successives, couloir de vol, etc.

Dans le scénario présenté à la figure 2.6, nous utilisons tous les types d'agents virtuels afin de définir la mission des véhicules : rejoindre la première cible en évitant le premier obstacle, puis monter en suivant les agents virtuels "directeur" avant de rejoindre la seconde cible en évitant les obstacles. Les caractéristiques des agents virtuels sont les mêmes que celles présentées précédemment.

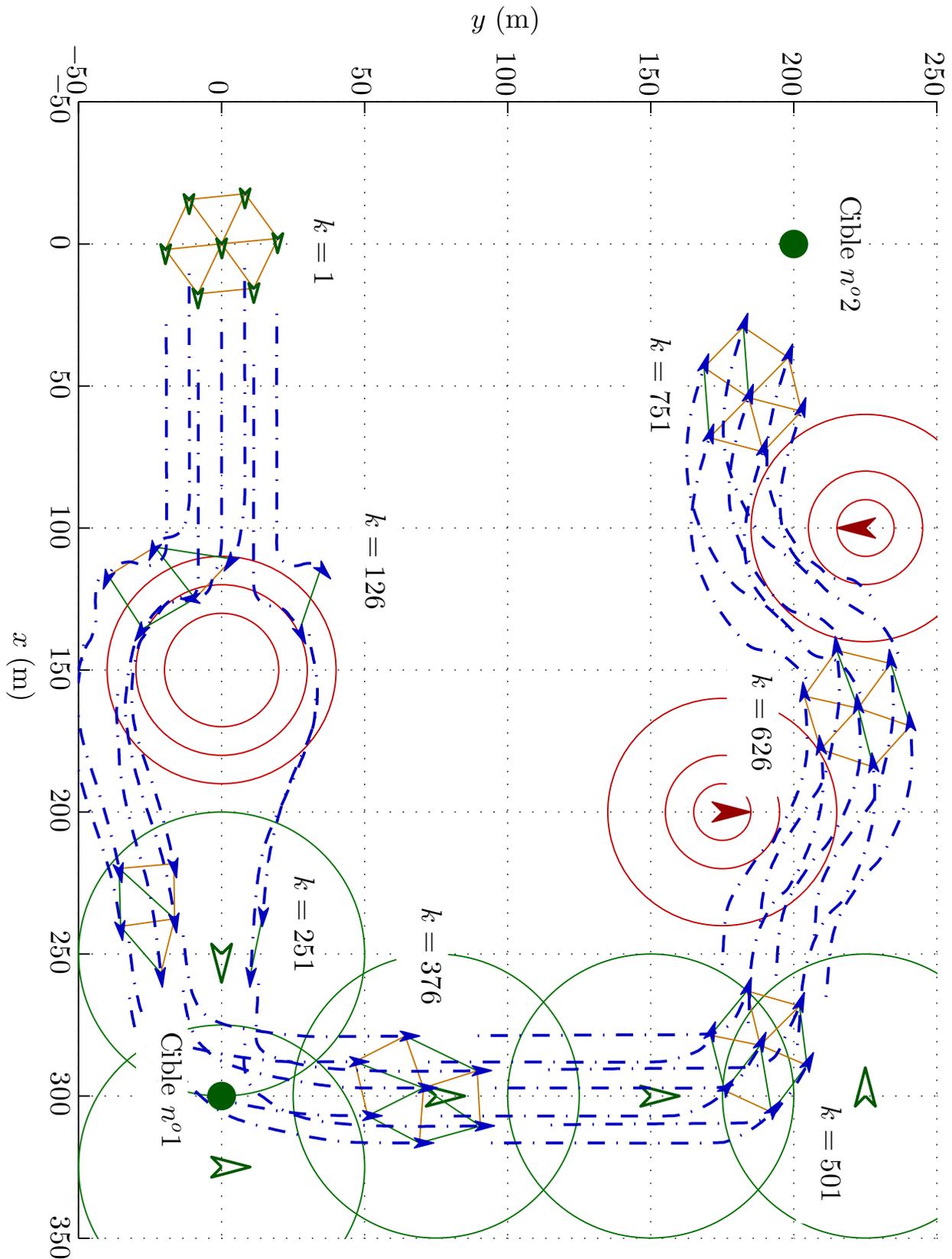


FIGURE 2.6 – Combinaison des différents type d'agents virtuels ($\Delta t = 0,5 s$; Véhicules : $v_{min} = 1 m.s^{-1}$; $v_{max} = 4 m.s^{-1}$; $d_{per}^v = d_{voi}^v = d_{att}^v = 100 m$; $d_{des}^v = 20 m$; $d_{rep}^v = 15 m$; $d_{sec}^v = 10 m$; $\beta_m = 0,2$; $\beta_d = 10$)

2.4 La gestion des agents virtuels

Afin de calculer sa commande, chaque véhicule a besoin des informations sur les véhicules voisins ainsi que celles des agents virtuels susceptibles de l'influencer. Ces informations regroupent notamment les positions, vecteurs vitesses, fonctions d'espacement et d'influence.

Grâce aux mesures directes et aux communications entre véhicules, il est simple d'obtenir les informations nécessaires sur les autres véhicules. Pour les agents virtuels en revanche, comme ceux-ci ne sont pas des objets réels avec lesquels les véhicules peuvent communiquer ou qu'ils pourraient mesurer, nous avons besoin d'un autre moyen pour obtenir leurs propriétés.

Nous regroupons donc l'ensemble des propriétés des agents virtuels dans une liste, et cherchons à présent comment gérer cette liste. Trois méthodes de gestion sont envisagées ici. Une gestion figée depuis le début de la mission, une gestion centralisée par un coordinateur désigné, et une gestion coopérative par l'ensemble du groupe de véhicules.

2.4.1 Gestion figée

La solution la plus simple pour gérer la liste des agents virtuels est de la définir une fois pour toute avant le début de la mission. Elle est communiquée au début de la mission à tous les véhicules qui la conservent en mémoire et agissent en fonction des informations qu'elle contient.

Cette solution est cependant peu pratique car trop rigide. Il n'est en effet plus possible de modifier la mission une fois que celle-ci a commencé. Impossible donc de transmettre l'information qu'un nouvel obstacle a été découvert ou que la cible à atteindre a changé de position. Cette solution se limite donc aux environnements bien connus et n'évoluant pas durant la mission.

2.4.2 Gestion centralisée

Une seconde solution consiste à confier la gestion de la liste à un coordinateur unique. Celui-ci peut être un des véhicules ou un centre de commande externe. Ce coordinateur est chargé de maintenir à jour la liste des agents virtuels, en tenant compte des informations recueillies. Il communique ensuite cette liste à tous les véhicules.

C'est une solution relativement simple, permettant de faire évoluer la mission en temps réel. Un défaut majeur de cette méthode de gestion est de remettre en question l'aspect distribué du système. Ceci se traduit par la fragilité induite par la présence d'un coordinateur. Si celui-ci est détruit ou perd la communication avec le groupe de véhicules, la liste des agents virtuels n'est plus mise à jour et risque de devenir obsolète.

Ce défaut peut être réduit si, en cas de perte de communication avec le coordinateur, un autre coordinateur est désigné au sein du groupe.

2.4.3 Gestion coopérative

Une autre solution est de confier la gestion de la liste d'agents virtuels à l'ensemble du groupe de véhicules. La mise à jour de la liste est alors négociée tout au long de la mission. Chaque véhicule devient un organe de décision, capable d'interpréter les informations qu'il recueille et de les communiquer au reste du groupe en ajoutant, modifiant ou supprimant des agents virtuels pour signifier l'apparition ou le mouvement d'un obstacle par exemple.

Ces modifications devront être datées et leur auteur identifié afin que les véhicules puissent prendre en compte l'information la plus récente. En cas de conflit entre les informations fournies par plusieurs véhicules, il est nécessaire de disposer d'un moyen d'arbitrer les différents véhicules. Les travaux de

Wei Ren [RB05] sur la recherche de consensus au sein d'un groupe de véhicules sont une piste pour le faire.

2.4.4 Bilan

Les solutions de gestion des agents virtuels ont été présentées par ordre de complexité croissante. La solution que nous avons adoptée lors de nos simulations est la gestion centralisée car elle reste simple à mettre en œuvre et permet de faire évoluer la mission des véhicules en temps réel. Nous avons fait ce choix afin de tester simplement la faisabilité de la loi de guidage. D'autres travaux devront être effectués afin de pouvoir réellement distribuer celle-ci sur un grand nombre de véhicules.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et expliqué l'utilisation d'agents virtuels afin de diriger une flotte de véhicules soumise à la règle des plus proches voisins proposée au chapitre 1. Les informations de position et de vitesse de ces agents virtuels sont pris en compte dans la loi de guidage des véhicules standards exactement comme s'ils étaient eux-même des véhicules standards. Grâce à cela, il est possible de transmettre des consignes à la flotte, sans modifier la structure de la loi de guidage des véhicules.

En adaptant les fonctions d'espacement de ces agents virtuels, il est possible de les utiliser afin de représenter une cible que les véhicules doivent atteindre, une direction à suivre, ou un obstacle à éviter. Un avantage d'utiliser des agents virtuels pour assurer l'évitement d'obstacle est d'indiquer aux véhicules suivant quelle direction éviter cet obstacle, permettant à la flotte de véhicules d'anticiper et de rester groupée.

En adaptant les fonctions d'influence des agents virtuels, il est également possible de modifier la priorité de la consigne transmise par chaque agent virtuel, ainsi que la région dans laquelle cette consigne est effectivement appliquée.

Dans les travaux présentés, les informations de position et de vitesse des agents virtuels sont définies lors de leurs créations et ne varient pas. Afin de pouvoir utiliser ces agents virtuels comme des leaders, des "aiguilleurs" ou des ronds-points, nous pourrions définir les propriétés des agents virtuels de manière dynamique : en fonction du temps, de la position des véhicules ou du nombre de véhicules par exemple.

D'autre part, la mise à disposition des informations concernant les agents virtuels est un point délicat. Ces informations doivent être fournies à tous les véhicules et pouvoir être mises à jour si nécessaire. La gestion centralisée utilisée lors de nos travaux induit une faiblesse qu'il faut prendre en compte, notamment à cause du risque de perdre la connexion avec le coordinateur gérant les agents virtuels. Leur gestion complètement distribuée réclamerait une étude complémentaire afin notamment de garantir la convergence des informations détenues par les différents véhicules de la flotte.

Enfin, les commandes générées par la loi de guidage que nous avons proposée sont des vecteurs vitesse, définis par leur module et leur angle. Afin de tester simplement les possibilités offertes par cette loi de guidage, nous avons donc utilisé comme modèle d'évolution des véhicules un intégrateur simple, ce qui est assez éloigné de la réalité.

Afin d'utiliser un modèle d'évolution plus réaliste, nous pourrions explorer deux pistes : la première consisterait simplement à fournir les commandes élaborées par notre loi de guidage en entrée d'une boucle d'asservissement des véhicules utilisant un modèle plus réaliste. Il faudrait alors tenir compte du temps de réponse de la boucle interne lors de la mise au point de la loi de guidage.

Une seconde solution serait de reformuler les comportements de séparation, alignement et cohésion en termes d'accélération, permettant ainsi de commander les véhicules en accélération comme le fait Reynolds. Dans cette éventualité, il faudrait prendre garde à ce que l'amplitude des contributions des véhicules ne masque pas leur importance.

Le mode de calcul de la commande des véhicules, en combinant l'état des véhicules voisins, permet de disposer d'une loi de guidage extrêmement simple à mettre en œuvre et induisant une très faible charge de calcul.

À cause de cela cependant, il n'est pas possible de tenir compte des contraintes physiques des véhicules. Cela fait que la loi de guidage calcule parfois des commandes que les véhicules sont incapables d'appliquer.

Ce mode de calcul ne permet pas non plus de prendre en compte le temps nécessaire pour que les véhicules manœuvrent. Afin d'éviter efficacement les obstacles et assurer le suivi de trajectoire, les agents virtuels doivent donc être définis en tenant compte de la dynamique de la flotte de véhicules. Cela peut se révéler délicat, notamment parce que la taille de la flotte de véhicule doit être prise en compte.

Dans la seconde partie de ce manuscrit, nous étudions une loi de guidage ne présentant pas ces deux limitations utilisant la commande prédictive, ou commande à horizon glissant.

Deuxième partie

Loi de guidage coopératif utilisant la commande prédictive

Dans cette partie, nous étudions une loi de guidage coopératif utilisant la commande prédictive.

Le principe de la commande prédictive, ou commande à horizon glissant, est d'utiliser un modèle dynamique du système à asservir afin d'anticiper son évolution, et de déterminer la meilleure commande permettant de suivre la consigne en respectant les contraintes placées sur le système et sa commande.

Elle consiste à rechercher, à chaque itération, la meilleure séquence de commandes de durée finie (H_c : horizon de commande), permettant de minimiser l'écart entre la consigne et la réponse prédite du système sur un horizon de temps fini (H_p : horizon de prédiction) en utilisant le modèle dynamique. Seul le premier élément de la séquence de commandes ainsi calculée est appliqué au système. À l'itération suivante, la procédure est répétée en utilisant les informations mises à jour suivant le principe de l'horizon glissant.

Les premiers travaux concernant la commande prédictive sont ceux de Jacques Richalet en 1976 ([Ric+76], [Ric+78]). Ceux-ci concernent la commande de processus industriels lents et complexes, dans les domaines de la chimie et du raffinage par exemple.

Le principe de la commande prédictive a depuis fait l'objet d'abondantes recherches afin d'en améliorer les performances, la robustesse et d'en étendre le champ d'application. Le lecteur intéressé trouvera de nombreuses états de l'art sur le sujet, parmi lesquels [ML97], [QB03] et [Bem06].

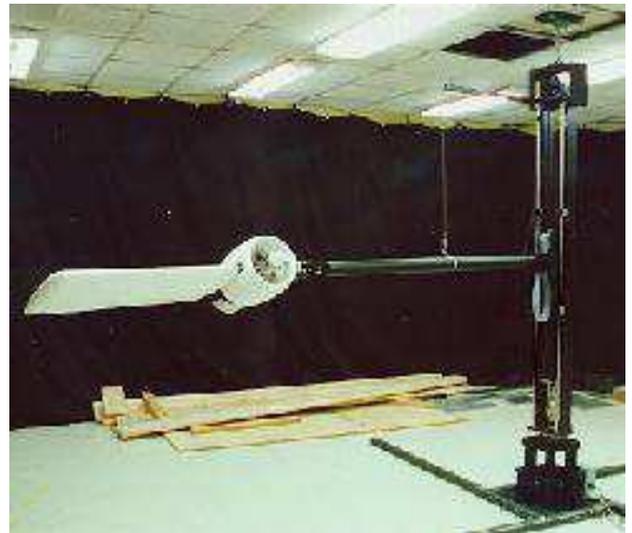
Les avantages de la commande prédictive sont notamment la simplicité de définition et de mise en œuvre tout en assurant un comportement robuste puisqu'elle permet de tenir compte des contraintes sur le système et de limiter les variations brusques de la commande.

La commande prédictive présente toutefois deux inconvénients qui sont tout d'abord la charge de calcul importante utilisée pour la prédiction de l'évolution du système ainsi que l'incertitude sur la durée de calcul nécessaire à l'obtention de la commande due à l'utilisation d'une procédure d'optimisation numérique.

Récemment, grâce à l'augmentation de la puissance de calcul des processeurs, la commande prédictive est utilisée afin d'asservir des systèmes dont la dynamique est beaucoup plus rapide et est fortement non-linéaire. Dunbar [Dun04] par exemple utilise une stratégie de commande prédictive afin d'asservir la position du "Caltech ducted fan" (video¹). Dans [AM08], un système composé de deux pendules inversés différents fixés au même actionneur est asservi grâce à une stratégie de commande prédictive non-linéaire.

Dans le domaine de la commande de véhicules autonomes, la commande prédictive fait également l'objet de recherches actives. Dans [KSS02] et [KS03], une approche prédictive est utilisée pour commander un modèle non-linéaire d'hélicoptère à 6 degrés de liberté. Le problème d'optimisation est résolu grâce à une procédure de descente de gradient, mais le problème de stabilité en boucle fermée n'est pas résolu.

Dans [BPH07], les auteurs fournissent une analyse de la stabilité d'une loi de commande prédictive non-linéaire contractante permettant à un véhicule isolé de suivre une trajectoire prédéfinie.



Le "Caltech Ducted Fan"

1. www.youtube.com/watch?v=ZFb5kFpgCm4

Dans [Fre06], l'auteur présente une stratégie de commande prédictive utilisant une optimisation par recherche aléatoire, permettant d'obtenir la séquence de commande avec une durée de calcul constante quelles que soient les circonstances. La stratégie proposée permet à un véhicule seul soit d'explorer une zone, soit de suivre une trajectoire prédéfinie ou de visiter une série de points de passage dans un environnement encombré par des obstacles.

L'utilisation de la commande prédictive dans le cadre du guidage coopératif est confrontée à la difficulté supplémentaire de gérer un grand nombre de véhicules. Cela implique en effet que la dimension de l'état du système, composé de tous les véhicules, est importante et que le problème d'optimisation à résoudre afin de trouver la séquence optimale de commandes est difficile. La distribution de la commande des véhicules parmi les différents véhicules permet de répartir la charge de calcul, mais entraîne alors la difficulté de la synchronisation des différents véhicules : [Dun04].

Les recherches actuelles sur la commande prédictive coopérative se concentrent sur le vol en formation de véhicules suivant une trajectoire définie par d'autres moyens, et l'étude de la convergence des positions des véhicules au sein de la flotte : [ODM03], [DM04], [VRW05], [WYB07], [MRA11]. Dans [KMK12], les auteurs séparent la flotte de véhicules en petit groupes, chacun commandé de manière centralisée afin d'obtenir une excellente coordination. Les différents groupes coopèrent ensuite de manière décentralisée afin de coordonner leurs mouvements.

L'objectif de la loi de guidage coopératif de type commande prédictive distribuée que nous proposons est d'assurer aussi bien le vol en formation des véhicules, que la progression de la flotte obtenue vers les points de passage définissant leur mission et l'évitement des collisions entre véhicules et avec des obstacles extérieurs. Nous souhaitons de plus, ne faire apparaître aucune hiérarchie dans le groupe de véhicules. Le but recherché est que, chaque véhicule étant interchangeable, la perte de l'un d'entre eux ne nécessite aucune reconfiguration de la structure de commande.

Dans le chapitre 3, nous présentons une loi de guidage coopératif adaptée à des véhicules de type avion évoluant à altitude constante. La mission des véhicules est de rejoindre une série de points de passage, définissant la trajectoire désirée de la flotte de véhicules, tout en restant groupée et évitant les collisions.

Dans le chapitre 4, nous proposons de compléter la loi de guidage afin de permettre la réalisation de mission de type exploration.

Dans le chapitre 5 enfin, nous repartons de la loi de guidage du chapitre 3 afin de l'adapter au guidage de véhicules de type hélicoptère quadrirotor évoluant en trois dimensions.

Chapitre 3

Utilisation de la commande prédictive pour le guidage par points de passage, en 2D, d'une flotte de véhicules de type avion

Dans les chapitres précédents, une loi de guidage inspirée de la règle des plus proches voisins a été développée et étudiée. Cette loi de guidage permet de guider un ensemble de véhicules de façon à ce qu'ils forment une flotte et suivent les consignes données sous la forme d'agents virtuels. Cette loi possède l'avantage d'être très simple à mettre en œuvre, mais elle ne prend pas en compte les contraintes physiques des véhicules et ne permet pas d'anticiper le mouvement des véhicules. Ces deux restrictions doivent être prise en compte lors de la définition des agents virtuels

Afin de permettre aux véhicules d'anticiper sur les événements futurs, pour l'évitement de collision et le maintien de la cohésion de la flotte, nous avons ensuite étudié la piste d'une loi de guidage très employée dans le domaine du guidage de missile : la navigation proportionnelle.

La navigation proportionnelle consiste à calculer l'accélération à appliquer à un véhicule afin d'annuler la vitesse de rotation de la ligne de vue entre celui-ci et sa cible. Ceci permet de placer le véhicule et sa cible dans une figure de collision (*i.e.* le mouvement des deux objets est tel que ceux-ci se rencontreront).

L'étude menée au sujet de cette loi de guidage nous a conduit à l'écarter car de trop nombreuses limitations empêchent de l'utiliser dans le cadre de la commande coopérative. De plus, elle ne permet pas de prendre en compte les contraintes physiques sur les véhicules. L'annexe C explique les principes de la navigation proportionnelle et expose les grandes lignes des développements effectués.

Par la suite, nous nous sommes intéressés à la commande prédictive, car elle permet d'anticiper l'évolution des véhicules et les effets de la commande de manière beaucoup plus précise que la navigation proportionnelle, tout en tenant compte des contraintes physiques sur l'état et la commande des véhicules

Dans ce chapitre, nous proposons une loi de guidage coopératif de type commande prédictive distribuée. Cette loi est conçue afin que les différents véhicules de la flotte se regroupent, puis progressent tous ensemble vers les différents points de passage définissant leur mission, tout en restant groupés et sans produire de collision.

En premier lieu, nous décrirons le problème à résoudre, puis les travaux ayant inspiré notre étude. Nous détaillerons ensuite la loi de guidage que nous proposons et nous évaluerons ses performances grâce à des simulations numériques.

3.1 Description du problème

Dans ce chapitre, nous considérons une flotte constituée de N véhicules identiques de type avion. Les mouvements de ces véhicules sont restreints à un plan horizontal.

L'état $\mathbf{x}_i(k) = [\mathbf{p}_i(k)^t \ \mathbf{v}_i(k)^t \ v_i^\omega(k)]^t$ de chaque véhicule i à l'instant k est constitué de sa position $\mathbf{p}_i(k) = [p_i^x(k) \ p_i^y(k)]^t$, de son vecteur vitesse $\mathbf{v}_i(k) = [v_i^m(k) \ v_i^\theta(k)]^t$ défini par son module $v_i^m(k)$ et sa direction $v_i^\theta(k)$, et de sa vitesse de virage $v_i^\omega(k)$ par rapport au repère inertiel \mathcal{F} commun à tous les véhicules.

La commande $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^m(k) \ u_i^\theta(k)]^t$ de chaque véhicule est composée d'une accélération linéaire $u_i^m(k)$ et d'une accélération angulaire $u_i^\theta(k)$.

L'évolution de l'état de chaque véhicule i est décrite par le modèle discret suivant (3.1) à (3.4) dans lequel Δt désigne le pas de temps.

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot v_i^m(k) \cdot \begin{bmatrix} \cos(v_i^\theta(k)) \\ \sin(v_i^\theta(k)) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$v_i^m(k+1) = v_i^m(k) + \Delta t \cdot u_i^m(k) \quad (3.2)$$

$$v_i^\theta(k+1) = v_i^\theta(k) + \Delta t \cdot v_i^\omega(k) \quad (3.3)$$

$$v_i^\omega(k+1) = v_i^\omega(k) + \Delta t \cdot u_i^\theta(k) \quad (3.4)$$

Les limitations des véhicules sont exprimées par les contraintes suivantes sur leur état et leur commande (3.5) à (3.8).

$$v_{min} \leq v_i^m(k) \leq v_{max} \quad \forall k \quad (3.5)$$

$$v_{min}^\omega \leq v_i^\omega(k) \leq v_{max}^\omega \quad \forall k \quad (3.6)$$

$$u_{min}^m \leq u_i^m(k) \leq u_{max}^m \quad \forall k \quad (3.7)$$

$$u_{min}^\theta \leq u_i^\theta(k) \leq u_{max}^\theta \quad \forall k \quad (3.8)$$

Notre objectif est de construire une loi de guidage distribuée \mathbf{u} de type commande prédictive permettant de guider la flotte de véhicules vers une série de points de passage connus. Durant leur trajet, les véhicules ne doivent pas entrer en collision, ni entre eux, ni avec des obstacles extérieurs. La commande des véhicules doit tenir compte des contraintes (3.5) à (3.8).

Dans ce chapitre, nous proposons une méthode pour que les véhicules se dirigent, groupés, vers un même point de passage. Puis, dès qu'un point de passage est atteint, nous les véhicules doivent se diriger vers le point de passage suivant dans la liste. Un point de passage est considéré atteint lorsque l'un des véhicules s'en approche à une distance inférieure à d_{vis} .

Afin de former une flotte cohérente, nous souhaitons que les véhicules coopèrent les uns avec les autres. À cet effet, les véhicules se communiquent leurs positions prédites et prennent ces dernières en compte lors du calcul de leur propre commande.

Comme au chapitre 1, nous considérons que les véhicules forment une flotte s'ils se déplacent dans la même direction, avec le même module de vitesse et qu'aucun véhicule, ou groupe de véhicules, n'est séparé du reste de la flotte par une distance plus grande qu'un seuil d_{per}^v . La distance entre deux véhicules doit être proche d'une valeur choisie d_{des}^v ($d_{des}^v < d_{per}^v$) lorsqu'aucun véhicule ne les sépare. Enfin, afin d'éviter les collisions, les véhicules doivent maintenir à tout instant une distance entre eux supérieure à d_{sec}^v ($d_{sec}^v < d_{des}^v$).

Afin d'éviter les collisions avec les obstacles, une distance minimale désirée d_{des}^o est définie entre les véhicules et les obstacles. Quoi qu'il arrive, la distance entre les véhicules et les obstacles ne doit pas être inférieure au seuil d_{sec}^o ($d_{sec}^o < d_{des}^o$).

Enfin, nous souhaitons que les véhicules se déplacent à la vitesse nominale v_n lorsque cela s'avère possible.

3.2 Le problème de commande prédictive

3.2.1 Rappels sur la commande prédictive

Le principe de la commande prédictive, ou commande à horizon glissant, est d'utiliser un modèle dynamique du système à asservir afin d'anticiper son évolution, et de déterminer la meilleure commande permettant de suivre la consigne en respectant les contraintes sur l'état du système et sa commande.

Cette stratégie de commande consiste, à chaque itération, à rechercher grâce à une procédure d'optimisation numérique, la meilleure séquence de commandes de durée finie (H_c : horizon de commande) respectant les contraintes sur l'état du système et sa commande.

Le critère permettant de déterminer quelle est la meilleure séquence de commandes est classiquement nommé fonction objectif (ou fonction de coût). Celle-ci est évaluée, à partir de la réponse du système prédite par un modèle dynamique de prédiction, sur un horizon de temps fini (H_p : horizon de prédiction). Elle peut, par exemple, être l'amplitude maximale ou l'intégrale sur l'horizon de prédiction de l'erreur entre la consigne et la réponse du système, le temps de réponse du système, etc.

Le premier élément de la séquence de commandes ainsi calculée est ensuite appliqué au système. À l'itération suivante, la procédure est répétée afin de calculer une nouvelle séquences de commandes en tenant compte des nouvelles mesures disponibles et ainsi de suite selon le principe de l'horizon glissant.

Remarques

Les longueurs des horizons de commande et de prédiction sont souvent différentes (avec $H_c \leq H_p$) afin d'alléger la charge de calcul (puisque un plus petit nombre de commande est recherché) tout en observant la réponse à long terme du système. Dans ce cas, à la fin de l'horizon de commande, la commande du système peut consister, soit en une commande nulle, soit en la répétition de la dernière commande de la séquence calculée.

Lorsque le temps de calcul nécessaire à l'obtention de la commande est supérieur à la durée d'échantillonnage de la commande Δt , il est possible d'appliquer plusieurs éléments de la séquence de commandes, jusqu'à ce que le calcul de la commande suivante soit terminé. ■

3.2.2 Commande prédictive distribuée de N véhicules

Dans notre étude, à chaque instant k , chaque véhicule recherche sa propre séquence de commandes en résolvant le problème d'optimisation \mathcal{P}^{co} , défini comme suit.

\mathcal{P}^{co} : trouver la séquence de commandes $\mathbf{u}_i^{*k+H_c-1} = [\mathbf{u}_i^*(k) \quad \mathbf{u}_i^*(k+1) \quad \dots \quad \mathbf{u}_i^*(k+H_c-1)]$ de longueur H_c qui minimise la fonction objectif suivante, calculée sur l'horizon de prédiction H_p :

$$J_i^{rhc} \left(k, \mathbf{x}_i(k), \widehat{\mathbf{x}}_{-i, k+1}^{old, k+H_p-1}, \widehat{\mathbf{u}}_{i, k}^{k+H_c-1} \right) \quad (3.9)$$

sous les contraintes sur l'état et la commande du système (3.5) à (3.8).

$\widehat{\mathbf{x}}_{-i, k+1}^{old, k+H_p-1}$ désigne les états prédits (symbolisé par $\widehat{\bullet}$) de tous les véhicules sauf le véhicule i (symbolisé par \bullet_{-i}) entre les instants $k+1$ et $k+H_p-1$. Ces prédictions sont issues des procédures d'optimisation des autres véhicules à l'itération précédente (symbolisée par \bullet^{old}). Elles ont ensuite été

partagées entre les véhicules. Les valeurs dont dispose le véhicule sont donc en retard d'une itération, c'est pourquoi elles ne sont disponibles que jusqu'à l'instant $k + H_p - 1$.

L'état prédit $\widehat{\mathbf{x}}_{i,k+1}^{k+H_c}$ du véhicule i entre les instants $k + 1$ et $k + H_c$ est calculé d'après l'état courant $\mathbf{x}_i(k)$ et la séquence de commandes $\widehat{\mathbf{u}}_{i,k}^{k+H_c-1}$ en utilisant les équations (3.1) à (3.4). Entre les instants $k + H_c$ et $k + H_p$, l'état est prédit en considérant que la commande du véhicule sera nulle.

Remarque

Nous considérons que la commande entre les instants $k + H_c$ et $k + H_p - 1$ est nulle.

En effet, si nous utilisons la dernière valeur de la séquence calculée, il faudrait limiter fortement la dernière commande d'accélération linéaire afin de ne pas excéder la contrainte sur la vitesse linéaire du véhicule. De la même manière, il faudrait limiter fortement la dernière commande d'accélération angulaire sinon la trajectoire prédite des véhicules au delà de l'horizon de commande serait une spirale : les véhicules tournant de plus en plus vite ou au contraire de plus en plus lentement ■

En supposant que le problème \mathcal{P}^{co} peut être résolu en temps réel, la commande prédictive consiste donc à répéter les deux étapes suivantes jusqu'à ce que la mission soit accomplie :

1. chaque véhicule calcule sa séquence de commandes optimale $\mathbf{u}_{i,k}^{*k+H_c-1}$ puis communique les positions prédites correspondantes aux autres véhicules ;
2. chaque véhicule applique la première commande de la séquence : $\mathbf{u}_i^*(k)$ et met à jour les différentes mesures ainsi que son état.

Remarque

L'algorithme que nous proposons n'est pas itératif, c'est à dire que les sous-systèmes (les véhicules) ne partagent des informations qu'une fois par période d'échantillonnage : après l'élaboration de leur séquence de commande. Les stratégies itératives, quant à elles, consistent à ce que, pendant la même période d'échantillonnage, chaque sous-système commandé échange des informations autant de fois que nécessaire à l'élaboration de la commande optimale du système.

En plus de nécessiter une grande capacité de communication, les algorithmes itératifs engendrent une charge de calcul très supérieure à celle des algorithmes non-itératifs. En effet, durant chaque période d'échantillonnage, chaque sous-système doit reprendre la procédure d'optimisation plusieurs fois afin de tenir compte des modifications dans les informations transmises par les autres sous-systèmes. Il existe ainsi une incertitude sur le nombre d'itérations et donc sur la durée nécessaire à l'élaboration de la commande optimale du système.

Cette incertitude n'est pas forcément réhibitoire. Par exemple, lors de la commande d'une chaîne de production dont les processus sont lents et où chaque sous-système communique avec un nombre limité de sous-systèmes, le temps disponible pour rechercher la commande sera souvent largement suffisant. De plus, il peut être important de déterminer une commande la plus proche possible de l'optimum global.

A contrario, lors de la commande d'une flotte de véhicules, dont la dynamique est rapide et où les interactions entre véhicules sont nombreuses, nous devons absolument éviter le cas où la procédure d'optimisation n'est pas encore terminée lorsque la période d'échantillonnage prend fin. En contrepartie, il est souvent moins capital de disposer de la commande globalement optimale à la condition que celle effectivement obtenue soit faisable et proche de l'optimum. ■

3.3 Travaux ayant inspiré la démarche proposée

Parmi les travaux présentés en introduction de cette partie, nous nous sommes particulièrement inspirés de [Fre06], où l'auteur s'intéresse au guidage d'un véhicule unique. Nous allons brièvement expliquer ses principes

3.3.1 Modèle

Le véhicule que considère Frew est de type avion, volant à vitesse constante v_n dans un plan horizontal. L'état $\mathbf{x}(k) = [\mathbf{p}(k)^t \ v^\theta(k) \ v^\omega(k)]^t$ de ce véhicule à l'instant k est constitué de sa position dans le plan $\mathbf{p}(k) = [p^x(k) \ p^y(k)]^t$; de la direction de son vecteur vitesse $v^\theta(k)$ et de sa vitesse de virage $v^\omega(k)$.

La commande du véhicule est une vitesse de virage u^θ , qui est appliquée au véhicule, éventuellement avec un temps de retard T_d en fonction des caractéristiques du véhicule. La vitesse de virage du véhicule est limitée par $\pm v_{max}^\omega$.

3.3.2 Stratégie de guidage

La loi de guidage proposée par Frew est de type commande prédictive. Elle présente deux originalités : la composition de la fonction objectif et la procédure d'optimisation utilisée.

3.3.2.1 Fonction objectif

La fonction objectif proposée par Frew consiste en la somme pondérée de plusieurs critères élémentaires, chaque critère étant associé à une tâche spécifique de la mission que doit accomplir le véhicule. Les pondérations des différents critères reflètent l'importance de la tâche associée par rapport aux autres tâches de la mission.

Les différents critères élémentaires de cette fonction objectif sont regroupés en quatre catégories :

$$J^{hc} = J^u + J^{nav} + J^{info} + J^{safety} \quad (3.10)$$

J^u , le coût de commande, permet de modérer la commande et donc la consommation d'énergie.

J^{nav} , le coût de navigation, prend en charge le déplacement du véhicule. Il consiste, soit en la somme du coût cible et du coût de non-arrivée, permettant de faire avancer le véhicule vers sa cible, soit en un coût de trajectoire, permettant de suivre une trajectoire prédéfinie.

J^{info} , le coût "d'ignorance" de l'environnement, caractérise l'imprécision des informations disponibles sur l'extérieur (présence et position des obstacles). Il pousse le véhicule à diminuer l'incertitude sur la position des obstacles.

J^{safety} , le coût de sécurité, mesure le danger que posent les obstacles. Il est construit de façon à prendre en compte les incertitudes sur la position des obstacles.

Comme le comportement du véhicule dépend des pondérations de chaque terme, Frew propose de les modifier afin d'adapter le comportement du véhicule à différents types de missions. Les missions envisagées sont l'exploration de l'environnement du véhicule si le coût d'ignorance est prépondérant, le suivi de trajectoire ou la navigation par points de passages si le coût de navigation est prépondérant.

3.3.2.2 Recherche de la séquence optimale de commandes

Au lieu d'utiliser une procédure d'optimisation classique, Frew choisit d'utiliser une méthode de recherche aléatoire, laquelle permet de trouver une séquence de commandes faisable, proche de l'optimum, avec un temps de calcul constant quelles que soient les circonstances.

Cette méthode de recherche consiste à prédire les trajectoires du véhicule engendrées par N^c séquences de commandes candidates différentes, puis à choisir, parmi ces trajectoires prédites, celle dont le coût est le plus faible.



FIGURE 3.1 – Trajectoires prédéfinies ajoutées par Frew

La majorité des séquences de commandes candidates est de la forme $[v^\omega \dots v^\omega]$ avec v^ω une vitesse de rotation (différente pour chaque candidate et à chaque itération) tirée aléatoirement dans l'intervalle $[-v_{max}^\omega \ v_{max}^\omega]$.

Cet ensemble de séquences candidates est complété par 10 séquences prédéfinies. Celles-ci sont ajoutées car elles présentent un intérêt particulier, mais ne peuvent pas apparaître parmi les séquences tirées aléatoirement. Les trajectoires résultant de ces commandes prédéfinies sont représentées figure 3.1.

Parmi les séquences prédéfinies se trouvent notamment une séquence de commandes nulles ($v^\omega = 0$), permettant de produire une trajectoire en ligne droite, ainsi que deux séquences de commandes d'amplitude maximale ($v^\omega = \pm v_{max}^\omega$) permettant d'obtenir les virages les plus serrés possibles. On trouve également la séquence de commandes sélectionnée à l'itération précédente, permettant de poursuivre la trajectoire en cours.

3.3.3 Forces et faiblesses de l'approche de Frew

Comme la fonction objectif construite par Frew est définie comme la somme de plusieurs critères, chacun étant associé à une composante de la mission, il est possible de prendre en compte les différentes spécificités de la mission et leur importance les unes par rapport aux autres.

Cependant, comme les minima de chaque critère ne correspondent pas nécessairement à la même commande, la fonction objectif ainsi obtenue peut présenter autant de minima locaux que de composantes de la mission. Cette multitude de minima locaux peut rendre délicate la convergence d'une procédure d'optimisation classique.

Les performances de la méthode d'optimisation par recherche aléatoire utilisée ne sont pas dégradées par la présence de ces minima locaux puisque les séquences de commandes sont réparties sur l'ensemble de l'espace de commande. De plus, la charge de calcul de cette procédure est constante dans toutes les circonstances.

La séquence de commandes sélectionnée grâce à cette méthode de recherche n'est pas la séquence de commandes optimale mais, comme le nombre de séquences de commandes simulées est grand et que ces séquences changent à chaque itération, la trajectoire résultante du véhicule s'approche d'une trajectoire optimale. De plus, par construction, la séquence de commandes générée respecte les contraintes sur la commande du véhicule.

3.3.4 Différences entre l'étude de Frew et l'approche proposée

Dans son étude, Frew s'intéresse à la commande d'un véhicule isolé tandis que nous cherchons ici à guider une flotte de véhicules de manière coopérative. Pour cette raison, il nous faudra adapter la fonction objectif employée par Frew afin de prendre en compte les autres véhicules.

De plus, le véhicule qu'utilise Frew dispose de deux caractéristiques qui ne nous conviennent pas. La première est que la vitesse du véhicule est constante. Cette restriction est spécialement gênante dans le cas du guidage de plusieurs véhicules puisqu'elle empêche les véhicules d'adapter leur vitesse afin de rejoindre le reste des véhicules ou d'éviter une collision.

La seconde est la commande du véhicule en vitesse de virage. Cette caractéristique permet à Frew de construire simplement les séquences de commandes candidates. En revanche, elle entraîne que le modèle de véhicule employé par Frew n'est pas très réaliste.

Par la suite, nous allons donc présenter notre loi de guidage, qui permet de guider une flotte de véhicules de manière coopérative en utilisant des commandes de type accélération linéaire et angulaire.

3.4 Fonction objectif proposée

Les performances d'une stratégie de commande prédictive dépendent largement du choix de la fonction objectif utilisée, $J_i^{rhc}(k, \mathbf{x}_i(k), \widehat{\mathbf{x}}_{-i, k+1}^{old, k+H_p-1}, \widehat{\mathbf{u}}_{i, k}^{k+H_c-1})$ que nous noterons simplement $J_i^{rhc}(k)$ par la suite. En effet, les commandes appliquées par les véhicules correspondent au minimum de cette fonction. Ainsi, sa forme doit permettre d'obtenir le comportement des véhicules que nous souhaitons.

Dans notre étude, comme dans celle de Frew, la mission de chaque véhicule comporte plusieurs tâches spécifiques. Celles-ci sont d'importances différentes et peuvent être classées de la plus prioritaire à la plus facultative. Par exemple, nous considérons que former une flotte est plus urgent que rejoindre le prochain point de passage, mais que l'évitement de collision est prioritaire sur tout.

Afin de prendre en compte les différentes spécificités de la mission et leur importance, nous avons choisi, comme Frew, de définir la fonction objectif comme la somme pondérée de plusieurs critères élémentaires. Chaque critère représente une des spécificités de la mission que les véhicules doivent accomplir. La fonction objectif que nous proposons est maintenant expliquée en détail.

3.4.1 Composantes de la fonction objectif

Les critères élémentaires composant la fonction objectif sont classés en quatre catégories, reflétant les quatre types d'objectifs des véhicules. La première catégorie (J^u) rassemble les coûts de commande. La catégorie des coûts de navigation (J^{nav}) rassemble les coûts dont l'objet est de réguler la trajectoire des véhicules. La catégorie des coûts de mission ($J^{mission}$) regroupe les coûts gérant les tâches principales de la mission confiée aux véhicules. La catégorie des coûts de sécurité (J^{safety}) rassemble les coûts assurant l'intégrité des véhicules.

$$J_i^{rhc}(k) = J_i^u(k) + J_i^{nav}(k) + J_i^{mission}(k) + J_i^{safety}(k) \quad (3.11)$$

3.4.1.1 Coûts de commande

Le rôle des coûts de commande est de minimiser l'amplitude des commandes, donc la consommation d'énergie. Il est composé de deux termes. Le premier, $J_i^{u, module}(k)$, concerne la commande

d'accélération linéaire du véhicule i et le second, $J_i^{u,rotation}(k)$, la commande d'accélération angulaire. Ces deux termes prennent une forme quadratique classiquement rencontrée.

$$J_i^u(k) = J_i^{u,module}(k) + J_i^{u,rotation}(k) \quad (3.12)$$

$$J_i^{u,module}(k) = W^{u,module} \cdot \sum_{n=k}^{k+H_c-1} (\widehat{u}_i^m(n))^2 \quad (3.13)$$

$$J_i^{u,rotation}(k) = W^{u,rotation} \cdot \sum_{n=k}^{k+H_c-1} (\widehat{u}_i^\theta(n))^2 \quad (3.14)$$

$\widehat{u}^m(n)$ et $\widehat{u}^\theta(n)$ sont les n -ième éléments de la séquence de commande d'accélération respectivement linéaire et angulaire; $W^{u,module}$ et $W^{u,rotation}$ sont deux scalaires positifs qui permettent de définir l'importance relative de chaque critère élémentaire composant la fonction objectif. Le choix des valeurs de ces pondérations est expliqué à la section 3.4.2.

3.4.1.2 Coûts de navigation

Le rôle des coûts de navigation est de réguler les trajectoires des véhicules en favorisant les déplacements à vitesse nominale v_n grâce au terme $J_i^{n,module}$ et en ligne droite grâce au terme $J_i^{n,rotation}$. Ces deux composantes prennent une forme quadratique classiquement rencontrée.

$$J_i^{nav}(k) = J_i^{n,module}(k) + J_i^{n,rotation}(k) \quad (3.15)$$

$$J_i^{n,module}(k) = W^{n,module} \cdot \sum_{n=k+1}^{k+H_p} (\widehat{v}_i^m(n) - v_n)^2 \quad (3.16)$$

$$J_i^{n,rotation}(k) = W^{n,rotation} \cdot \sum_{n=k+1}^{k+H_p} (\widehat{v}_i^\omega(n))^2 \quad (3.17)$$

3.4.1.3 Coûts de mission

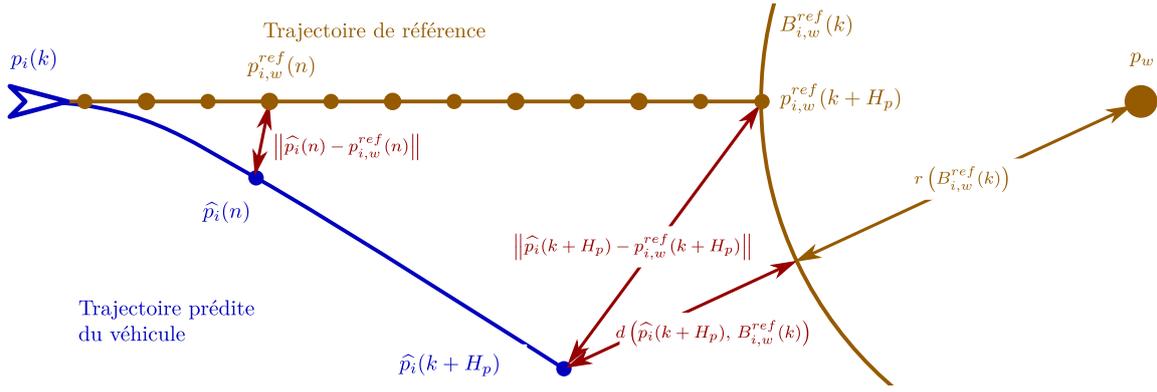
Le rôle des coûts de mission est de faire progresser les tâches principales de la mission des véhicules. Dans le cas étudié, les véhicules ont deux objectifs principaux : rejoindre les points de passage successifs grâce aux termes $J_i^{m,direct}$ et $J_i^{m,final}$, et former une flotte grâce au terme $J_i^{m,flotte}$.

$$J_i^{mission}(k) = J_i^{m,direct}(k) + J_i^{m,final}(k) + J_i^{m,flotte}(k) \quad (3.18)$$

Nous allons à présent expliciter chacun des termes.

$$J_i^{m,direct}(k) = W^{m,direct} \cdot \sum_{n=k+1}^{k+H_p} \left\| \widehat{\mathbf{p}}_i(n) - \mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n) \right\|^2 \quad (3.19)$$

Le terme $J_i^{m,direct}$ incite les véhicules à se diriger, en ligne droite, vers le point de passage courant. Pour cela, des points de référence $\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n)$ (avec $n \in \{k+1, \dots, k+H_p\}$) sont placés entre le véhicule et le point de passage et forment une trajectoire de référence. Pour chaque instant prédit n , $\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n)$ est positionné à l'endroit qu'atteindrait le véhicule i à l'instant n s'il se déplaçait à vitesse nominale v_n , en ligne droite en direction du point de passage courant w (les contraintes physiques du véhicule sont ignorées). La définition des points de référence est illustrée figure 3.2.


 FIGURE 3.2 – Illustration des points de référence et de la boule utilisés par $J^{m,direct}$ et $J^{m,final}$

Les positions de ces points de passage sont données par (3.20) dans laquelle $\mathbf{p}_{i,w}^{dir}$ désigne le vecteur unitaire définissant la direction de la ligne de vue¹ du véhicule i au point de passage (3.21) et $d_{iw}(k)$ désigne la distance entre le véhicule i et le point de passage w à l'instant k .

$$\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n) = \mathbf{p}_i(k) + (n - k) \cdot \Delta t \cdot v_n \cdot \mathbf{p}_{i,w}^{dir} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{p}_{i,w}^{dir} = \frac{\mathbf{p}_w - \mathbf{p}_i(k)}{d_{iw}(k)} \quad (3.21)$$

$$J_i^{m,final}(k) = W^{m,final} \cdot \left(d\left(\widehat{\mathbf{p}}_i(k + H_p), B_{i,w}^{ref}(k)\right) \right)^2 \quad (3.22)$$

Le terme $J^{m,final}$ incite les véhicules à être plus proches du point de passage à la fin de l'horizon de prédiction, quelle que soit la trajectoire empruntée. Pour cela, une boule de référence $B_{i,w}^{ref}(k)$ est définie autour du point de passage w . Elle correspond à la plus petite boule centrée sur le point de passage que le véhicule i peut atteindre, à vitesse nominale, sur l'horizon de prédiction, en ignorant les contraintes sur le véhicule.

Lorsque le véhicule est situé plus loin du point de passage que la distance qu'il peut couvrir à vitesse nominale durant l'horizon de prédiction ($H_p \cdot \Delta t \cdot v_n$), le dernier point de référence $\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(k + H_p)$ est donc situé sur cette boule. Dans tous les cas, le rayon de la boule de référence $r(B_{i,w}^{ref}(k))$ est donné par (3.23).

$$r(B_{i,w}^{ref}(k)) = \begin{cases} 0 & \text{si } d_{iw}(k) \leq H_p \cdot \Delta t \cdot v_n \\ d_{iw}(k) - H_p \cdot \Delta t \cdot v_n & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.23)$$

Remarques

Notre fonction objectif est constituée de la somme de plusieurs termes dont les importances relatives sont définies par les pondérations W^\bullet . Afin que ces importances relatives demeurent constantes au cours de la mission, il est nécessaire que les plages de variations des différents termes restent constantes elles-aussi.

En effet, lors de la procédure d'optimisation, les termes ayant une plus grande plage de variation peuvent faire diminuer davantage la valeur de la fonction objectif et sont donc optimisés prioritairement aux autres. Ainsi, si les plages de variation des différents termes varient (en fonction de la

1. La ligne de vue d'un point w_1 à un point w_2 est la droite liant les deux points, orientée depuis w_1 vers w_2

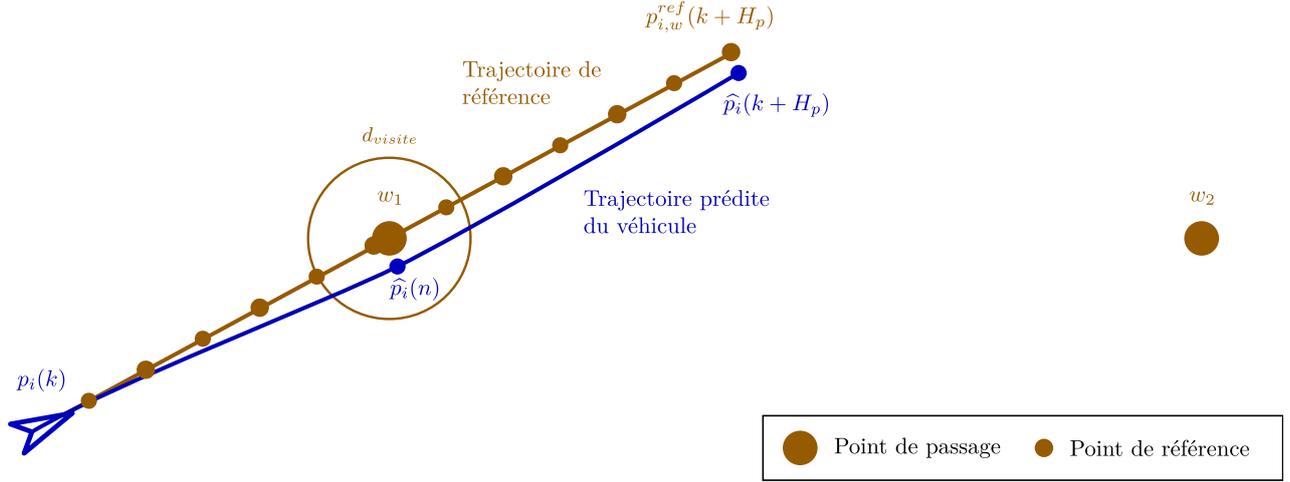


FIGURE 3.3 – Le véhicule atteint le point de passage durant l’horizon de prédiction

distance entre le véhicule et le point de passage par exemple), l’importance relative des différents termes varie également.

C’est pour éviter cela que nous avons utilisé les formes (3.19) et (3.22) au lieu de simples formes quadratiques sur la distance au point de passage.

Les termes $J^{m,direct}$ et $J^{m,final}$ sont complémentaires. En effet, le terme $J^{m,direct}$ permet de favoriser les trajectoires directes vers le point de passage courant, ce qui empêche les véhicules de s’approcher du point de passage en formant une spirale. Cependant, si un obstacle est présent entre le véhicule et le point de passage, $J^{m,direct}$ incite le véhicule à s’arrêter devant l’obstacle afin de s’éloigner le moins possible des points de référence situés au delà de l’obstacle. Dans ce cas, le terme $J^{m,final}$ poussera le véhicule à faire le tour de l’obstacle afin d’être plus proche du point de passage à la fin de l’horizon de prédiction.

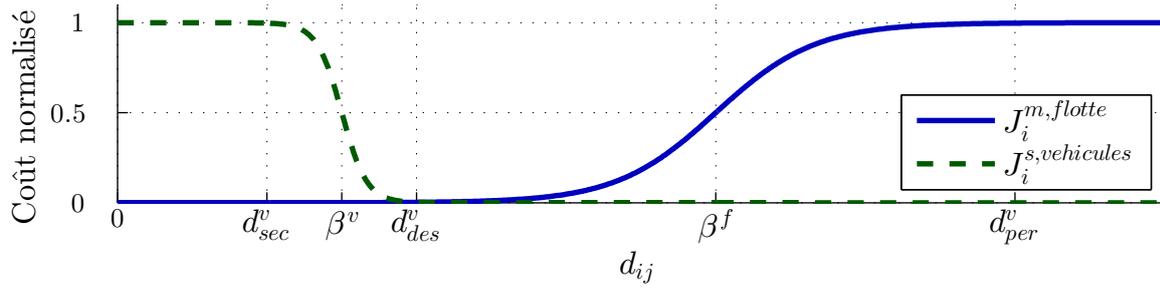
Dans les cas où un véhicule est capable d’atteindre le point de passage avant la fin de l’horizon de prédiction, les points de référence ainsi que la trajectoire prédite du véhicule se poursuivent au delà du point de passage tandis que le rayon de la boule $B_{i,w}^{ref}(k)$ est nul. Ce cas ne peut survenir que si d_{vis} (distance en dessous de laquelle un point de passage est atteint) est inférieure à $H_p \cdot \Delta t \cdot v_n$ (distance parcourue à vitesse nominale durant l’horizon de prédiction), il est illustré sur la figure 3.3.

Dans cette situation, $J^{m,direct}$ encourage le véhicule à continuer en ligne droite après le point de passage, ce qui est inutile, tandis que $J^{m,final}$ encourage le véhicule à tourner et ralentir pour rester proche du point de passage à la fin de l’horizon de prédiction.

Ces deux particularités engendrent respectivement un allongement de la trajectoire des véhicules et un ralentissement des véhicules. Ces deux effets sont cependant faibles au regard de la distance totale parcourue par les véhicules et ne posent pas de problèmes particuliers. Dans le chapitre 4 en revanche, où ces effets deviendront problématiques, nous modifierons ces termes afin de supprimer le problème. Ces modifications pourraient être appliquées ici. ■

$$J_i^{m,flotte}(k) = W^{m,flotte} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \sum_{n=k+1}^{k+H_p} \frac{1 + \tanh\left(\left(\widehat{d}_{ij}(n) - \beta^f\right) \cdot \alpha^f\right)}{2} \quad (3.24)$$

Le terme $J^{m,flotte}$ enfin incite les véhicules à s’approcher les uns des autres tant que la distance les séparant est supérieure à la distance désirée d_{des}^v . Pour cela, nous notons $\widehat{d}_{ij}(n)$, la distance prédite

FIGURE 3.4 – Forme des fonctions tangente hyperbolique utilisées pour $J^{m,flotte}$ et $J^{s,vehic}$

séparant les véhicules i et j à l'instant n . Le choix d'utiliser une tangente hyperbolique plutôt qu'une fonction quadratique est justifié par plusieurs contraintes :

1. Les véhicules doivent cesser de s'approcher une fois que le seuil d_{des}^v est atteint. $J^{m,flotte}$ doit donc varier le moins possible en dessous de cette valeur.
2. Comme expliqué à la section 3.1, les véhicules situés au delà du seuil d_{per}^v doivent être ignorés. Ainsi, $J^{m,flotte}$ doit également varier le moins possible au delà de ce seuil.
3. Entre ces deux distances (d_{des}^v et d_{per}^v), nous souhaitons que le coût varie de manière régulière afin que les véhicules soient attirés de manière uniforme les uns aux autres.
4. Afin de séparer clairement les différents comportements souhaités des véhicules, nous souhaitons que les transitions entre ces trois régions soient brèves, mais continues afin de faciliter la procédure d'optimisation.

Les constantes α^f et β^f sont utilisées afin de placer les transitions entre les régions conformément aux besoins énoncés précédemment. α^f définit la largeur de la région dans laquelle la fonction varie rapidement et β^f place cette région sur l'axe des abscisses. Les valeurs de ces deux constantes sont définies par (3.25) et (3.26) pour que, étant donné la forme de la fonction tangente hyperbolique :

- la région utile de la fonction soit centrée dans l'intervalle $[d_{des}^v, d_{per}^v]$ (3.26).
- la dérivée de la fonction soit inférieure à 0,05 en dehors de l'intervalle $[d_{des}^v, d_{per}^v]$ et supérieure à l'intérieur de l'intervalle (3.25). Cette valeur a été choisie empiriquement afin que la valeur de $J^{m,flotte}$ varie suffisamment lentement.

$$\alpha^f = 6. \left(d_{per}^v - d_{des}^v \right)^{-1} \quad (3.25)$$

$$\beta^f = (d_{per}^v + d_{des}^v) / 2 \quad (3.26)$$

La figure 3.4 présente l'allure de la tangente hyperbolique utilisée en fonction de la distance d_{ij} entre les véhicules et fait apparaître les distances d_{des}^v et d_{per}^v .

3.4.1.4 Coûts de sécurité

Le rôle des coûts de sécurité est de préserver l'intégrité des véhicules en évitant les collisions. Le terme $J^{s,obstac}$ assure l'évitement de collision avec les obstacles en pénalisant le fait de s'approcher en deçà de la distance désirée d_{des}^o . Le terme $J^{s,vehic}$ assure quant à lui l'évitement de collision avec les autres véhicules en pénalisant le fait de s'en approcher en deçà de la distance désirée d_{des}^v . Le terme $J^{s,trajec}$ enfin facilite l'évitement de collision entre véhicules en pénalisant l'écart entre la trajectoire planifiée par le véhicule à l'itération précédente $\widehat{\mathbf{p}}_i^{oldk+H_p-1}$ (car les autres véhicules calculent leur propre commande en supposant que le véhicule i suivra cette trajectoire) et la trajectoire associée

à la séquence de commandes considérée $\widehat{\mathbf{p}}_i^{k+H_p-1}$. Ce dernier terme pénalise donc le fait pour les véhicules de surprendre les véhicules voisins.

$$J_i^{safety}(k) = J_i^{s,obstac}(k) + J_i^{s,véhic}(k) + J_i^{s,trajec}(k) \quad (3.27)$$

$$J_i^{s,obstac}(k) = W^{s,obstac} \cdot \sum_{j=1}^{N^o} \sum_{n=k+1}^{k+H_p} \frac{1 - \tanh\left(\left(\widehat{d}_{ij}(n) - \beta_{ij}^o\right) \cdot \alpha_{ij}^o\right)}{2} \quad (3.28)$$

$$J_i^{s,véhic}(k) = W^{s,véhic} \cdot \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{n=k+1}^{k+H_p} \frac{1 - \tanh\left(\left(\widehat{d}_{ij}(n) - \beta_{ij}^v\right) \cdot \alpha_{ij}^v\right)}{2} \quad (3.29)$$

$$J_i^{s,trajec}(k) = W^{s,trajec} \cdot \sum_{n=k+1}^{k+H_p-1} \left\| \widehat{\mathbf{p}}_i(n) - \widehat{\mathbf{p}}_i^{old}(n) \right\| \quad (3.30)$$

où N^o est le nombre d'obstacles que voit le véhicule. L'utilisation de la fonction tangente hyperbolique répond aux mêmes objectifs qu'en 3.4.1.3. Les termes α^\bullet et β^\bullet sont donnés par (3.31) à (3.34)

$$\alpha^v = 6 \cdot (d_{des}^v - d_{sec}^v)^{-1} \quad (3.31)$$

$$\beta^v = (d_{des}^v + d_{sec}^v)/2 \quad (3.32)$$

$$\alpha^o = 6 \cdot (d_{des}^o - d_{sec}^o)^{-1} \quad (3.33)$$

$$\beta^o = (d_{des}^o + d_{sec}^o)/2 \quad (3.34)$$

3.4.2 Importance relative des différents termes de la fonction objectif

Chaque critère élémentaire composant la fonction objectif est pondéré en fonction de sa priorité par rapport aux autres, c'est-à-dire en fonction de l'importance de la tâche correspondante dans la mission. Par exemple, il est plus important de former une flotte de véhicules que de maintenir la vitesse nominale, mais moins important que d'éviter les collisions. Pour cette raison, la flotte de véhicules pourra se séparer si cela permet d'éviter une collision, mais devra adapter sa vitesse pour maintenir la flotte.

Les pondérations sont composées de deux parties : $W^\bullet = w^\bullet \cdot k^\bullet$.

$k^\bullet > 0$ est un coefficient de normalisation. Celui-ci est utilisé pour que tous les critères élémentaires composant la fonction objectif aient des plages de valeurs comparables et invariantes au cours de la mission. Ceci permet d'une part, de régler l'importance relative des différents critères sans se préoccuper de l'ordre de grandeur de chacun, et d'autre part de s'assurer que l'importance relative des différents critères ne varie pas au cours de la mission.

$w^\bullet \geq 0$ est le paramètre permettant d'adapter la priorité de chaque critère.

Pour définir chaque coefficient de normalisation (voir tableau 3.1), nous utilisons une manœuvre de référence pour laquelle le critère élémentaire normalisé considéré doit valoir 1.

Pour les termes $k^{m,direct}$ et $k^{m,final}$ (assurer la progression vers le point de passage) et $k^{s,trajec}$ (pénaliser l'écart entre les trajectoires planifiées aux instants précédent et courant), la manœuvre de référence consiste à ce que le véhicule reste immobile.

Pour les autres termes, nous utilisons le mouvement le plus coûteux qui ne compromette pas la mission :

- $k^{u,module}$ et $k^{u,rotation}$: le véhicule utilise la commande maximale permise et réalisable durant tout l'horizon de commande.
- $k^{n,module}$: le véhicule va à la vitesse la plus éloignée possible de la vitesse nominale durant tout l'horizon de prédiction.

TABLEAU 3.1 – Coefficients de normalisation

$k^{u,module} = \left(H_c \cdot (u_{max}^m)^2\right)^{-1}$	$k^{u,rotation} = \left(H_c \cdot (u_{max}^\theta)^2\right)^{-1}$
$k^{n,module} = \left(H_c \cdot \max(v_n - v_{min}, v_{max} - v_n)^2\right)^{-1}$	$k^{n,rotation} = \left(H_c \cdot (v_{max}^\omega)^2\right)^{-1}$
$k^{m,direct} = \left(\sum_{n=1}^{H_p} (n \cdot \Delta t \cdot v_n)^2\right)^{-1}$	$k^{m,final} = \left(H_p \cdot (\Delta t \cdot v_n)^2\right)^{-1}$
$k^{m,flotte} = (H_p \cdot N)^{-1}$	
$k^{s,obstac} = (H_p/2)^{-1}$	$k^{s,véhic} = (H_p/2)^{-1}$
$k^{s,trajec} = \left(\sum_{n=1}^{H_p} (n \cdot \Delta t \cdot v_n)^2\right)^{-1}$	

- $k^{n,rotation}$: le véhicule tourne à la plus grande vitesse dont il est capable durant tout l’horizon de prédiction.
- $k^{m,flotte}$: le véhicule est isolé des autres véhicules durant tout l’horizon de prédiction.
- $k^{s,obstac}$: le véhicule reste à mi-chemin entre la distance de sécurité et la distance désirée d’un obstacle durant tout l’horizon de prédiction.
- $k^{s,véhic}$: le véhicule reste à mi-chemin entre la distance de sécurité et la distance désirée d’un autre véhicule durant tout l’horizon de prédiction.

3.5 Recherche de la séquence de commandes optimale

Les méthodes traditionnellement utilisées dans le cadre de la commande prédictive (telles que : SQP, méthode des points intérieurs, descente de gradient...) possèdent plusieurs inconvénients. Premièrement le nombre d’itérations, donc le temps de calcul, nécessaire à la découverte d’une solution n’est pas prédictible et peut être important. Ensuite, il n’est pas garanti que l’algorithme va converger et qu’une solution sera trouvée. De plus, lorsqu’une solution est découverte, celle-ci peut être un minimum local distinct du minimum global de la fonction objectif. Enfin, ces méthodes doivent être initialisées et leurs performances peuvent dépendre de cette initialisation.

Pour déterminer la séquence de commandes de chaque véhicule, nous proposons d’utiliser une procédure de recherche inspirée des travaux de Frew, qui ne présente pas ces inconvénients. Celle-ci consiste à rechercher, parmi un jeu prédéfini de séquences de commandes, celle dont la valeur de la fonction objectif est la plus faible. Contrairement aux travaux de Frew toutefois, ce jeu de séquence est complètement défini et nous n’utilisons aucune commande aléatoire.

Cette procédure ne fournit donc pas la séquence de commandes optimale mais, si les séquences de commandes prédéfinies sont réparties de manière appropriée sur l’espace de commande, elle permet de découvrir une séquence de commandes proche de la commande optimale et respectant les contraintes sur le véhicule.

La stratégie proposée ne nécessite aucune initialisation et n’est pas impactée par d’éventuels minima locaux de la fonction objectif. De plus, contrairement aux procédures d’optimisation traditionnelles, la charge de calcul nécessaire à chaque itération est constante. Ceci est particulièrement intéressant lorsque les véhicules sont confrontés à des situations dangereuses, quand les décisions de commande doivent être prises à temps.

3.5.1 Procédure de recherche de la séquence de commandes

La procédure de recherche proposée consiste à définir, avant la mission, un jeu de séquences de commandes candidates. (La composition de ce jeu sera discutée à la section 3.5.3). Par construction, chaque séquence candidate respecte les contraintes sur les commandes des véhicules. À chaque instant, la séquence de commandes à appliquer est sélectionnée de la façon suivante :

1. en utilisant le modèle des véhicules, chaque véhicule prédit les effets sur son état de chaque séquence de commandes candidate ;
2. d'après ces prédictions, les séquences de commandes entraînant une violation des contraintes sur l'état du véhicule sont retirées ;
3. à partir des prédictions conservées à l'issue des deux premières étapes, le coût associé à chaque séquence candidate est calculé ;
4. la séquence choisie est celle qui présente le coût le plus faible parmi les séquences candidates conservées à la seconde étape.

Comme la solution au problème de commande est recherchée dans un ensemble fini de séquences candidates, la qualité de la solution retenue dépend directement du jeu de séquences candidates.

Comme toutes les séquences de commandes du jeu sont simulées à chaque itération, la charge de calcul, proportionnelle au nombre de séquences candidates, est constante quelles que soient les circonstances. Nous allons à présent voir comment réduire cette charge de calcul, afin d'accélérer l'obtention de la commande

3.5.2 Réduction de la charge de calcul

Notre procédure de recherche impose, à chaque itération, de simuler les trajectoires engendrées par un certain nombre de séquences de commandes candidates prédéfinies. Selon le nombre de séquences candidates, la charge de calcul nécessaire peut être importante. Pour réduire celle-ci, nous proposons trois solutions.

1) Quel que soit le modèle complet du véhicule, l'évolution de l'état de celui-ci est prédit grâce à un modèle très simplifié. Cette piste ne permet aucun gain de temps dans ce chapitre car le modèle considéré est déjà aussi simple que possible et ne peut pas être simplifié davantage. Dans le chapitre 5 en revanche, où nous utilisons un modèle complet d'hélicoptère quadrirotor, cette piste permet un gain de temps de calcul important.

2) Au lieu de rechercher une commande complète pour chaque itération de l'horizon de commande, nous effectuons une paramétrisation de faible dimension de la commande. Cette paramétrisation consiste à appliquer une commande constante durant l'horizon de commande H_c c'est-à-dire que les accélérations linéaire et angulaire des véhicules sont constantes. Une commande nulle est ensuite utilisée jusqu'à la fin de l'horizon de prédiction H_p , ce qui signifie que les vitesses linéaire et de virage des véhicules sont constantes.

Cette paramétrisation permet de décrire la commande grâce à deux paramètres seulement (*i.e.* une accélération linéaire et une accélération angulaire) au lieu de $2.H_c$ paramètres (*i.e.* une accélération linéaire et une accélération angulaire pour chaque itération durant l'horizon de commande).

Cette simplification ne dégrade pas les capacités des véhicules car les véhicules ne parcourent qu'une faible distance durant l'horizon de commande et que les valeurs maximales des commandes sont faibles. Ainsi, l'effet sur l'évolution de l'état d'un véhicule d'une séquence $\mathbf{u}_{i,k}^{1k+H_c-1}$ de commandes toutes différentes peut être approché par une séquence de commande $\mathbf{u}_{i,k}^{2k+H_c-1}$ toutes identiques.

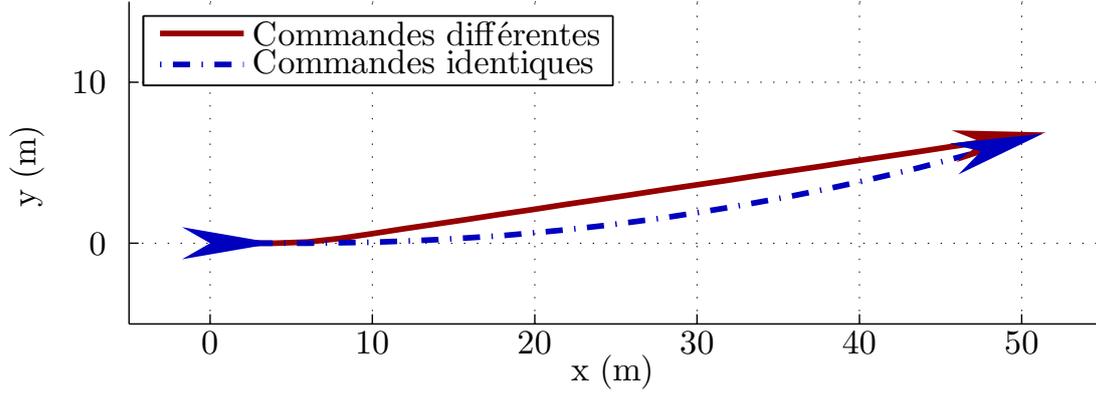


FIGURE 3.5 – Comparaison de trajectoire obtenue par une séquence de commandes différentes (bang-bang) et par une séquence de commandes identiques ($\Delta t = 0,5 \text{ s}$, $H_c = 4$, $H_p = 24$, $\|\mathbf{v}\| = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

Nous avons illustré ce fait figure 3.5 en traçant les trajectoires prédites pour deux séquences de commandes de longueur $H_c = 4$. La première consiste en une commande bang-bang d'amplitude maximale $u_k^{\theta_k+H_c-1} = [0,15 \ 0,15 \ -0,15 \ -0,15] \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ ($u_{max}^\theta = 0,15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$), la plus éloignée possible d'une commande constante. La seconde séquence de commande est constituée de quatre commandes identiques $u_k^{\theta_k+H_c-1} = [0,013 \ 0,013 \ 0,013 \ 0,013]$. Après la commande bang-bang, le véhicule poursuit en ligne droite car les commandes se compensent ($0,15 + 0,15 - 0,15 - 0,15 = 0$). Après la séquence de commandes constantes en revanche, le véhicule continue de tourner à la vitesse de $4 \cdot \Delta t \cdot 0,013 = 0,26 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Cette différence de comportement explique que la séquence de commandes constantes soit comparativement de très faible amplitude alors que les trajectoires résultantes sont très proches.

3) La troisième piste pour réduire la charge de calcul consiste à répartir les séquences de commandes sur l'espace de commande de manière à explorer celui-ci efficacement en utilisant un minimum de séquences. Cet aspect est maintenant traité dans la section 3.5.3.

3.5.3 Composition du jeu de séquences de commandes candidates

Comme précisé dans la section précédente, chaque séquence candidate est composée d'une commande constante durant l'horizon de commande puis d'une commande nulle jusqu'à la fin de l'horizon de prédiction. Ainsi, pour définir une séquence de commandes complète, il suffit de connaître une accélération linéaire et une accélération angulaire. Pour alléger le texte, nous parlerons de commande plutôt que de séquence de commandes dans cette section.

Nous proposons de répartir les différentes commandes candidates dans l'espace de commande afin de l'explorer le plus efficacement possible. Une exploration efficace de l'espace de commande doit permettre de trouver une commande appropriée en simulant le moins de commandes candidates possible.

Afin de créer le jeu de commandes candidates, nous proposons de créer indépendamment un jeu d'accélération linéaires \mathcal{S}^m et un jeu d'accélération angulaires \mathcal{S}^θ . Puis chaque élément de \mathcal{S}^m est combiné à chaque élément de \mathcal{S}^θ afin de créer le jeu complet de commandes candidates. Cette manière de faire empêche de définir (ou de contraindre) une composante de la commande en fonction de l'autre mais simplifie la définition du jeu de commandes.

3.5.3.1 Précision de la commande

Afin de mieux comprendre la méthode de composition du jeu de commandes candidates, nous définissons à présent la notion de précision de la commande.

Comme la commande exécutée par chaque véhicule est choisie parmi l'ensemble fini de commandes candidates présentes dans le jeu, il existera le plus souvent un écart entre la commande optimale hypothétique et la commande effectivement choisie. De ce fait, la trajectoire effectivement suivie par le véhicule ne sera pas non plus la trajectoire idéale.

Afin de faire varier finement sa trajectoire, et de s'approcher le plus possible de la trajectoire idéale, le véhicule doit disposer de commandes proches de la commande optimale. Aussi, nous définissons la précision de la commande comme l'inverse de l'écart entre deux commandes successives. Ainsi, lorsque la précision de la commande augmente, l'écart entre deux commandes successive diminue et le véhicule est plus susceptible de disposer d'une commande proche de la commande optimale. À l'inverse, lorsque la précision de la commande diminue, la commande choisie pourra être éloignée de la commande optimale.

Comme les commandes du jeu ne sont pas nécessairement distribuées uniformément dans l'espace de commande, la précision de la commande n'est pas nécessairement constante sur cet espace.

3.5.3.2 Distribution des séquences candidates dans l'espace de commande

Les performances de la procédure de recherche que nous proposons dépendent principalement de la manière dont les commandes des véhicules sont réparties sur l'espace de commande.

À première vue, deux stratégies se présentent :

1. distribuer les commandes candidates uniformément sur l'espace de commande. Cela permet d'explorer avec la même précision la totalité de l'espace de commande. La précision de la commande est alors proportionnelle au nombre de commandes candidates, donc à la charge de calcul. Une commande grossière peut être déterminée rapidement tandis qu'une commande précise demandera beaucoup plus de temps.
2. distribuer les commandes candidates aléatoirement sur l'espace de commande. C'est l'approche employée par Frew et présentée à la section 3.3.2.2. Cela permet d'explorer rapidement l'espace de commande et, comme le jeu de commandes candidates change à chaque itération, de trouver une commande assez proche de la commande optimale.

Nous proposons d'utiliser une troisième stratégie, inspirée de la considération suivante :

Au début d'une manœuvre de grande amplitude (comme un virage à 90 degrés ou un freinage d'urgence), il n'est pas nécessaire de disposer d'une commande de grande précision : l'amplitude de celle-ci est la priorité (entamer le virage, ralentir). Par la suite, ou pour une manœuvre de faible amplitude, une commande de grande précision permet de s'approcher de la trajectoire optimale.

Pour mettre en œuvre cette intuition, nous proposons les règles suivantes, permettant de guider la répartition des commandes candidates.

1. Le jeu de commandes candidates doit contenir les commandes d'amplitude maximale afin d'exploiter les capacités des véhicules.
2. Le jeu de commandes candidates doit contenir les commandes d'amplitude nulle afin que le véhicule puisse poursuivre son mouvement courant.
3. Les commandes candidates doivent être réparties sur la totalité de l'espace de commande en étant plus nombreuses autour des commandes de faible amplitude afin d'obtenir une commande de grande précision.

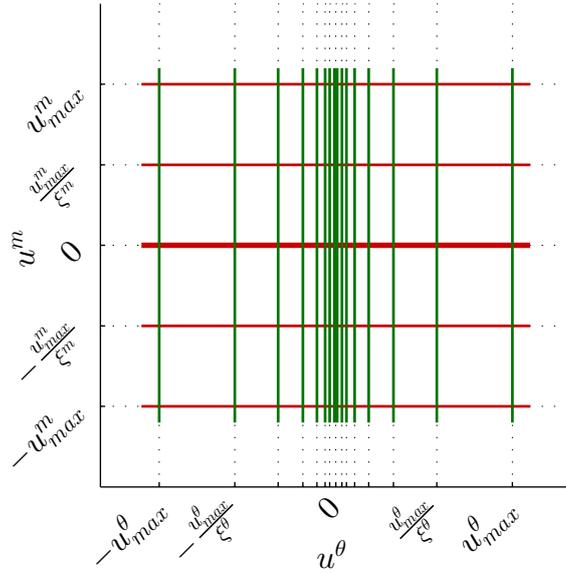


FIGURE 3.6 – Répartition des commandes dans l'espace de commande

Pour répondre à ces règles, nous avons choisi d'utiliser une fonction puissance inverse puis d'ajouter les commandes nulles. La fonction puissance inverse permet en effet de définir une répartition des commandes dont la densité augmente autour de la commande nulle de manière analytique et simple. Les jeux de commandes candidates sont donc définis de la façon suivante (3.35) et (3.36).

$$\mathcal{S}^m = \left\{ \pm \frac{u_{max}^m}{(\zeta^m)^p} \right\} \cup \{0\} \quad \text{avec } p = 0 \text{ à } \eta^m \quad (3.35)$$

$$\mathcal{S}^\theta = \left\{ \pm \frac{u_{max}^\theta}{(\zeta^\theta)^p} \right\} \cup \{0\} \quad \text{avec } p = 0 \text{ à } \eta^\theta \quad (3.36)$$

Nous rappelons que \mathcal{S}^m représente l'ensemble des commandes d'accélération linéaire et \mathcal{S}^θ l'ensemble des commandes d'accélération angulaire. Le jeu complet de commandes candidates est $\mathcal{S} = \mathcal{S}^m \times \mathcal{S}^\theta$. La figure 3.6 illustre la répartition des commandes candidates sur l'espace de commandes.

Les nombres d'éléments N^m dans \mathcal{S}^m et N^θ dans \mathcal{S}^θ sont respectivement définis en fonction de η^m et η^θ par $N^\bullet = 2 \cdot \eta^\bullet - 1$. Les valeurs de ζ^m et ζ^θ permettent de définir la répartition des commandes candidates sur l'espace de commande, notamment la distance entre deux commandes consécutives.

Ensembles, les valeurs de η^\bullet et ζ^\bullet définissent la précision maximale de la commande obtenue. Ce point est maintenant discuté.

3.5.3.3 Précision maximale de la commande

Comme les commandes candidates ne sont pas réparties uniformément sur l'espace de commande, la précision de la commande varie en fonction de l'amplitude de celle-ci. Compte tenu de la distribution choisie, lorsque la commande est de grande amplitude, l'écart entre deux commandes consécutives est important donc la précision de commande sera faible. A contrario, lorsque la commande est de faible amplitude, la précision de commande sera importante.

Lorsqu'un véhicule doit accomplir une manœuvre, les commandes choisies durant les premières itérations seront de forte amplitude donc imprécises. Puis à mesure que la manœuvre progresse, des commandes de faible amplitude permettront de corriger la trajectoire du véhicule afin de s'approcher de la trajectoire optimale. La figure 3.7 illustre ce processus.

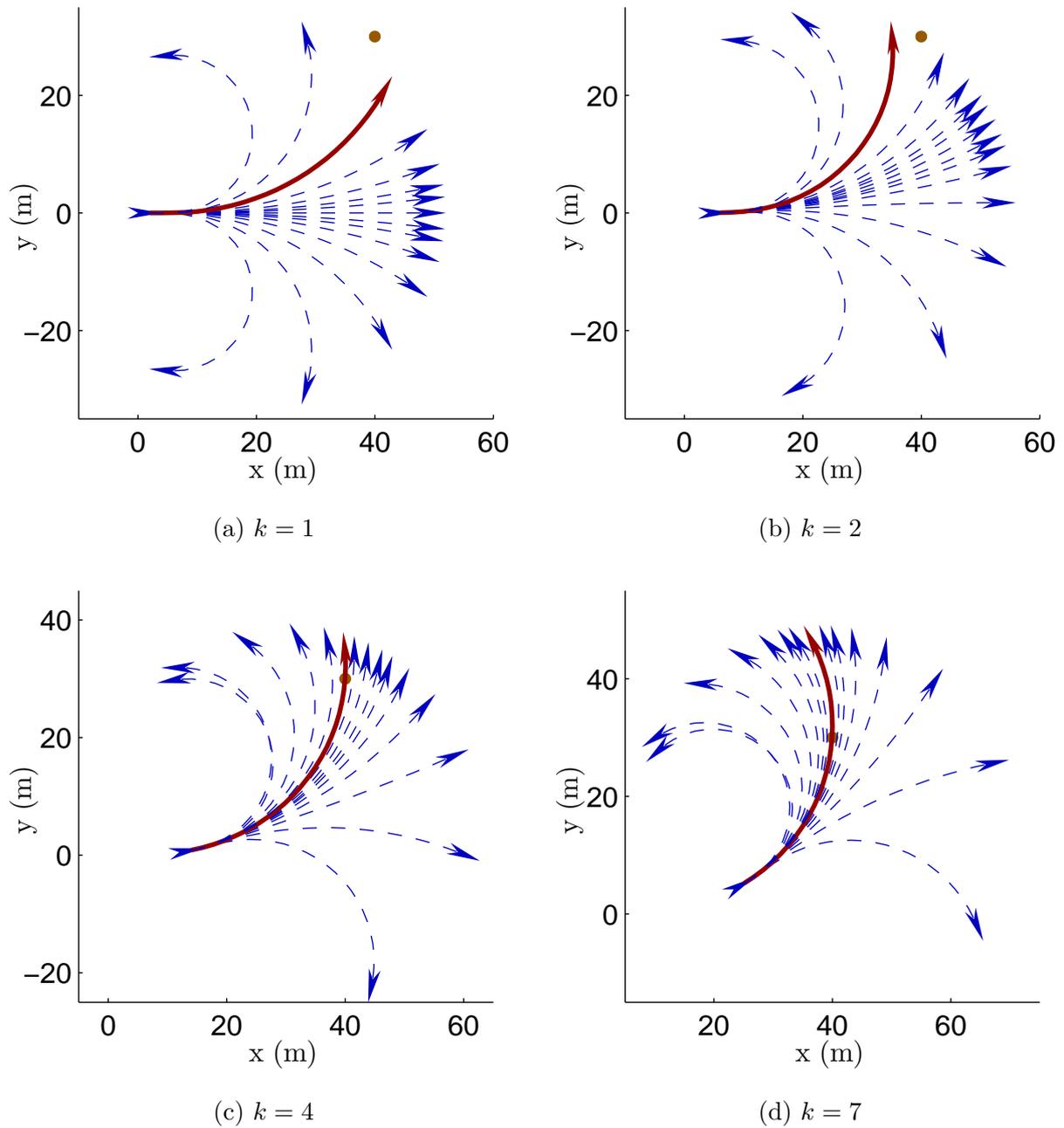


FIGURE 3.7 – Illustration du processus d’amélioration de la commande. (les lignes pointillées bleues sont les trajectoires candidates et les lignes continues rouges sont les trajectoires choisies, $\Delta t = 0,5 s$, $H_c = 2 s$, $H_p = 12 s$, $\|\mathbf{v}\| = 4 m \cdot s^{-1}$)

In fine, la précision maximale de la loi de guidage proposée est donc définie par les commandes non nulles de plus faible amplitude parmi les commandes candidates. Cette commande dépend directement des valeurs de η^\bullet et ζ^\bullet : (3.37) et (3.38).

$$u_{min}^m = \pm \frac{u_{max}^m}{(\zeta^m)\eta^m} \quad (3.37)$$

$$u_{min}^\theta = \pm \frac{u_{max}^\theta}{(\zeta^\theta)\eta^\theta} \quad (3.38)$$

Grâce à cela, lorsque la valeur de η^\bullet est augmentée de 1, le jeu de commande existant intègre deux commandes supplémentaires (une positive, une négative) qui deviennent les nouvelles commandes non nulles de plus faible amplitude. En ajoutant deux commandes, la précision de la commande est donc multipliée par ζ^\bullet .

3.5.3.4 Considérations sur le nombre de séquences candidates

Le jeu complet de commandes candidates est donné par $\mathcal{S} = \mathcal{S}^m \times \mathcal{S}^\theta$, ainsi, le nombre de commandes candidates est $N^c = N^m \cdot N^\theta$. Comme chaque séquence donne lieu à une prédiction de la trajectoire du véhicule et au calcul du coût associé, la charge de calcul est proportionnelle au nombre de candidates. Les valeurs η^\bullet et ζ^\bullet sont donc choisies en prenant en compte :

- La précision des actionneurs : il est inutile de tester deux séquences de commandes qui seraient réalisées de la même manière ;
- La précision des mesures disponibles : il est inutile de tester deux séquences de commandes dont les effets ne pourront être distingués ;
- Les capacités de calcul de l'ordinateur de bord afin de définir un compromis entre la précision de la commande et le temps de calcul.

3.6 Simulations numériques

Afin d'analyser les performances de la loi de guidage proposée, nous avons testé en simulation les effets de celle-ci sur un groupe de véhicules devant rejoindre une série de points de passage.

Dans un premier temps, nous étudions une simulation d'une mission afin d'analyser le comportement des véhicules et de la loi de guidage. Nous étudions ensuite un grand nombre de simulations de la même mission afin d'avoir un aperçu des performances obtenues.

3.6.1 Présentation de la mission des véhicules

La mission qui est confiée aux $N = 7$ véhicules est de rejoindre une série de trois points de passage, situés en $[560 \text{ m} \ 0 \text{ m}]$, $[480 \text{ m} \ 300 \text{ m}]$ et $[-160 \text{ m} \ 300 \text{ m}]$. La distance à laquelle ces points de passage sont considérés comme étant atteints est de $d_{vis} = 20 \text{ m}$.

Deux obstacles, assimilés à des cercles de rayon 130 m et 40 m sont présents sur la trajectoire des véhicules centrés en $[240 \text{ m} \ 80 \text{ m}]$ et $[240 \text{ m} \ 300 \text{ m}]$ et doivent être évités. Pour cela, la distance de sécurité entre véhicules et obstacle est $d_{sec}^o = 10 \text{ m}$ tandis que la distance de passage désirée est $d_{des}^o = 20 \text{ m}$.

Durant la mission, les véhicules doivent se regrouper et rester ensemble. La distance de sécurité permettant d'éviter les collisions entre véhicules est $d_{sec}^v = 10 \text{ m}$. La distance désirée entre véhicules au sein du groupe est $d_{des}^v = 20 \text{ m}$, la distance au delà de laquelle les véhicules sont trop éloignés est $d_{per}^v = 100 \text{ m}$.

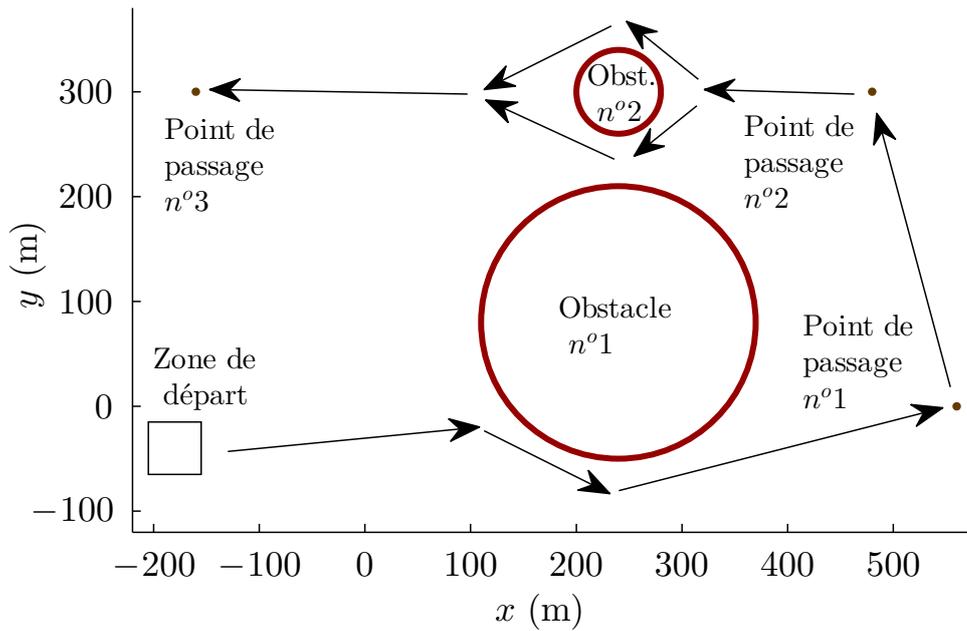


FIGURE 3.8 – Représentation de la mission confiée aux véhicules

Les positions initiales des véhicules sont tirées aléatoirement dans la zone définie par $p_i^x \in [-205 \text{ m} \quad -155 \text{ m}]$ et $p_i^y \in [-65 \text{ m} \quad -15 \text{ m}]$. La figure 3.8 illustre la mission des véhicules.

Les contraintes physiques s’appliquant aux véhicules sont résumées tableau 3.2a. Elles ont été choisies afin de représenter des véhicules autonomes de type avion miniature de manière réaliste. Les différentes distances caractéristiques utilisées afin de commander les distances entre véhicules et avec les obstacles sont résumées tableau 3.2b.

Les valeurs des pondérations de la fonction objectif sont données tableau 3.2c. Ces valeurs ne sont pas les meilleures possibles mais seulement un jeu donnant des résultats satisfaisants. Nous étudierons à la section 3.6.3 l’influence de variations de certaines de ces valeurs afin d’en sélectionner de meilleures.

Enfin, les paramètres de la procédure de recherche de la commande sont rassemblés tableau 3.2d. Les horizons de commande H_c et de prédiction H_p sont choisis afin de limiter la charge de calcul tout en permettant à un véhicule, se déplaçant initialement en ligne droite, de prévoir un demi-tour comme nous le voyons sur la figure 3.7a. Les paramètres définissant la distribution des différentes commandes du jeu de commandes candidates ont été choisis empiriquement afin d’obtenir des résultats satisfaisants. L’influence de variations de ces paramètres est également étudiée à la section 3.6.3.

3.6.2 Analyse d’une simulation de la mission

Dans un premier temps, nous observons une simulation afin d’analyser le comportement de notre loi de guidage sur différents points : les trajectoires suivies par les véhicules, le respect des consignes de distances entre les véhicules, le respect des contraintes sur les véhicules et le comportement des critères élémentaires de la fonction objectif.

TABLEAU 3.2 – Paramètres utilisés lors des simulations

(a) Contraintes physiques sur les véhicules		(b) Distances caractéristiques		(c) Pondérations de la fonction objectif		(d) Paramètres de la recherche	
v_{min}	2 m. s ⁻¹	d_{sec}^v	10 m	$W^{u,module}$	2	$W^{u,rotation}$	5
v_n	4 m. s ⁻¹	d_{des}^v	20 m	$W^{n,module}$	10	$W^{n,rotation}$	5
v_{max}	5 m. s ⁻¹	d_{per}^v	100 m	$W^{m,direct}$	10	$W^{m,final}$	20
v_{max}^ω	0,3 rad. s ⁻¹	d_{sec}^o	10 m	$W^{m,flotte}$	50		
u_{max}^m	1 m. s ⁻²	d_{des}^o	20 m	$W^{s,obstac}$	400	$W^{s,véhic}$	100
u_{max}^θ	0,15 rad. s ⁻²	d_{vis}	20 m	$W^{s,trajec}$	0		
						Δt	0,5 s
						H_c	4
						H_p	24
						N^m	5
						N^θ	15
						η^m	2
						η^θ	1,75

3.6.2.1 Trajectoires suivies par les véhicules

La figure 3.9 représente les trajectoires suivies par les 7 véhicules durant la mission ainsi que les positions exactes des véhicules toutes les 90 itérations. Chaque véhicule est représenté par une flèche, pointée dans la direction de son déplacement. Les trajectoires prédites des véhicules sont également représentées.

Durant cette simulation durant environ 900 itération soit 450 s, nous observons les éléments suivants :

- les position et direction initiales des véhicules étant tirées au hasard, les distances de sécurité entre véhicules ne sont pas respectées et les véhicules ont des orientations très différentes les uns des autres : les véhicules ne forment donc pas une flotte.
- immédiatement après, les véhicules s'éloignent fortement les uns des autres pendant environ 20 itérations (10 s) afin de respecter les distances de sécurité.
- une fois les distances de sécurité respectées, les véhicules s'approchent de nouveau afin de former une flotte où tous se déplacent dans la même direction et où les distances entre véhicules sont proches de la distance désirée. Cette étape nécessite environ 40 itérations (20 s).
- lorsque la flotte de véhicules ainsi constituée arrive sur le premier obstacle, l'ensemble des véhicules est dévié afin d'éviter la collision. Les véhicules situés le plus loin de l'obstacle ne sont pas déviés par celui-ci mais par les autres véhicules.
- lorsque les véhicules arrivent sur le second obstacle, ils se séparent en deux groupes afin d'éviter les collisions.
- afin de passer entre les deux obstacles, les véhicules doivent former une file et passer un par un. Cela implique que les derniers véhicules ralentissent pour laisser avancer les premiers. La figure 3.11a montre par exemple qu'un des véhicules a ralenti jusqu'à atteindre la vitesse minimale autorisée de 2 m. s⁻¹ à cette occasion.
- après le passage du second obstacle, les véhicules se regroupent à nouveau en environ 100 itérations (60 s).
- la flotte de véhicules parvient donc à remplir sa mission puisque les trois points de passage sont atteints et que, sauf pour éviter une collision, les véhicules sont restés groupés

3.6.2.2 Distance entre les véhicules

Une des tâches de la mission confiée aux véhicules est de se regrouper pour former une flotte en évitant les collisions entre eux. Pour cela, nous avons défini une distance minimale acceptable entre les véhicules d_{sec}^v ainsi qu'une distance désirée d_{des}^v .

La figure 3.10 présente, pour chaque instant de la mission, la plus petite des distances entre

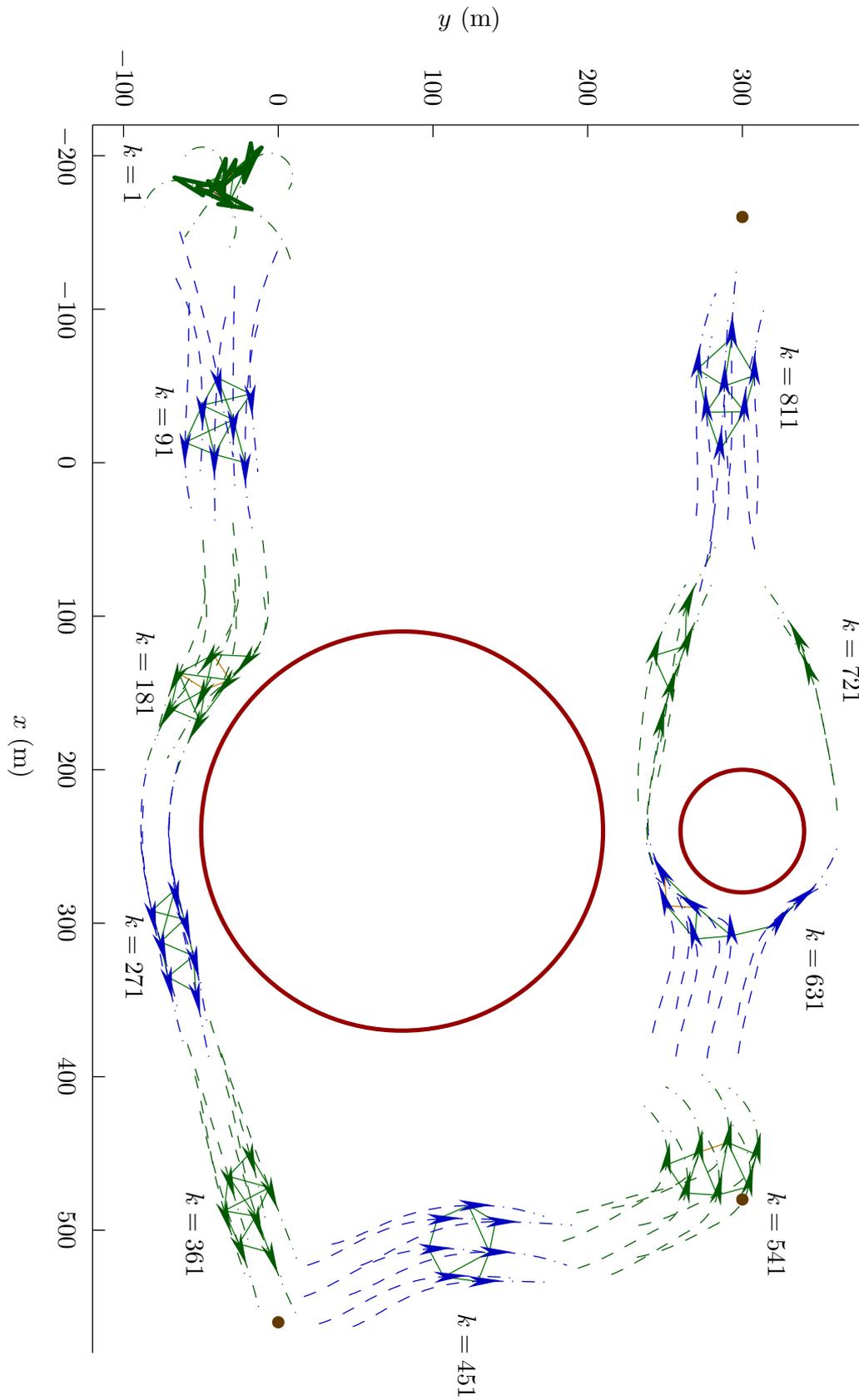


FIGURE 3.9 – Une réalisation de la mission

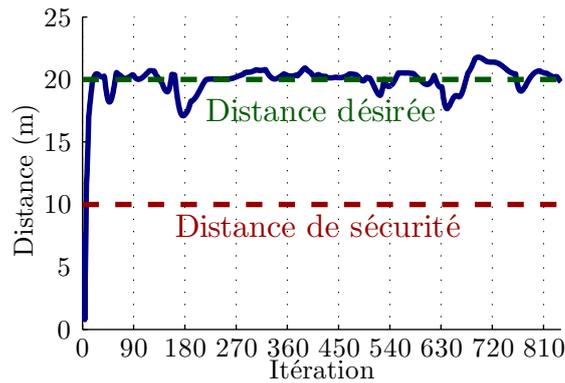


FIGURE 3.10 – Évolution de la distance minimale entre les véhicules

les véhicules. Cela permet d’observer que, d’une part la distance de sécurité entre les véhicules est respectée (sauf à l’instant initial comme nous l’avons remarqué à la section précédente) et que, d’autre part, les distances entre véhicules sont proches de la distance désirée.

3.6.2.3 Contraintes sur les véhicules

Étant donné la procédure de recherche de la séquence de commande que nous utilisons, les contraintes sur l’état et la commande des véhicules sont respectées par construction. Notons que ce n’est pas spécifique à notre loi de guidage puisque c’est l’un des points forts des lois de commande de type prédictif.

Afin de vérifier que les commandes générés par notre loi de guidage ne sont pas oscillantes, nous avons tracé, pour un des véhicules de la flotte, l’évolution de la vitesse linéaire 3.11a, de la vitesse de virage 3.11b, de la commande d’accélération linéaire 3.11c et de la commande d’accélération angulaire 3.11d.

Sur ces figures, en particulier 3.11c, nous observons que la procédure de recherche proposée produit une commande quantifiée, comme nous nous y attendions.

3.6.2.4 Fonction objectif

Dans le cadre d’une loi de commande de type prédictif, la fonction objectif doit refléter le comportement souhaité des véhicules. Pour le vérifier, nous avons tracé, pour un véhicule, l’évolution des différents critères élémentaires de la fonction objectif figures 3.12 à 3.15 .

Ces figures permettent d’observer plusieurs éléments intéressants :

- 3.12 - Les coûts de commande augmentent lorsque les véhicules manœuvrent, que ce soit suite à un changement de point de passage (vers $k = 360$ et $k = 540$) ou à la présence d’un obstacle (entre $k = 180$ et $k = 270$ puis vers $k = 630$).
- 3.13 - Les coûts de navigation augmentent également lorsque les véhicules manœuvrent. Leur rôle étant de faire avancer les véhicules en ligne droite et à vitesse nominale, ces critères ne s’annulent que lors des lignes droites des véhicules.
- 3.14 - Les coûts $J^{m,direct}$ et $J^{m,final}$ augmentent lorsque les véhicules ne parviennent pas à s’approcher du point de passage. Ceci se produit à cause d’obstacles (entre $k = 180$ et $k = 270$ puis vers $k = 630$), ou parce que le point de passage a changé et que les véhicules ont besoin de temps pour changer de trajectoire (vers $k = 360$ et $k = 540$).
- 3.14 - le coût $J^{m,flotte}$ de son côté augmente lorsque les véhicules s’éloignent les uns des autres, soit parce que la flotte s’allonge (entre $k = 180$ et $k = 360$), soit parce qu’elle est scindée à cause d’obstacles (entre $k = 630$ et $k = 760$). Après le passage du dernier obstacle, la valeur

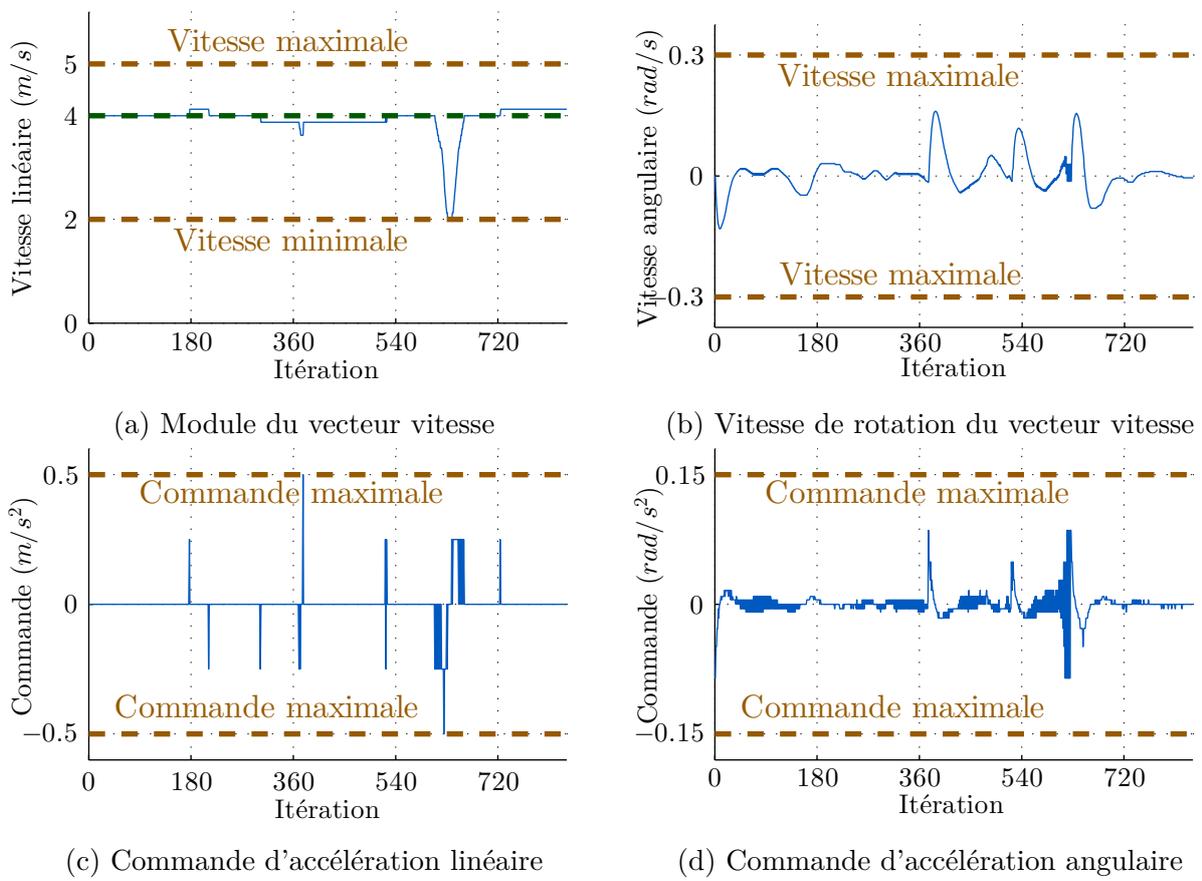


FIGURE 3.11 – Respect des contraintes sur le véhicule

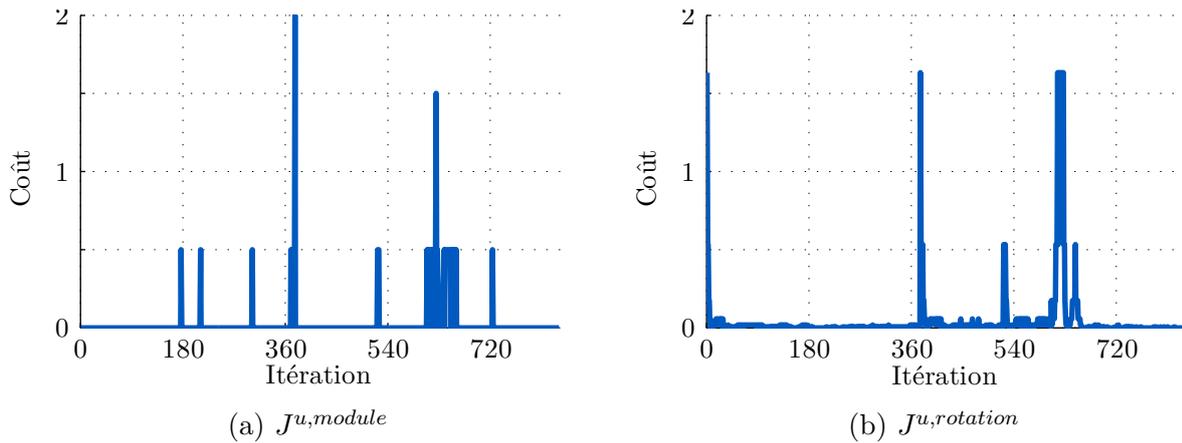


FIGURE 3.12 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de commande

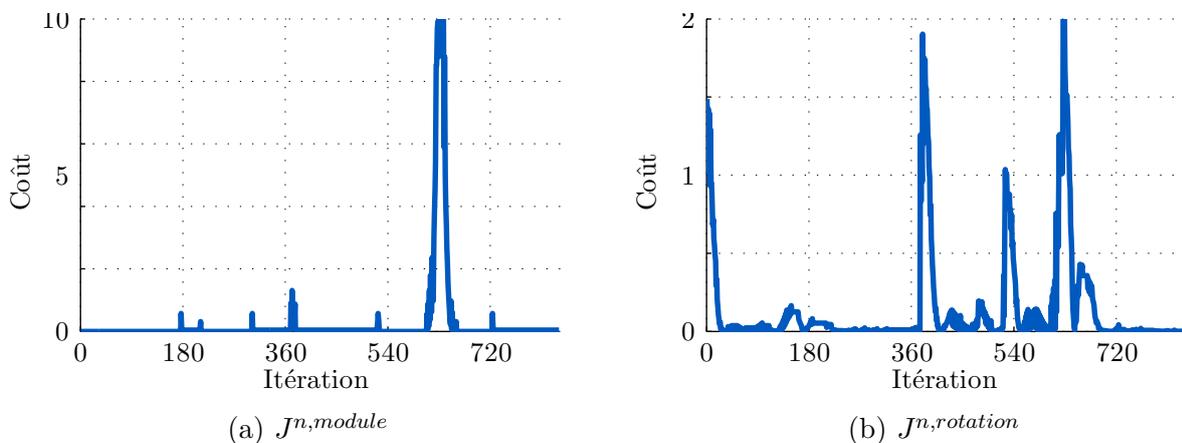


FIGURE 3.13 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de navigation

de ce coût ne redevient pas aussi faible qu'avant ce même obstacle car le véhicule se trouve maintenant au bord de la flotte, éloigné des véhicules situés à l'autre bord.

3.15 - Les coûts de sécurité restent faibles comparés à leur pondération $W^{s,obstac}$ et $W^{s,véhic}$. En effet, la procédure de recherche de la commande minimise ceux-ci en priorité. Nous voyons nettement sur **3.15a** l'instant où le véhicule prend en compte chaque obstacle (vers $k = 180$ et $k = 630$). **3.15b** illustre le fait que les véhicules doivent toujours faire attention aux autres véhicules du groupe. Nous n'avons pas représenté le coût $J^{s,trajec}$ puisque sa pondération est nulle.

3.6.3 Analyse des performances de la loi de guidage

À la section **3.6.2**, nous avons présenté une réalisation dans laquelle la mission est un succès. Cependant, lors de certaines simulations, des collisions peuvent se produire, empêchant le succès de la mission. Afin de juger de la fiabilité de la loi de guidage que nous proposons, nous avons simulé la même mission un grand nombre de fois (1000), en conservant les mêmes paramètres mais en changeant les conditions initiales (position et orientation des véhicules).

Dans un second temps, afin de déterminer l'influence des paramètres sur la fiabilité de la loi de guidage, nous avons de nouveau simulé la mission, en reprenant les mêmes mille conditions initiales, et en modifiant un des paramètres.

Compte tenu du nombre de simulations effectuées, nous sommes conscients que certaines varia-

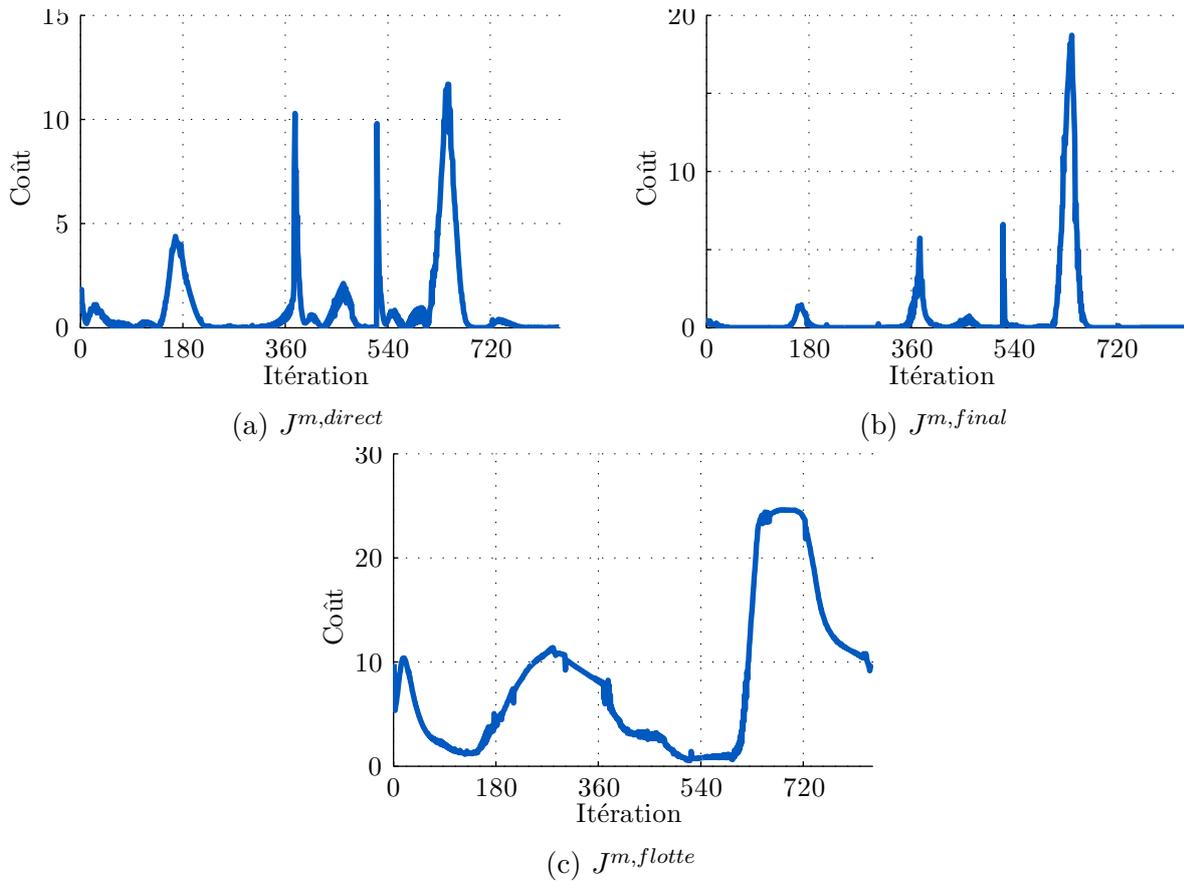


FIGURE 3.14 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de mission

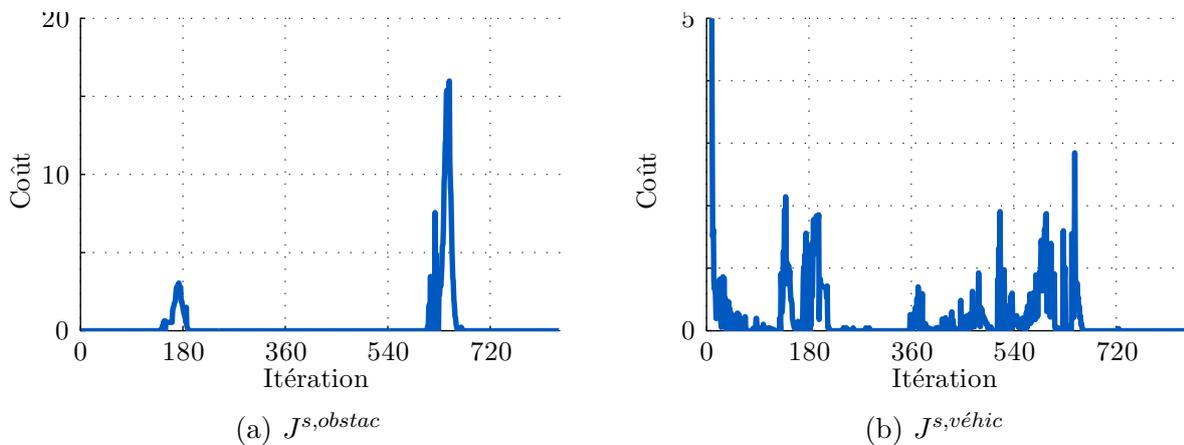


FIGURE 3.15 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de sécurité

TABLEAU 3.3 – Statistiques sur 1000 simulations de la mission

(a) Procédure de recherche proposée		(b) <code>fmincon</code>
Taux de collisions avec un obstacle	1,2 %	0,0 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0,3 %	0,4 %
Taux de véhicule perdu	0,1 %	2,7 %
Taux de réussite de la mission	98,4 %	96,9 %
Durée moyenne d'une mission	422 s	423 s
Distance moyenne parcourue	1677 m	1655 m
Temps de calcul de la commande	10,6 ms	102,2 ms

tions observées dans cette partie ne sont pas significatives. C'est pourquoi nous ne nous attarderons pas sur les faibles variations qui ne présentent pas d'interprétation claire. Afin de renforcer nos conclusions, il faudrait effectuer un nombre significativement plus élevé de simulations.

3.6.3.1 Fiabilité de la loi de guidage proposée

Après avoir effectué mille simulations de la mission, nous avons déterminé le nombre de missions réussies, le nombre de missions ayant échoué à cause d'une collision avec un obstacle ou entre deux véhicules. Nous avons également relevé la durée moyenne des missions, la distance moyenne parcourue par les véhicules et la durée moyenne de calcul de la commande.

Les résultats de ces simulations sont rassemblés tableau 3.3a. Il apparaît que la loi de guidage proposée est fiable à 98%. La plupart des échecs sont dûs à des collisions, en premier lieu avec un obstacle, puis entre deux véhicules, survenant lorsque la flotte de véhicules doit passer entre les deux obstacles. Il arrive également, mais rarement, qu'un véhicule soit séparé de la flotte car il passe à gauche du premier obstacle au lieu de suivre les autres véhicules à droite.

D'après la durée moyenne d'une mission et la distance moyenne parcourue, nous observons que les véhicules favorisent la vitesse nominale de $v_n = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.6.3.2 Comparaison de la méthode de recherche avec une méthode d'optimisation traditionnelle

À la section 3.5, nous avons indiqué que nous cherchions une procédure de recherche plus rapide et plus robuste que les méthodes d'optimisation traditionnelles, sans perdre en performance.

Afin de vérifier si nous avons atteint ces objectifs, nous avons simulé de nouveau 1000 réalisations de la mission, en utilisant la fonction objectif proposée, mais en remplaçant la méthode de recherche de la commande par un appel à la fonction `fmincon` de Matlab convenablement paramétrée. Les résultats obtenus par cette méthode sont présentés tableau 3.3b.

Les performances de `fmincon` sont différentes, mais pas meilleures que ce que nous obtenons grâce à notre procédure de recherche. En effet, si aucune collision avec des obstacles n'est observée lorsque l'on utilise `fmincon`, nous rencontrons en revanche significativement plus de pertes de véhicules.

Cette particularité est probablement due aux nombreuses itérations pour lesquelles `fmincon` n'est pas parvenue à converger. Dans ce cas, nous ne savons pas quelle est la solution retenue par l'algorithme d'optimisation, mais il est possible que celle-ci soit très conservatrice envers les collisions avec les obstacles, ce qui expliquerait leur absence ainsi que le nombre de véhicules perdus (puisque les véhicules sont perdus lorsque l'un d'entre eux passe à gauche du premier obstacle).

Enfin, du point de vue du temps de calcul, notre objectif est parfaitement atteint. D'un côté, notre procédure de recherche calcule une commande en un temps constant de 10 ms quelles que

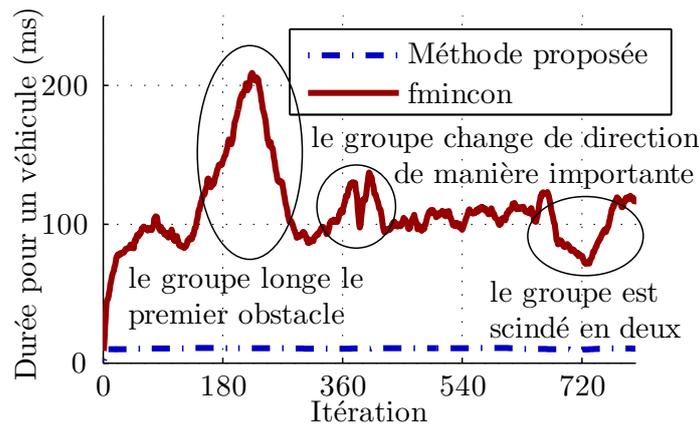


FIGURE 3.16 – Moyenne sur 1000 simulations des temps de calcul de la commande d’un véhicule durant la mission

soient les circonstances, de l’autre `fmincon`, lorsqu’il converge, permet de déterminer la commande optimale en un temps moyen de 102 ms. Ce temps moyen varie de manière importante en fonction des circonstances comme nous pouvons le voir sur la figure 3.16.

Comparées à la période d’échantillonnage de la loi de commande $\Delta t = 500$ ms, les deux méthodes permettent d’élaborer une commande en temps réel. Cependant, un temps de calcul de la commande significativement plus court permet d’envisager plusieurs bénéfices, comme la possibilité d’augmenter la cadence de commande pour obtenir une commande plus précise, celle de laisser à l’ordinateur embarqué le temps d’effectuer d’autres tâches, ou encore celle d’augmenter les horizons de commande et de prédiction afin d’améliorer les capacités d’anticipation des véhicules.

3.6.3.3 Influence du nombre de commandes d’accélération

Nous avons relevé à la section 3.5.3.3 que plus le nombre de commandes testées était grand, plus celles-ci pouvaient être précises. A priori, une commande plus précise devrait permettre d’améliorer la fiabilité de la loi de guidage.

Pour vérifier cet a priori, nous avons reproduit les mêmes simulations qu’à la section 3.6.3.1 en modifiant le nombre de commandes d’accélération linéaire (N^m) et angulaire (N^θ) dans le jeu de commandes. Les résultats de ces simulations sont rassemblés tableaux 3.4a et 3.4b.

Compte tenu du nombre de simulations, l’évolution des taux de collisions est ici peu significatif. Cependant, nous pouvons raisonnablement supposer que la diminution du taux de collisions entre véhicules est causé par l’augmentation du nombre de commandes candidates.

La variation du taux de collisions avec les obstacles est plus difficile à interpréter. Nous supposons cependant que cela s’explique par le fait que les collisions avec les obstacles sont causées, non par le manque de commandes candidates, mais par le fait que les véhicules se gênent les uns les autres.

Contrairement aux taux de collision, l’augmentation de la durée de calcul des commandes est significative. Nous avons d’ailleurs anticipé cette augmentation dans la section 3.5.3 : elle s’explique par le plus grand nombre de séquences de commandes dont les véhicules doivent simuler les effets.

Enfin, il se trouve qu’augmenter le nombre de commandes d’accélération linéaire allonge la durée de mission ainsi que la distance parcourue par les véhicules, cependant aucune raison évidente n’explique ce phénomène.

TABLEAU 3.4 – Statistiques sur 1000 simulations de la mission

(a) Pour 3, 5 et 7 accélérations linéaires dans le jeu de commandes

Nombre de commandes ($N^m ; N^\theta$)	(3 ; 15)	(5 ; 15)	(7 ; 15)
Taux de collisions avec un obstacle	0,2 %	1,2 %	0,8 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0,5 %	0,3 %	0,0 %
Taux de véhicule perdu	0,0 %	0,1 %	0,3 %
Taux de réussite de la mission	99,3 %	98,4 %	98,9 %
Durée moyenne d'une mission	413 s	422 s	427 s
Distance moyenne parcourue	1646 m	1677 m	1691 m
Temps de calcul de la commande	6,7 ms	10,6 ms	16,6 ms

(b) Pour 11, 15 et 19 accélérations angulaires dans le jeu de commandes

Nombre de commandes ($N^m ; N^\theta$)	(5 ; 11)	(5 ; 15)	(5 ; 19)
Taux de collisions avec un obstacle	0,5 %	1,2 %	0,5 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0,7 %	0,3 %	0,2 %
Taux de véhicule perdu	0,1 %	0,1 %	0,1 %
Taux de réussite de la mission	98,7 %	98,4 %	99,2 %
Durée moyenne d'une mission	424 s	422 s	422 s
Distance moyenne parcourue	1679 m	1677	1677
Temps de calcul de la commande	8,2 ms	10,6 ms	13,3 ms

3.6.3.4 Influence de la répartition des commandes d'accélération

À la section 3.5.3.3, nous avons également relevé que la répartition des commandes influence la précision de la commande. Nous recherchons maintenant comment cette répartition influe sur la fiabilité de la loi de guidage : tableaux 3.5a et 3.5b.

L'influence de la répartition des commandes sur le taux de collision entre véhicules n'est pas claire. En revanche, le taux de collision avec des obstacles semble clairement influencé.

Nous attribuons le fait que le taux de collisions avec les obstacles augmente lorsque η^m augmente au fait que cela prive les véhicules d'une commande d'accélération linéaire de moyenne amplitude. Ils ne peuvent alors choisir qu'entre la commande maximale et une commande faible. A contrario, ce taux diminue lorsque η^θ augmente car, le nombre de commandes d'accélération angulaire étant bien plus élevé, les véhicules disposent alors à la fois de commandes bien plus précises et de commandes moyennes.

Enfin, comme attendu, la durée de calcul n'est pas influencée par la répartition des commandes.

3.6.3.5 Bilan sur le jeu de commandes candidates

À ce stade de notre étude, nous pouvons confirmer que les paramètres initialement choisis de manière empirique conduisent à des résultats satisfaisants. De manière prévisible, il est cependant possible d'améliorer ces résultats.

Afin de déterminer quelle est la meilleure répartition de commandes du jeu de candidates, une étude plus poussée devrait être effectuée. Tout d'abord, il faudrait augmenter le nombre de simulations afin d'obtenir des résultats plus fiables. Il faudrait également tester davantage de valeurs pour les différents paramètres afin de détecter si les variations sont linéaires ou plus complexes.

TABLEAU 3.5 – Statistiques sur 1000 simulations de la mission

(a) Pour différentes répartitions des accélérations linéaires dans le jeu de commandes

Répartition des commandes ($\zeta^m ; \zeta^\theta$)	(1, 75 ; 1, 75)	(2 ; 1, 75)	(2, 25 ; 1, 75)
Taux de collisions avec un obstacle	0, 7 %	1, 2 %	2, 5 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0, 3 %	0, 3 %	0, 0 %
Taux de véhicule perdu	0, 2 %	0, 1 %	0, 5 %
Taux de réussite de la mission	98, 8 %	98, 4 %	98, 9 %
Temps de calcul de la commande	10, 4 ms	10, 6 ms	10, 5 ms

(b) Pour différentes répartitions des accélérations angulaires dans le jeu de commandes

Répartition des commandes ($\zeta^m ; \zeta^\theta$)	(2 ; 1, 5)	(2 ; 1, 75)	(2 ; 2)
Taux de collisions avec un obstacle	1, 4 %	1, 2 %	0, 1 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0, 6 %	0, 3 %	0, 2 %
Taux de véhicule perdu	0, 3 %	0, 1 %	0, 1 %
Taux de réussite de la mission	97, 7 %	98, 4 %	99, 6 %
Temps de calcul de la commande	10, 5 ms	10, 6 ms	10, 6 ms

3.6.3.6 Influence des pondérations

À la section 3.4, nous avons indiqué que les performances d'une loi de guidage de type prédictif sont directement dépendantes de la fonction objectif. Comme la faiblesse principale de notre loi de guidage est le risque de collisions, nous allons étudier l'influence des pondérations des critères élémentaires de sécurité sur la fiabilité de notre loi de guidage.

Ces résultats sont rassemblés tableaux 3.6a à 3.6d.

Contrairement aux observations précédentes, les variations de pondérations font apparaître des résultats significatifs.

Le tableau 3.6a met en évidence l'importance prévisible de la pondération de $J^{s,véhic}$ dans l'évitement des collisions entre véhicules. Nous observons également que davantage de collisions avec des obstacles surviennent lorsque la pondération de $J^{s,véhic}$ augmente. En effet, les véhicules, pour éviter de s'approcher les uns des autres s'approchent davantage des obstacles, jusqu'à entrer en collision avec eux.

Le tableau 3.6b quant à lui met en évidence l'importance prévisible également de la pondération de $J^{s,obstac}$ dans l'évitement des collisions avec les obstacles. Nous n'observons pas le même effet que précédemment sur les collisions entre véhicules. Ceci est expliqué par le fait que si un véhicule s'approche d'un autre afin d'éviter un obstacle, ce second véhicule peut à son tour s'éloigner, évitant la collision. Ceci n'était pas possible dans le cas précédent car, bien évidemment, les obstacles ne se déplacent pas pour éviter les collisions.

Le tableau 3.6c permet de constater qu'augmenter simultanément les pondérations de $J^{s,véhic}$ et $J^{s,obstac}$ permet de diminuer les deux types de collisions.

De manière moins significative, nous notons malgré tout une augmentation du taux de perte de véhicule lorsque les pondérations sont augmentées. Cela serait dû au fait que les véhicules acceptent plus difficilement de s'approcher du danger et se trouvent donc séparés du groupe.

Le tableau 3.6d enfin montre que le coût $J^{s,trajec}$ permet de diminuer les taux des deux types de collisions sans augmenter le taux de perte de véhicules.

TABLEAU 3.6 – Statistiques sur 1000 simulations de la mission

(a) Pour différentes pondérations du coût de sécurité vis-à-vis des autres véhicules

Pondération de $J_{s,véhic}$, $J_{s,obstac}$ et $J_{s,trajec}$	(50, 400, 0)	(100, 400, 0)	(200, 400, 0)
Taux de collisions avec un obstacle	0,0 %	1,2 %	5,4 %
Taux de collisions entre deux véhicules	1,7 %	0,3 %	0,1 %
Taux de véhicule perdu	0,0 %	0,1 %	0,5 %
Taux de réussite de la mission	98,3 %	98,4 %	94,0 %

(b) Pour différentes pondérations du coût de sécurité vis-à-vis des obstacles

Pondération de $J_{s,véhic}$, $J_{s,obstac}$ et $J_{s,trajec}$	(100, 200, 0)	(100, 400, 0)	(100, 800, 0)
Taux de collisions avec un obstacle	9,7 %	1,2 %	0,0 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0,1 %	0,3 %	0,2 %
Taux de véhicule perdu	0,0 %	0,1 %	0,2 %
Taux de réussite de la mission	90,2 %	98,4 %	99,6 %

(c) Pour différentes pondérations des coûts de sécurité vis-à-vis des collisions

Pondération de $J_{s,véhic}$, $J_{s,obstac}$ et $J_{s,trajec}$	(50, 200, 0)	(100, 400, 0)	(200, 800, 0)
Taux de collisions avec un obstacle	1,5 %	1,2 %	0,7 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0,8 %	0,3 %	0,0 %
Taux de véhicule perdu	0,0 %	0,1 %	0,5 %
Taux de réussite de la mission	97,7 %	98,4 %	98,8 %

(d) Pour différentes pondérations du coût de changement de trajectoire

Pondération de $J_{s,véhic}$, $J_{s,obstac}$ et $J_{s,trajec}$	(100, 400, 0)	(100, 400, 5)	(100, 400, 10)
Taux de collisions avec un obstacle	1,2 %	0,9 %	0,2 %
Taux de collisions entre deux véhicules	0,3 %	0,1 %	0,2 %
Taux de véhicule perdu	0,1 %	0,0 %	0,0 %
Taux de réussite de la mission	98,4 %	99,0 %	99,6 %

3.6.3.7 Bilan sur les pondérations des coûts de sécurité

Comme avec l'influence du jeu de commandes, les valeurs des pondérations que nous avons choisies permettent d'obtenir des résultats satisfaisants mais qui pourraient être améliorés.

Pour la pondération du critère $J_{s,trajec}$ notamment, nous avons initialement choisi d'utiliser une valeur nulle car sur la première simulation, celui-ci semblait ralentir les changements de direction et de vitesse des véhicules. C'est d'ailleurs son rôle puisqu'il pénalise la différence entre la trajectoire testée et la trajectoire prévue à l'itération précédente. Ce ralentissement est également constaté par [Dun04] qui utilise ce même critère.

Du fait de ce ralentissement, il semblait en effet que ce coût puisse allonger la durée de la mission et favoriser les collisions avec des obstacles. Toutefois, nous constatons à présent que ce critère réduit les collisions entre véhicules ainsi que les collisions avec des obstacles.

Cela semble indiquer que les collisions avec des obstacles surviennent principalement lorsque les véhicules se gênent les uns les autres et que ce critère permet de diminuer l'occurrence de ce cas.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une loi de guidage coopératif distribuée utilisant la commande prédictive. La fonction objectif que nous utilisons est obtenue en faisant la somme pondérée de plusieurs critères. Chaque critère est associé à une tâche spécifique de la mission des véhicules et la pondération correspondante indique l'importance de cette tâche par rapport aux autres.

Nous avons également proposé une procédure de recherche de la séquence de commandes différente des algorithmes utilisés traditionnellement. Celle-ci consiste à prédire les effets d'un jeu de séquences de commandes candidates prédéfini puis à sélectionner celle qui engendre le coût le plus faible. Le jeu de séquence de commande candidates est spécialement conçu pour explorer l'espace de commande de manière rapide et efficace.

Contrairement aux procédures d'optimisation traditionnellement utilisées, la procédure de recherche proposée n'engendre pas de problème d'initialisation ou de minima locaux. De plus, elle permet d'obtenir une commande après une durée de calcul constante quelles que soient les circonstances.

Les performances de la loi de guidage proposée ont été évaluées à l'aide de simulations. Celles-ci font apparaître une fiabilité de l'ordre de 98 %. Comparée à une méthode d'optimisation traditionnelle, les performances de notre loi de guidage sont différentes, sans être inférieures, mais la durée de calcul est 10 fois inférieure.

Enfin, nous avons également étudié l'influence de la définition du jeu de commandes candidates ainsi que celle des pondérations des coûts de sécurité.

Afin de connaître avec plus de précision l'influence de ces paramètres, une étude plus poussée pourra être envisagée. Celle-ci devra notamment être faite en exploitant un plus grand nombre de simulations et pour davantage de valeurs des différents paramètres.

Chapitre 4

Extension de la loi de guidage proposée pour l'exploration d'une région du plan

La loi de guidage proposée au chapitre précédent est conçue pour accomplir des missions de type navigation par points de passages. Nous proposons à présent une extension de cette loi de guidage pour effectuer des missions de type exploration.

Le sujet de l'exploration par une flotte de véhicules autonomes englobe des problématiques différentes, comme la cartographie, la recherche de survivants, de ressources ou de menaces dans une région. Quel qu'en soit l'objectif, lorsque nous souhaitons explorer une région, il est nécessaire de pouvoir distinguer entre les zones déjà explorées et les zones restant à explorer.

Pour ce faire, de nombreux travaux découpent la région à explorer en cellules, chacune associée à une valeur. Cette valeur peut indiquer que la cellule est libre/occupée/inconnue (*par exemple* [SF93], [SB07], [Yua+10]) ou encore la probabilité que la cellule soit libre/occupée (*par exemple* [YMP04], [Bur+05]). D'autres méthodologies sont également explorées, comme l'utilisation de graphes d'exploration où chaque sommet désigne une position visitée par un véhicule ([Fra+07]). Il est également possible de ne retenir que les informations sur les obstacles tout en essayant de diminuer l'incertitude sur leur position (*par exemple* [KKG08], [LBL10], [LBL11]). Certaines approches consistent à modéliser les limites de la zone libre grâce à des polygones ([RDM00]).

Une fois que la représentation de l'environnement est fixée, les différentes méthodes d'exploration s'attachent à définir où envoyer les différents véhicules. Plusieurs approches existent. Dans [RDM00], deux véhicules longent les limites de la région libre en gardant le contact visuel entre eux. Lorsque celui-ci est rompu, un des véhicules est chargé de définir les limites de l'obstacle ainsi mis en évidence. Dans de nombreux travaux (*par exemple* [SF93], [YMP04], [SB07]) les mouvements possibles des véhicules consistent à se déplacer dans une cellule adjacente. La majorité des travaux assigne une position cible à chaque véhicule afin de maximiser la quantité d'information recueillie par chaque véhicule : [Bur+05], [Fra+07], [Yua+10].

Parmi ces travaux, la plupart considère des véhicules n'ayant pas ou peu de contraintes de mouvements, typiquement des véhicules terrestres holonomes ou capables de tourner sur eux-mêmes. Certains utilisent cependant des véhicules avec une contrainte de limite de vitesse de rotation : [YMP04], [SB07], [KKG08], [Yua+10].

Un champ de recherche spécifique et très actif s'intéresse au cas où la localisation des véhicules n'est pas connue avec précision à cause des imprécisions de mesure notamment : le SLAM pour "Simultaneous Localization and Mapping" (*par exemple* [LBL10], [LBL11]).

La stratégie proposée dans ce chapitre consiste à utiliser le guidage prédictif présenté au chapitre 3 afin d'assurer l'exploration d'une région quadrillée de points de passage connus des véhicules, tout

en prenant en compte de manière précise les contraintes sur l'état et la commande des véhicules ainsi que leurs trajectoires prédites afin de minimiser leurs manœuvres.

Dans un premier temps, nous décrivons le problème auquel nous proposons une solution. Ensuite, nous expliquons les modifications concrètes apportées à la loi de guidage décrite au chapitre 3. Nous expliquerons alors comment s'effectue la répartition des points de passage entre les véhicules. Cette étape répond aux besoins d'exploration de la zone et de publication des zones déjà explorées entre véhicules. Enfin, nous présentons des simulations numériques permettant de juger des performances de la solution proposée.

4.1 Description du problème

Nous considérons ici la même flotte de véhicules qu'au chapitre 3, c'est-à-dire N véhicules identiques de type avion se déplaçant dans le plan horizontal.

L'état $\mathbf{x}_i(k) = [\mathbf{p}_i(k)^t \quad \mathbf{v}_i(k)^t \quad v_i^\omega(k)]^t$ de chaque véhicule i à l'instant k est composé de sa position $\mathbf{p}_i(k) = [p_i^x(k) \quad p_i^y(k)]^t$, de son vecteur vitesse $\mathbf{v}_i(k) = [v_i^m(k) \quad v_i^\theta(k)]^t$, défini par son module $v_i^m(k)$ et sa direction $v_i^\theta(k)$, et de sa vitesse de virage $v_i^\omega(k)$ par rapport au repère inertiel \mathcal{F} commun à tous les véhicules.

La commande $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^m(k) \quad u_i^\theta(k)]^t$ de chaque véhicule est composée d'une accélération linéaire $u_i^m(k)$ et d'une accélération angulaire $u_i^\theta(k)$.

L'évolution de l'état de chaque véhicule i est décrite par le modèle discret (4.1) à (4.4), identique à celui du chapitre 3.

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot v_i^m(k) \cdot \begin{bmatrix} \cos(v_i^\theta(k)) \\ \sin(v_i^\theta(k)) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$v_i^m(k+1) = v_i^m(k) + \Delta t \cdot u_i^m(k) \quad (4.2)$$

$$v_i^\theta(k+1) = v_i^\theta(k) + \Delta t \cdot v_i^\omega(k) \quad (4.3)$$

$$v_i^\omega(k+1) = v_i^\omega(k) + \Delta t \cdot u_i^\theta(k) \quad (4.4)$$

Les véhicules sont soumis aux limitations physiques (4.5) à (4.8), identiques à celles du chapitre 3.

$$v_{min} \leq v_i^m(k) \leq v_{max} \quad \forall k \quad (4.5)$$

$$v_{min}^\omega \leq v_i^\omega(k) \leq v_{max}^\omega \quad \forall k \quad (4.6)$$

$$u_{min}^m \leq u_i^m(k) \leq u_{max}^m \quad \forall k \quad (4.7)$$

$$u_{min}^\theta \leq u_i^\theta(k) \leq u_{max}^\theta \quad \forall k \quad (4.8)$$

Notre objectif est de modifier la loi de guidage distribuée \mathbf{u} présentée au chapitre 3 afin de l'adapter à l'exploration d'une région du plan. Lorsqu'ils parcourent leurs trajectoires, les véhicules ne doivent pas entrer en collision entre eux ou avec des obstacles extérieurs. La commande des véhicules doit tenir compte des contraintes (3.5) à (3.8).

Afin de simplifier la mission d'exploration, la région à explorer est définie par un quadrillage de points de passage dont la position est connue des véhicules, comme illustré figure 4.1. La distance entre les différents points de passage peut par exemple correspondre à la taille de la zone observable par les capteurs des véhicules. De cette manière, la visite de chaque point de passage permet de recueillir des observations sur la totalité de la région à explorer.

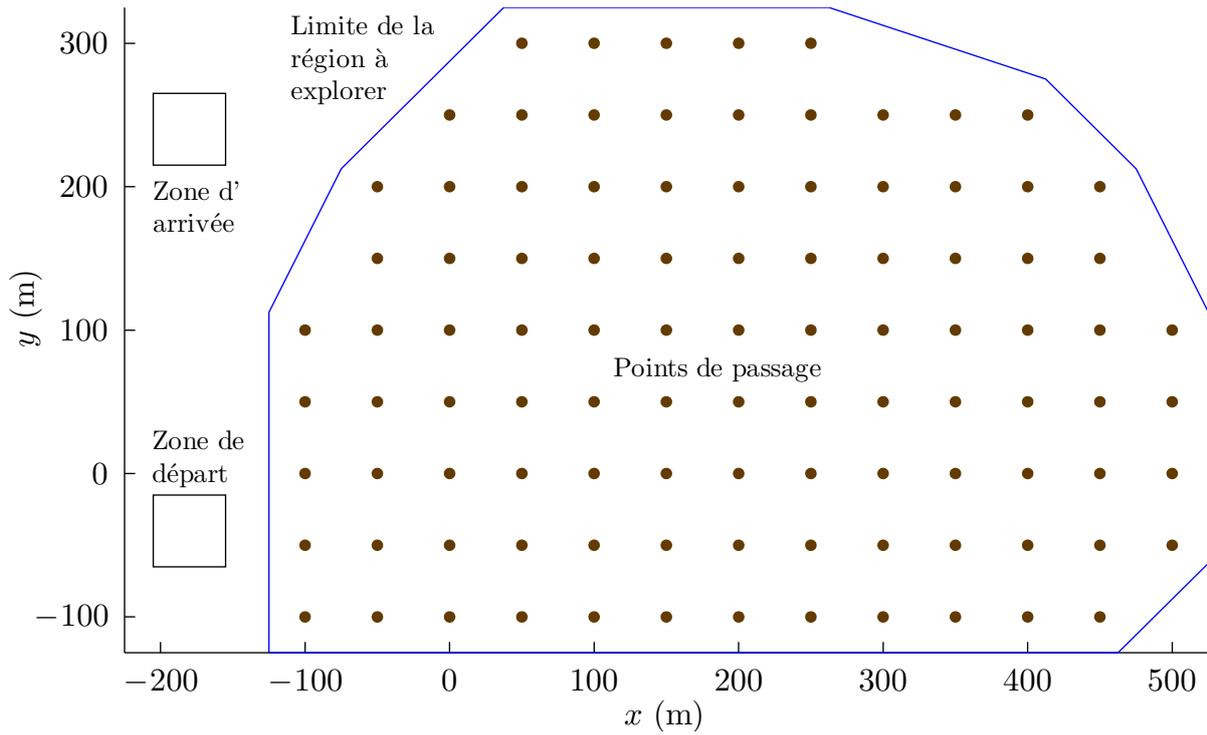


FIGURE 4.1 – Exemple de disposition des points de passage pour une mission d'exploration

Dans ce chapitre, nous recherchons une méthode pour que les véhicules se répartissent les points de passage afin de les visiter aussi rapidement que possible. La procédure de répartition doit être exécutée de manière distribuée au cours de la mission. De plus, cette procédure doit fonctionner avec une seule étape d'échange d'information par itération (une itération correspond à une période d'échantillonnage de la commande) afin de limiter au maximum les communications entre véhicules.

Un point de passage est considéré comme visité si un véhicule s'en approche à une distance inférieure à d_{vis} . Afin de garantir que la visite des points de passage permet une exploration efficace de la zone, la distance d_{vis} est choisie très inférieure à l'écart entre les points de passage.

Afin de se répartir les points de passage de manière adéquate, les véhicules doivent coopérer les uns avec les autres.

Contrairement aux chapitres 1 à 3, les véhicules ne cherchent pas à former une flotte. Cependant, afin d'éviter qu'ils n'entrent en collision, ils doivent maintenir à tout moment une distance relative supérieure à la distance de sécurité d_{sec}^v .

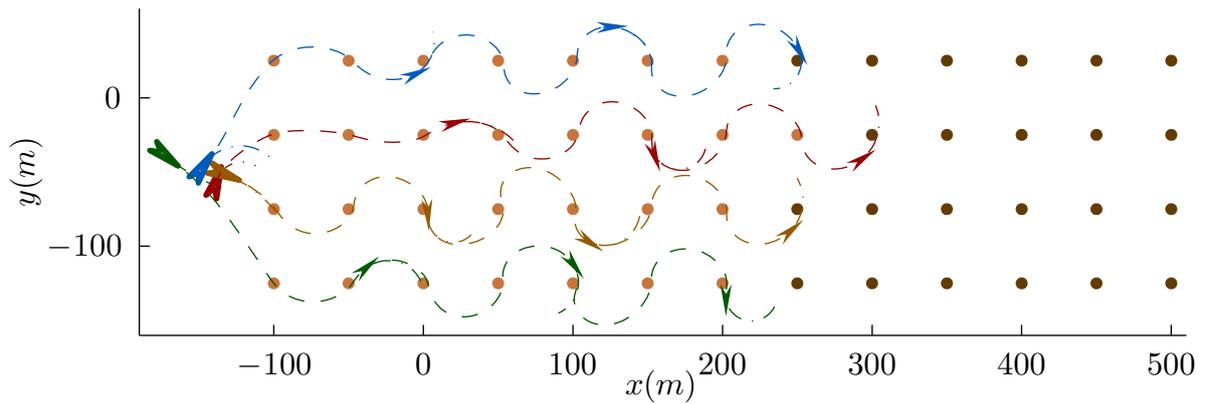
Afin d'éviter les collisions avec les obstacles, une distance minimale désirée d_{des}^o est définie entre les véhicules et les obstacles. Quoi qu'il arrive, la distance entre les véhicules et les obstacles ne doit pas être inférieure au seuil d_{sec}^o ($d_{\text{sec}}^o < d_{\text{des}}^o$).

Enfin, nous souhaitons que les véhicules se déplacent à la vitesse nominale v_n lorsque c'est possible.

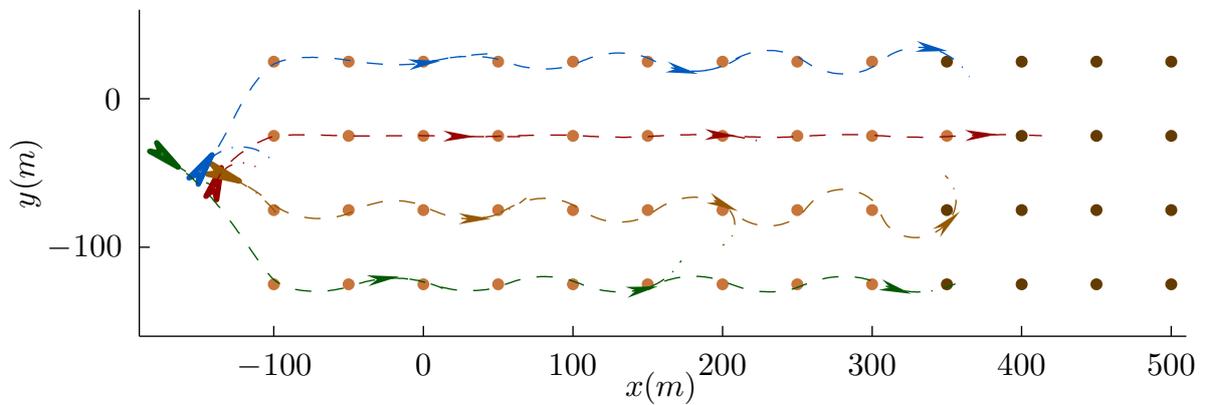
4.2 Modification de la fonction objectif

Dans le cadre de la mission de navigation par points de passage envisagée en 3.4, les points de passage successifs sont éloignés les uns des autres, les véhicules ont donc la place pour manœuvrer entre chaque point.

Pour effectuer une exploration efficace de la région en revanche, les points de passage sont proches



(a) Un seul point de passage est pris en compte



(b) Deux points de passage sont pris en compte

FIGURE 4.2 – Effet de la prise en compte de deux points de passage - Simulation arrêtée à 300 itérations

les uns des autres. Nous expliquons dans ce chapitre les modifications apportées à la fonction objectif afin que les véhicules suivent des trajectoires appropriées.

4.2.1 Prise en charge de deux points de passage par chaque véhicule

Rappelons que le critère élémentaire $J^{m,direct}$, défini à la section 3.4.1.3, est utilisé afin d'inciter les véhicules à s'approcher du point de passage en ligne droite. La forme de ce critère est rappelée (4.9) dans laquelle $\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n)$ désigne la position de référence à l'instant n .

$$J_i^{m,direct}(k) = W^{m,direct} \cdot \sum_{n=k+1}^{k+H_p} \left\| \widehat{\mathbf{p}}_i(n) - \mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n) \right\|^2 \quad (4.9)$$

Comme remarqué au chapitre 3 et illustré figure 3.3, lorsque la trajectoire prédite du véhicule dépasse le point de passage visé, ce critère incite le véhicule à poursuivre en ligne droite. A cause de cela et de la proximité des points de passage, les véhicules n'ont pas suffisamment de place pour manœuvrer entre chaque point et leurs trajectoires oscillent comme illustré à la figure 4.2a.

Afin de réduire ces oscillations, nous proposons d'attribuer deux points de passage à chaque véhicule et de modifier la définition des points de référence $\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n)$ utilisés pour le calcul de $J^{m,direct}$.

Nous constatons cependant que la prise en compte de deux points de passage ne suffit pas à supprimer les oscillations non désirées. Figure 4.2b, nous constatons même que celles-ci, alors qu'elles sont faibles au départ, s'amplifient au cours du temps. Ceci est dû au critère élémentaire $J^{m,final}$, que nous modifions à présent.

4.2.2 Modification du critère $J^{m,final}$

Rappelons que le critère élémentaire $J^{m,final}$, défini à la section 3.4.1.3, est utilisé afin d'inciter les véhicules à être plus proches du point de passage à la fin de l'horizon de prédiction H_p , quelle que soit la trajectoire. La forme de ce critère est rappelée en (4.13) dans laquelle $B_{i,w_1}^{ref}(k)$ désigne la boule de référence autour du point de passage.

$$J_i^{m,final}(k) = W^{m,final} \cdot \left(d(\widehat{\mathbf{p}}_i(k + H_p), B_{i,w_1}^{ref}(k)) \right)^2 \quad (4.13)$$

Comme évoqué au chapitre 3, section 3.4.1.3, lorsque la trajectoire prédite du véhicule dépasse le point de passage visé, ce critère incite le véhicule à tourner et ralentir pour rester proche du point de passage à la fin de l'horizon de prédiction. Ceci est en contradiction avec la modification précédente, consistant au contraire à encourager le véhicule à poursuivre son mouvement vers un second point de passage.

Pour résoudre cette contradiction, nous modifions la forme de $J^{m,final}$ afin d'utiliser la distance minimale $\widehat{d}_{i,w_1}^{min}(k)$ (4.14) entre les positions prédites du véhicule et le point de passage au cours de l'horizon de prédiction au lieu de la distance à la fin de l'horizon de prédiction (4.15). Cette grandeur est illustrée figure 4.3. De cette manière, le critère élémentaire $J^{m,final}$ incite maintenant les véhicules à passer au plus près du point de passage, à un instant quelconque durant l'horizon de prédiction.

$$\widehat{d}_{i,w_1}^{min}(k) = \min_{n \in [k+1, k+H_p]} \|\widehat{\mathbf{p}}_i(n) - \mathbf{p}_w\| \quad (4.14)$$

$$J_i^{m,final}(k) = \begin{cases} W^{m,final} \cdot \left(\widehat{d}_{i,w_1}^{min}(k) \right)^2 & \text{si } d_{i,w_1}(k) \leq H_p \cdot \Delta t \cdot v_n \\ W^{m,final} \cdot \left(d(\widehat{\mathbf{p}}_i(k + H_p), B_{i,w_1}^{ref}(k)) \right)^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.15)$$

Après cette seconde modification, nous observons sur la figure 4.4a que les trajectoires des véhicules n'oscillent plus.

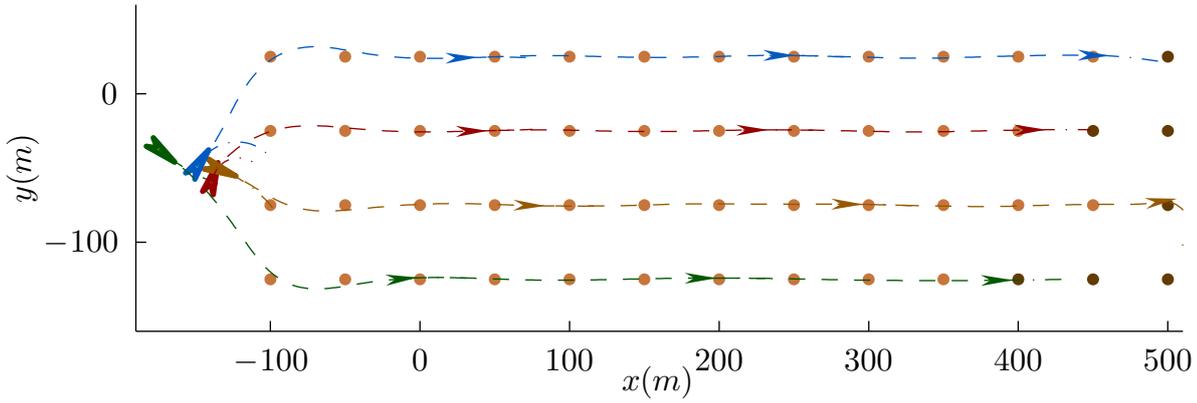
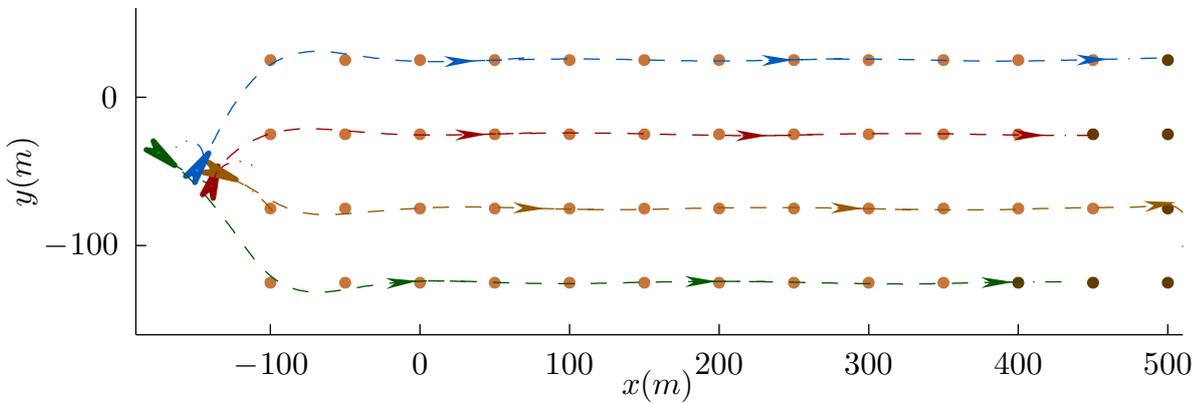
Remarque

Les deux modifications que nous venons de décrire sont compatibles avec les missions de type navigation par point de passage présentées au chapitre 3. Cependant, bien qu'elles soient indispensables pour les missions de type exploration considérées à ce chapitre, elles ne changent pas significativement le comportement des véhicules lorsqu'ils effectuent des missions de type guidage par points de passage considérées au chapitre 3. ■

4.2.3 Utilisation de la vitesse prédite à la place de la vitesse nominale

Lors du calcul des critères élémentaires $J^{m,direct}$ et $J^{m,final}$, nous avons défini les points $\mathbf{p}_{i,w}^{ref}(n)$ et la boule de référence $B_{i,w_1}^{ref}(k)$ en fonction de la distance que couvre un véhicule à vitesse nominale, quelle que soit la vitesse courante ou prédite du véhicule.

De ce fait, si la vitesse du véhicule est différente de la vitesse nominale, ces deux critères élémentaires encouragent le véhicule à revenir à la vitesse nominale. Ceci n'est pas leur rôle, puisque le critère élémentaire $J^{m,module}$, défini à la section 3.4.1.2, est prévu pour cela.

(a) Effet de la modification du critère $J^{m,final}$ 

(b) Effet de l'utilisation des vitesses prédites

FIGURE 4.4 – Effet des modifications de la fonction objectif - Simulation arrêtée à 300 itérations.

Afin de séparer clairement les effets des différents critères, il est possible d'utiliser la vitesse linéaire prédite des véhicules au lieu d'utiliser la vitesse nominale. Les positions des points de référence et le rayon de la boule de référence sont alors donnés par (4.16) et (4.17) au lieu de (4.10) et (3.23). $\widehat{d}_i^p(n)$ désigne la distance parcourue par le véhicule à la vitesse prédite. Rappelons que \mathbf{p}_{i,w_1}^{dir} et $\mathbf{p}_{w_2|w_1}^{dir}$ désignent les vecteurs unitaires définissant respectivement la direction de la ligne de vue du véhicule i au point de passage w_1 et la direction de la ligne de vue du point de passage w_1 à w_2 . La figure 4.4b présente les résultats en utilisant ces modifications.

$$\mathbf{p}_{i,\{w_1,w_2\}}^{ref}(n) = \begin{cases} \mathbf{p}_i(k) + \widehat{d}_i^p(n) \cdot \mathbf{p}_{i,w}^{dir} & \text{si } d_{iw_1}(k) < \widehat{d}_i^p(n) \\ \mathbf{p}_{w_1} + (\widehat{d}_i^p(n) - d_{iw_1}(k)) \cdot \mathbf{p}_{w_2|w_1}^{dir} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$r(B_{i,w_1}^{ref}(k)) = \begin{cases} 0 & \text{si } d_{i,w}(k) \leq \widehat{d}_i^p(k + H_p) \\ d_{i,w}(k) - \widehat{d}_i^p(k + H_p) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.17)$$

$$\widehat{d}_i^p(n) = \Delta t \cdot \sum_{m=k+1}^n (\widehat{v}_i^m(m)) \quad (4.18)$$

Remarque

Nous constatons, figure 4.4b, que cette dernière modification ne change que très légèrement la trajectoire des véhicules. (Celle-ci est néanmoins modifiée, comme le montre la trajectoire prédite

par le véhicule le plus en haut, aux instants initial et final.)

Cette relative insensibilité de la trajectoire des véhicules s'explique par le fait que, lors des simulations, la vitesse linéaire des véhicules est déjà très proche de la vitesse nominale.

D'un autre côté, cette modification entraîne une faible charge de calcul supplémentaire puisqu'il faut définir plusieurs séries de points de référence pour s'adapter aux différents profils de vitesse linéaire prédits par le véhicule au lieu d'une seule série calculée pour la vitesse nominale.

Le choix d'utiliser ou non la vitesse prédite des véhicules pour le calcul des positions des points de référence est donc largement discutable. Dans la suite de notre étude, puisque la charge de calcul n'est pas un facteur limitant et que nous souhaitons séparer clairement l'incitation à avancer à la vitesse nominale, assurée par $J^{n,module}$, de l'incitation à avancer vers les points de passage, assurée par $J^{m,direct}$ et $J^{m,final}$, nous utiliserons la vitesse prédite des véhicules. ■

Nous allons maintenant expliquer comment répartir de manière distribuée les points de passage entre les véhicules de façon à attribuer deux points de passage à chaque véhicule en évitant les conflits.

4.3 Répartition des points de passage entre les véhicules

Afin de diminuer la durée nécessaire à l'exploration de la région, les véhicules doivent coopérer et se répartir les points de passage de sorte que chacun visite un nombre à peu près équivalent de points de passage. De plus, lors de la répartition, il faut veiller à ce que chaque véhicule parcoure la distance la plus faible possible pour aller d'un point de passage à un autre. Enfin, la gestion distribuée du groupe de véhicules présente un défi supplémentaire puisque chaque véhicule doit s'accorder avec le reste du groupe, sans qu'aucun coordinateur n'intervienne.

Nous pourrions effectuer, dès le début de la mission, la répartition a priori de l'ensemble des points de passage. Toutefois, cette méthode présente plusieurs défauts. Premièrement, compte tenu des contraintes physiques sur les véhicules, du risque de collision et de l'état initial des véhicules, il ne serait pas simple de déterminer la répartition optimale. Ensuite, compte tenu de la gestion distribuée du groupe de véhicules, le temps nécessaire (au calcul et à la communication) pour que les véhicules convergent vers une solution commune serait important. Enfin, si un événement imprévu survient au cours de la mission, tel que la perte ou l'ajout d'un véhicule ou d'un point de passage, la répartition prévue deviendra obsolète.

Il faudrait alors reprendre la procédure de répartition, ce qui s'avérerait encore plus complexe puisque que les véhicules seront répartis de manière aléatoire dans la région restant à explorer et que la forme de celle-ci sera possiblement complexe.

Nous proposons donc d'utiliser une approche semblable à la commande prédictive distribuée, consistant à attribuer à chaque véhicule, à chaque itération, deux (une paire de) points de passage en fonction d'un critère de coût à définir. Puisque chaque véhicule se voit attribuer deux points de passage seulement, la répartition finale obtenue n'est pas la répartition optimale. Toutefois, comme elle est effectuée au fur et à mesure de la mission, elle permet de prendre en compte tout changement pouvant survenir.

Nous donnons tout d'abord un aperçu général de la procédure de répartition proposée, puis nous en expliquerons en détail chaque phase : le calcul des coûts d'attribution des points, la procédure d'évaluation des points et enfin, la méthode de choix de la paire de points attribuée à chaque véhicule.

4.3.1 Aperçu général de la procédure de répartition proposée

La procédure de répartition proposée consiste, à chaque itération, à ce que chaque véhicule i détermine, parmi les points de passage restant à visiter, la paire $\{w_{1,i}^*, w_{2,i}^*\}$ vers laquelle il va se diriger. Cette procédure est effectuée localement par chaque véhicule. Aucune information n'est échangée entre les véhicules durant celle-ci.

Pour ce faire, à chaque itération, chaque véhicule i examine les points de passage afin de calculer le coût d'attribution $J_{i,\{w_1,w_2\}}^{attr}$ des paires $\{w_1, w_2\}$ vers lesquelles il envisage de se diriger.

Le coût d'attribution d'une paire de points de passage permet, d'une part, d'estimer le coût de la manœuvre que devrait effectuer le véhicule pour les atteindre, et d'autre part, d'estimer le coût de la déviation des véhicules qui se dirigent actuellement vers un des points de la paire évaluée (ces véhicules devront en effet changer de points).

Afin de calculer ce coût de déviation, une fois par itération, en même temps qu'il communique sa trajectoire prédite, chaque véhicule i partage avec les autres la liste \mathcal{L}_i^{comp} des paires de points de passage qu'il a évaluées ainsi que le coût d'attribution correspondant. Cela permet aux véhicules de décider de prendre en charge des points de passage déjà attribués lorsque la somme des coûts des deux véhicules impliqués diminue.

Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons les termes "premier" et "second" point de passage pour parler respectivement du point vers lequel le véhicule se dirige en premier et de celui vers lequel il poursuivra sa trajectoire une fois le premier atteint.

Remarques

Au lieu de laisser chaque véhicule décider des points de passage qu'il prend en charge de manière isolée, il serait envisageable de rechercher la répartition optimale de deux points de passage par véhicule. Malgré le nombre élevé de combinaisons possibles, il serait probablement possible de résoudre ce problème de manière centralisée en un temps de calcul acceptable.

Toutefois, afin de le résoudre de manière distribuée, comme nous le souhaitons, il serait nécessaire que les véhicules s'échangent des informations plusieurs fois par période d'échantillonnage de la commande (itération) afin de converger vers la solution optimale. Les délais de communication, combinés au nombre élevé de répartitions possibles allongeraient alors très certainement la durée de calcul au delà de la période d'échantillonnage de notre loi de guidage.

De plus, même en recherchant la meilleure répartition globale, il demeure que seuls deux points de passage sont attribués à chaque véhicule. À cause de cela, la répartition résultante sur l'ensemble de la mission différerait de la répartition optimale. Il serait d'ailleurs intéressant de déterminer si cette répartition résultante est meilleure que la procédure que nous proposons, et si oui de quantifier l'écart de performances.

Il serait également possible d'interdire aux autres véhicules les points de passage déjà attribués à un véhicule, mais cela présente deux défauts. Premièrement, cela empêche largement l'optimisation de la répartition : le premier véhicule ayant choisi un point n'est pas forcément le mieux placé pour s'en charger. Deuxièmement, comme il est possible que deux véhicules choisissent un même point à la même itération (puisque'ils ne savent pas encore que l'autre véhicule choisit ce point), il est de toute manière nécessaire de prévoir une méthode de résolution des conflits. ■

Nous présentons à présent les détails des différentes phases de la procédure de répartition proposée.

4.3.2 Coûts d'attribution des points de passages

Afin de choisir la paire de points de passage $\{w_1^*, w_2^*\}$ que le véhicule i prendra en charge, nous devons établir un classement de celles-ci. Ce classement est effectué grâce au coût d'attribution

$J_{i,\{w_1,w_2\}}^{attr}$, lui-même composé de trois termes :

- J_{i,w_1}^{pec} , le coût de prise en charge du premier point de passage. Ce critère estime le coût de la manœuvre complète que doit effectuer le véhicule i afin d'atteindre le point de passage w_1 . Il permet de favoriser la visite des points de passage les plus faciles à atteindre.
- $J_{i,w_2|w_1}^{pec}$ le coût de prise en charge du second point de passage en tenant compte du premier. Ce critère estime le coût de la manœuvre complète que doit effectuer le véhicule i afin d'atteindre le point de passage w_2 en tenant compte du fait qu'il doit atteindre w_1 avant. Il permet de favoriser la visite des points de passage successifs les plus faciles à atteindre.
- $J_{i,\{w_1,w_2\}}^{dev}$ le coût de déviation. Ce critère estime le surcoût causé aux éventuels véhicules se dirigeant actuellement vers un des points de passage w_1 ou w_2 et devant être déviés vers un autre si le véhicule i les prend en charge. Il permet aux véhicules de juger si rallier un point de passage déjà attribué à un autre véhicule est avantageux.

Afin de définir ces critères suivant nos besoins, nous avons exploré plusieurs possibilités. Pour faciliter la compréhension des critères effectivement utilisés, nous présenterons les différentes possibilités non retenues.

4.3.2.1 Coût de prise en charge du premier point de passage J_{i,w_1}^{pec}

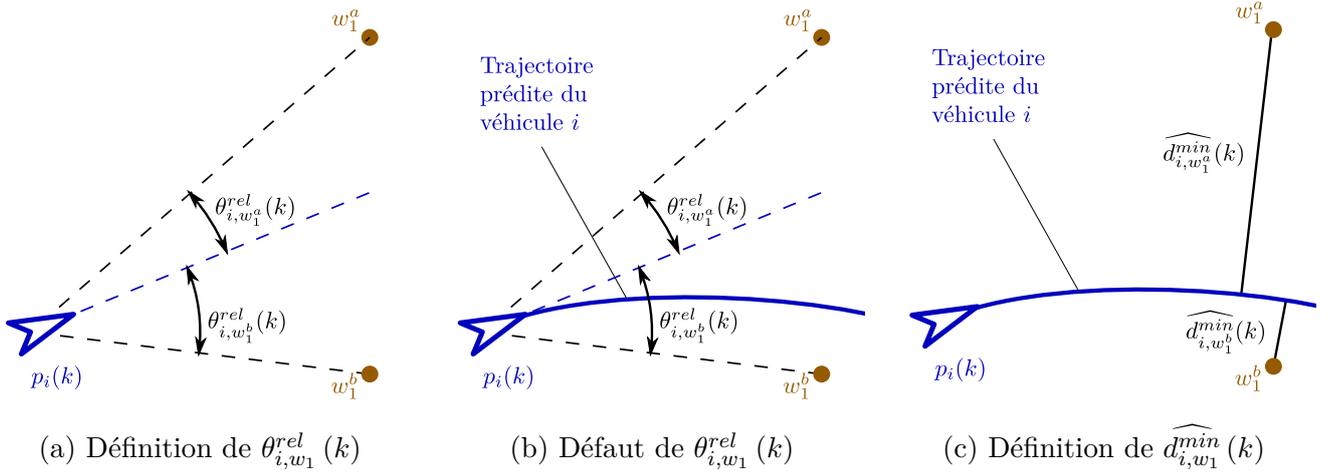
Le rôle de ce critère est d'estimer le coût de la manœuvre complète que doit effectuer le véhicule i afin d'atteindre le point de passage w_1 .

La forme la plus simple de ce critère, que nous n'avons pas retenue, consisterait à utiliser la distance courante entre le véhicule et le point de passage $d_{iw_1}(k)$. Cette solution possède l'avantage d'être simple et rapide à calculer mais présente un défaut important : elle ne prend pas en compte la direction courante du véhicule. Celui-ci devra peut-être effectuer une manœuvre importante, telle qu'un demi-tour, afin de rejoindre le point de passage.

Nous envisageons alors une seconde solution, que nous n'utiliserons pas ici, mais qui nous permet de présenter les notations. Afin de tenir compte de l'orientation courante du véhicule $v_i^\theta(k)$ et de la direction de la ligne de vue du véhicule au point de passage $\arg(\mathbf{p}_{w_1} - \mathbf{p}_i(k))$, nous pourrions utiliser la différence entre ces deux grandeurs : $\theta_{i,w_1}^{rel}(k) = |v_i^\theta(k) - \arg(\mathbf{p}_{w_1} - \mathbf{p}_i(k))|$. Cette grandeur est illustrée figure 4.5a. Utilisée seule cependant, $\theta_{i,w_1}^{rel}(k)$ favoriserait les points de passage les plus éloignés, ce qui n'est pas notre but. Nous pourrions en revanche l'utiliser en même temps que $d_{iw_1}(k)$, en effectuant un produit par exemple.

Cette solution présente toutefois le problème suivant : elle ne prend pas en compte la vitesse de rotation du véhicule. Il est en effet possible que, bien qu'orienté dans la direction du point de passage, le véhicule soit en train de tourner et de s'en éloigner. Cette situation est illustrée figure 4.5b dans laquelle l'orientation du véhicule conduirait à choisir le point de passage w_1^a alors que, compte tenu de sa trajectoire prédite, il serait plus approprié de choisir w_1^b . Pour atteindre w_1^a , le véhicule devrait en effet effectuer une manœuvre consistant à cesser le virage en cours, puis à virer dans l'autre direction pour corriger le mouvement effectué.

La solution que nous avons retenue tire profit du fait que la commande des véhicules est effectuée suivant une stratégie prédictive. En effet, cela implique que chaque véhicule dispose de sa trajectoire prédite sur l'horizon de prédiction $\widehat{\mathbf{p}}_{i,k+1}^{k+H_p}$, ce qui permet de comparer directement la manœuvre en cours à la manœuvre que doit effectuer le véhicule pour rejoindre le point de passage w_1 . Pour cela, nous utilisons la distance entre le point de passage et la trajectoire prédite du véhicule. Soit $\widehat{d}_{i,w_1}^{min}(k)$ (4.20) cette distance, illustrée figure 4.5c. Le coût de prise en charge du premier point de passage w_1


 FIGURE 4.5 – Illustration de la définition de J_{i,w_1}^{pec}

est donné par (4.19).

$$J_{i,w_1}^{pec}(k) = \widehat{d}_{i,w_1}^{min}(k) \quad (4.19)$$

$$\widehat{d}_{i,w_1}^{min}(k) = \min_{n \in [k+1, k+H_p]} \|\widehat{\mathbf{p}}_i(n) - \mathbf{p}_w\| \quad (4.20)$$

Remarques

Nous pourrions être tentés de raffiner la valeur de $J_{i,w_1}^{pec}(k)$ en utilisant l'orientation prédite du véhicule à l'instant où il passe au plus près du point de passage ainsi que la direction de la ligne de vue du véhicule au point de passage au même moment. Ces grandeurs n'apportent cependant aucune information utile. En effet, elles permettent d'estimer grossièrement la manœuvre future du véhicule, mais cela est inutile puisque nous disposons d'une estimation bien plus précise grâce à la trajectoire prédite.

Leur utilisation serait même problématique puisque les véhicules n'atteignent jamais les points de passage en arrivant droit dessus, mais toujours sur le coté comme sur la figure 4.3. À cause de cela, la valeur de $\theta_{i,w_1}^{rel}(n)$ à l'instant n où le véhicule passe au plus près du point de passage peut atteindre $\pm\pi/2$, et le coût de prise en charge calculé ne serait pas une bonne estimation de la difficulté d'atteindre le point.

Si nous réalisons le guidage d'un unique véhicule, il serait moins important de déterminer avec précision le coût de la manœuvre à accomplir pour rejoindre un point en particulier. En effet, si ce coût s'avérait faux dans un premier temps et que le véhicule se dirigeait vers un point de passage inapproprié, le mouvement du véhicule finirait par forcer le choix du point de passage le plus approprié.

Toutefois, les critères de coûts que nous présentons doivent servir à répartir les points de passage entre les différents véhicules de la flotte. Si ces coûts ne représentent pas correctement le coût de la manœuvre à accomplir, la répartition résultante sera mauvaise. De plus, les interactions entre véhicules seront plus difficiles s'ils ne cessent de changer d'avis à propos des points de passage qu'ils prennent en charge. ■

4.3.2.2 Coût de prise en charge du second point de passage $J_{i,w_2|w_1}^{pec}$

Le rôle de ce critère est d'estimer le coût de la manœuvre complète que doit effectuer le véhicule i afin d'atteindre le point de passage w_2 en tenant compte du fait qu'il doit atteindre w_1 avant.

La forme la plus simple de ce critère, que nous n'avons pas retenue, consisterait à utiliser la distance séparant les deux points de passage $d_{w_1 w_2}$. Nous évoquons cette distance et non la distance entre le véhicule et w_2 car le véhicule doit commencer par atteindre w_1 .

De manière similaire à J_{i,w_1}^{pec} , cette solution présenterait l'avantage d'être simple et rapide à calculer mais comporterait une limitation importante : elle ne permettrait pas de tenir compte de l'orientation du véhicule lorsqu'il aura atteint le premier point de passage. Ainsi, la manœuvre supplémentaire que devra effectuer le véhicule n'est pas prise en compte.

Une seconde limitation apparaît ici : si les points de passage sont positionnés de manière régulière dans la région à explorer, plusieurs peuvent être à égale distance du premier. Afin de choisir entre les différents points possibles, nous pourrions choisir d'utiliser le premier point de la liste. Ce choix aurait pour conséquence de regrouper les véhicules, puisqu'ils chercheraient tous à visiter prioritairement les points de passage du début de la liste.

Nous envisageons alors une seconde solution, que nous n'utiliserons pas non plus, mais qui nous permet de présenter les notations. Afin de tenir compte de l'orientation qu'aura le véhicule lorsqu'il aura atteint le premier point de passage, nous pourrions combiner, par un produit par exemple, la distance $d_{w_1 w_2}$ à l'erreur d'alignement $\theta_{i,w_2|w_1}^{rel}(k) = |\arg(\mathbf{p}_{w_1} - \mathbf{p}_i(k)) - \arg(\mathbf{p}_{w_2} - \mathbf{p}_{w_1})|$ entre la position courante du véhicule $\mathbf{p}_i(k)$ et la position des deux points de passage \mathbf{p}_{w_2} et \mathbf{p}_{w_1} . Cette grandeur est illustrée à la figure 4.6a.

Cette solution présenterait toutefois le problème suivant : elle ne prendrait pas en compte la trajectoire que suivra le véhicule pour atteindre le premier point de passage. En effet, comme celle-ci va modifier l'alignement entre la position du véhicule et les deux points de passage, le point initialement choisi peut ne pas être le plus simple à atteindre. Une situation de ce type est présentée figure 4.6b dans laquelle le point initialement choisi est le point w_2^a alors que, compte tenu de la trajectoire future du véhicule, il serait plus approprié de choisir le point w_2^b .

Comme pour J_{i,w_1}^{pec} , la solution retenue tire profit de l'information disponible sur la trajectoire prédite du véhicule afin de comparer directement la manœuvre à accomplir à celle en cours. Il faut cependant utiliser cette information avec prudence et notamment tenir compte du fait que le premier point de passage doit être atteint avant le second. Pour cela, nous allons traiter séparément les trois cas suivants :

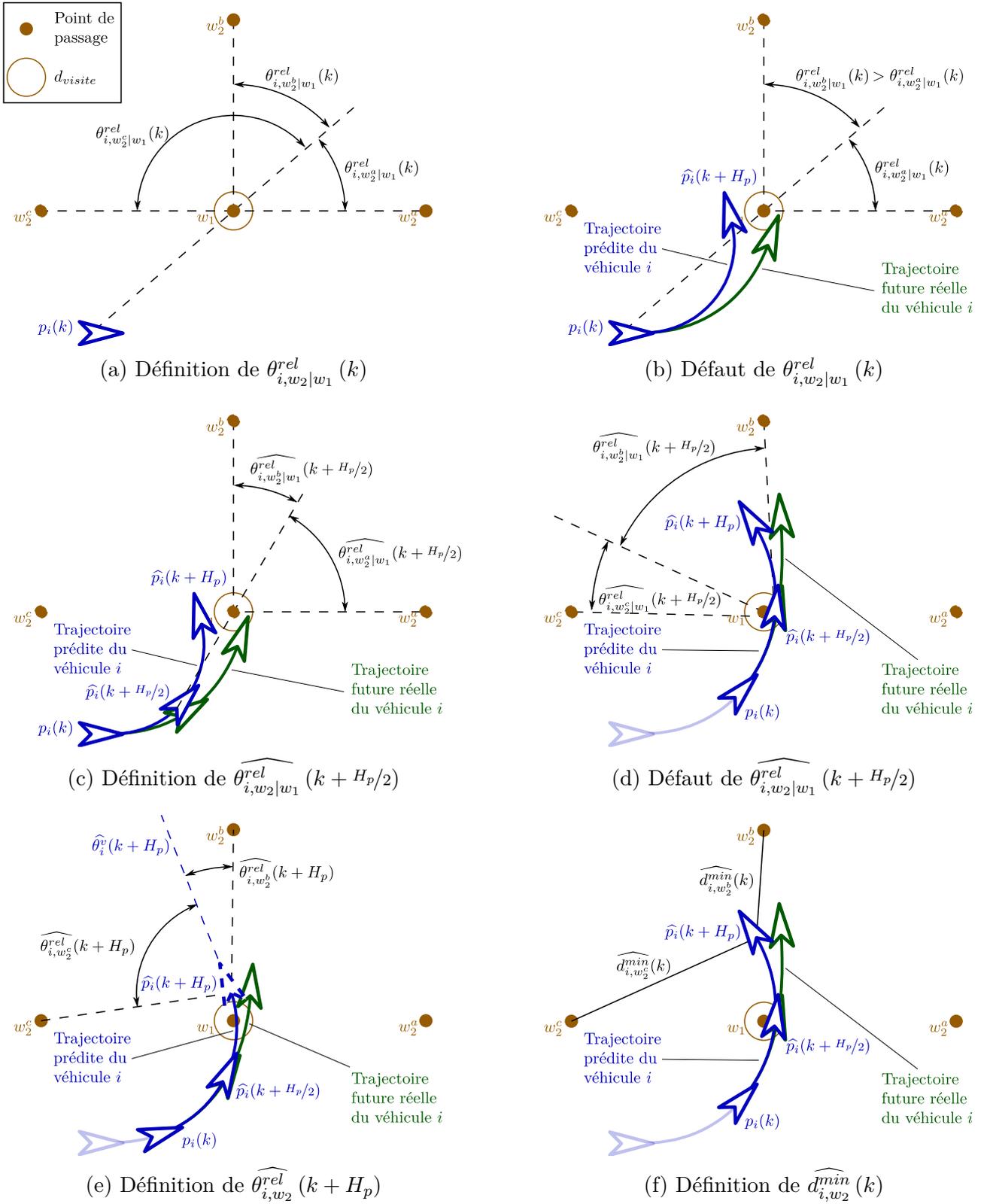
1. Le premier point n'est pas atteint durant l'horizon de prédiction.
2. Le premier point est atteint après la moitié de l'horizon de prédiction.
3. Le premier point est atteint avant la moitié de l'horizon de prédiction.

1 - Le premier point n'est pas atteint durant l'horizon de prédiction

Dans le cas où le véhicule n'atteint pas le premier point de passage durant l'horizon de prédiction, il n'est pas pertinent d'utiliser la distance $\widehat{d}_{i,w_2}^{min}(k)$ entre la trajectoire prédite et le second point de passage. En effet, cette distance ne prend pas en compte le mouvement que doit effectuer le véhicule pour atteindre le premier point de passage et n'apporte donc pas d'information utile. Sur la figure 4.6b par exemple, utiliser cette distance conduirait le véhicule à choisir le point de passage w_4 alors que compte tenu de sa trajectoire prédite, le point w_3 est plus approprié.

Empiriquement, nous observons que la première moitié de la trajectoire prédite des véhicules est très proche de la trajectoire effectivement empruntée par le véhicule (voir sur les figures 4.6c à 4.6e, qui ont été obtenues avec des données issues de simulations). Cette proximité s'explique par l'usage de la stratégie de commande prédictive : les erreurs commises lors du calcul de la prédiction ont une faible incidence à court terme puis s'accumulent à moyen et long terme.

Grâce à cette proximité, nous pouvons utiliser l'information fournie par la première moitié de la trajectoire prédite du véhicule. Pour ce faire, nous utilisons la distance $d_{w_1 w_2}$ entre les deux points de


 FIGURE 4.6 – Illustration de la définition de $J_i^{w_2|w_1}$

passage ainsi que l'erreur d'alignement $\widehat{\theta_{i,w_2|w_1}^{rel}}(k + H_p/2)$ entre la position des deux points de passage et la position prédite du véhicule à la moitié de l'horizon de prédiction (4.21).

$$J_{i,w_2|w_1}^{pec}(k) = \left(1 + \lambda_\theta \cdot \widehat{\theta_{i,w_2|w_1}^{rel}}(k + H_p/2)\right) \cdot d_{w_1 w_2} \quad (4.21)$$

λ_θ est un facteur permettant de régler l'importance du bon alignement. Dans (4.21), la présence du terme $(1 + \dots)$ permet de définir $J_{i,w_2|w_1}^{pec}$ comme la distance entre les deux points de passage lorsqu'ils sont parfaitement alignés.

Cette solution ne peut pas être employée seule. En effet lorsque le véhicule s'approche du premier point de passage, il ne se dirige pas directement sur celui-ci, mais cherche à passer à une distance inférieure au seuil d_{vis} . L'erreur d'alignement augmente donc de manière importante sans que cela ne reflète la difficulté à atteindre le second point de passage. Sur la figure 4.6d par exemple, l'utilisation de (4.21) favoriserait le point de passage w_2^c alors que, compte tenu de la trajectoire prévue du véhicule, le point le plus approprié est w_2^b .

Pour cette raison, nous modifions la d'expression de $J_{i,w_2|w_1}^{pec}$ dès que la trajectoire prédite atteint le premier point de passage. En effet, à partir de cet instant, la trajectoire prédite du véhicule jusqu'au premier point évoluera peu, car il doit d'atteindre ce point avant tout.

2 - Le premier point est atteint après la moitié de l'horizon de prédiction

Dans le cas où le véhicule atteint le premier point de passage à la fin de l'horizon de prédiction, il n'est toujours pas pertinent d'utiliser la distance entre la trajectoire prédite et le second point de passage. En effet, à ce stade, la trajectoire prédite par le véhicule est plus ou moins contrainte par le besoin d'atteindre le premier point de passage. Nous devons donc chercher à anticiper ce qu'il se passera après cette portion de trajectoire prédite.

Pour ce faire, nous utilisons la distance $\widehat{d_{iw_2}}(k + H_p)$ entre la position prédite du véhicule à la fin de l'horizon de prédiction et le second point de passage, ainsi que la différence $\widehat{\theta_{i,w_2}^{rel}}(k + H_p)$ entre l'orientation prédite du véhicule $\widehat{v_i^\theta}(k + H_p)$ et la direction de la ligne de vue du véhicule au point de passage au même moment $\arg(\mathbf{p}_{w_2} - \widehat{\mathbf{p}_i}(k + H_p))$ (4.22). Cette dernière grandeur est illustrée figure 4.6e.

$$J_{i,w_2|w_1}^{pec}(k) = \left(1 + \lambda_\theta \cdot \widehat{\theta_{i,w_2}^{rel}}(k + H_p)\right) \cdot \widehat{d_{iw_2}}(k + H_p) \quad (4.22)$$

λ_θ est un facteur permettant de régler l'importance du bon alignement. Dans (4.22), la présence du terme $(1 + \dots)$ permet de définir $J_{i,w_2|w_1}^{pec}$ comme la distance entre le véhicule et le point de passage lorsque le véhicule se dirige droit dessus.

Cet ajout est toutefois insuffisant. En effet à mesure que le véhicule s'approche du premier point de passage, l'influence de ce point sur la trajectoire du véhicule diminue et $\widehat{\theta_{i,w_2}^{rel}}(k + H_p)$ augmente. De ce fait, le véhicule se retrouve dans une situation similaire au choix d'un premier point de passage, où l'utilisation de $\widehat{\theta_{i,w_2}^{rel}}(k + H_p)$ engendre une mauvaise estimation du coût de prise en charge du point de passage, mais où le véhicule peut comparer directement la manœuvre à effectuer pour atteindre le point de passage à celle qui est en cours.

Pour cette raison, nous changeons de nouveau l'expression de $J_{i,w_2|w_1}^{pec}$ dès que la trajectoire prédite du véhicule atteint le premier point de passage avant la moitié de l'horizon de prédiction. Le seuil de la moitié de l'horizon de prédiction est positionné de manière empirique pour minimiser les situations indésirables.

3 - Le premier point est atteint avant la moitié de l'horizon de prédiction

Enfin, dans le cas où le véhicule atteint le premier point de passage avant la moitié de l'horizon de prédiction, nous utilisons simplement la distance entre la trajectoire prédite et le second point de passage $\widehat{d}_{i,w_2}^{min}(k)$ (4.23). Cette distance est illustrée figure 4.6f.

$$J_{i,w_2|w_1}^{pec}(k) = \widehat{d}_{i,w_2}^{min}(k) \quad (4.23)$$

4.3.2.3 Coût de déviation $J_{i,\{w_1,w_2\}}^{dev}$

Afin de permettre à un véhicule i de juger s'il est avantageux de choisir un point de passage w déjà attribué à un autre véhicule j , il doit connaître le coût de la manœuvre qu'effectuera j en remplacement.

Pour ce faire, chaque véhicule i communique aux autres la paire de points de passage vers laquelle il se dirige, ainsi que la liste \mathcal{L}_i^{comp} des paires de points de passage dont il a évalué le coût d'attribution, accompagnée des coûts de prise en charge de chacun. Nous verrons à la section 4.3.3 que les véhicules peuvent occasionnellement prendre en charge moins de deux points de passage. Dans ce cas, les critères $J_{i,w_2|w_1}^{pec}$ et éventuellement J_{i,w_1}^{pec} sont nuls. Cela se produit lorsque l'exploration de la région est presque terminée et qu'il ne reste plus assez de points passage à répartir. Lorsqu'un véhicule ne prend plus de point de passage en charge, il peut par exemple prévoir de rentrer à la base.

Notons qu'il est possible que plusieurs véhicules se dirigent simultanément vers le même point de passage. Ceci se produit lorsque la procédure de répartition n'a pas encore convergé, c'est à dire à l'instant initial ou lorsqu'un véhicule atteint un point de passage et en cherche donc un autre. Cela signifie que nous devons prendre en compte les surcoûts des différents véhicules.

Le calcul du coût de déviation proposée est effectué en deux étapes. La première étape consiste à rechercher le surcoût de chaque véhicule qui sera dévié et la seconde à déterminer le coût de déviation en fonction des différents surcoûts.

Calcul du surcoût de chaque véhicule dévié $J_{i,\{w_1,w_2\},j}^{sur}$

Supposons que le véhicule i soit en train de calculer le coût de déviation de la paire de points de passage $\{w_1, w_2\}$, et que le véhicule j ait indiqué qu'il se dirige vers l'un ou les deux points.

Afin de calculer le surcoût $J_{i,\{w_1,w_2\},j}^{sur}$ pour le véhicule j , i recherche, parmi la liste \mathcal{L}_j^{comp} des paires de points de passage dont j a évalué les coûts de contribution, une paire $\{w_3, w_4\}$ de points actuellement visés par aucun véhicule. Lors de cette recherche, le véhicule i tient compte du fait que les points de passage qu'il vise actuellement seront peut-être libérés puisqu'il prend en charge de nouveaux points de passage.

Si cette recherche aboutit, le surcoût $J_{i,\{w_1,w_2\},j}^{sur}$ pour le véhicule j correspond alors à la différence entre le coût de prise en charge de la paire découverte $\{w_3, w_4\}$ et celui de la paire initiale $\{w_1, w_2\}$.

$$J_{i,\{w_1,w_2\},j}^{sur}(k) = \left(J_{j,w_3}^{pec}(k-1) + J_{j,w_4|w_3}^{pec}(k-1) \right) - \left(J_{j,w_1}^{pec}(k-1) + J_{j,w_2|w_1}^{pec}(k-1) \right) \quad (4.24)$$

Remarques

Si cette recherche n'aboutit pas car aucune des paires de la liste \mathcal{L}_j^{comp} n'est libre, nous choisissons d'utiliser le coût le plus élevé de la liste. En règle générale, cela sous-estime la valeur du surcoût puisque le véhicule j sera dévié encore plus loin. Il peut arriver cependant que le surcoût soit alors sous-estimé si, privé de point de passage, le véhicule j devient inactif.

Si la liste \mathcal{L}_j^{comp} inclut la possibilité pour j de ne prendre en charge aucun point de passage, alors la recherche aboutit forcément puisque la solution d'inactivité est toujours disponible.

Il est possible que la valeur du surcoût soit négative. Cela encourage alors le véhicule i à prendre le ou les points de passage. Cela se produit notamment dans deux situations : lorsqu'il reste peu de points de passage et que le véhicule j devient inactif (totalement ou après le premier point de passage), ou lorsqu'un autre véhicule libère une paire de points de passage que le véhicule j peut alors prendre. ■

Calcul du coût de déviation $J_{i,\{w_1,w_2\}}^{dev}$

Lorsqu'un seul véhicule est dévié, le coût de déviation est simplement la valeur du surcoût de celui-ci. Cependant, comme évoqué précédemment, nous devons prévoir le cas où plusieurs véhicules sont déviés simultanément.

Il ne serait pas pertinent de simplement sommer les surcoûts des différents véhicules déviés. En effet, comme chaque point de passage n'est attribué qu'à un véhicule, si deux véhicules autres que i se dirigent vers un même point, il faudra de toute façon que l'un soit dévié.

De plus, utiliser la somme des différents surcoûts poserait un problème important. Supposons que trois véhicules i_1 , i_2 et i_3 se dirigent vers un même point de passage w . Les surcoûts causés par les déviation des véhicules sont respectivement de 4, 5 et 6. Dans ce cas, chaque véhicule est dévié car son surcoût est inférieur à la somme des deux autres, et le point de passage n'est plus pris en charge.

Au lieu d'en faire la somme, nous allons donc utiliser le maximum parmi les surcoûts des différents véhicules. Nous devons cependant prendre garde au fait que nous attribuons deux points de passage à chaque véhicule, ce qui fait qu'il peut exister des véhicules déviés à cause du premier point de passage seulement $j \in \mathcal{J}_i^{dévies,1}$, du second point de passage seulement $j \in \mathcal{J}_i^{dévies,2}$ ou des deux points de passage $j \in \mathcal{J}_i^{dévies,12}$. Le coût de déviation est donc donné par 4.25.

$$J_{i,\{w_1,w_2\}}^{dev} = \max \left(\max_{j \in \mathcal{J}_i^{dévies,1}} \left(J_{i,\{w_1,w_2\},j}^{sur} \right) + \max_{j \in \mathcal{J}_i^{dévies,2}} \left(J_{i,\{w_1,w_2\},j}^{sur} \right); \max_{j \in \mathcal{J}_i^{dévies,12}} \left(J_{i,\{w_1,w_2\},j}^{sur} \right) \right) \quad (4.25)$$

Nombre de paires de points de passage évalués par chaque véhicule

Pour que les véhicules puissent estimer correctement le coût de déviation, ils doivent trouver une paire de points de passage libre parmi la liste de celles évaluées par les autres véhicules. Chaque véhicule doit donc établir une liste suffisamment complète.

Afin d'être absolument sûr de toujours trouver une paire de points libres, il faudrait que chaque véhicule évalue, soit tous les points de passage de la région à explorer, soit $2.N - 1$ premiers points de passage (N : nombre de véhicules de la flotte). (chaque véhicule devrait également disposer de $2.N - n_w$ seconds points pour chaque point de passage évalué en premier avec n_w le nombre de premiers points de passage évalués jusque là. Cela ferait, au maximum, un nombre de paires de points évaluées de $\sum_{n_w=1}^{2.N-1} (2.N - n_w)$.)

La charge de calcul engendrée et la quantité d'information à échanger rendent cela impossible, nous cherchons donc à obtenir une liste qui fournisse *le plus souvent* une paire de points libres.

Comme chaque véhicule recherche deux points de passage, il suffit le plus souvent que la liste de paires évaluées contienne trois premiers points de passage libres et trois successeurs pour chacun. De cette manière, un véhicule seul ne peut pas bloquer toutes les paires de points de passage d'un autre.

En ne disposant que de trois points libres, la recherche d'une paire de points libres échoue à peu près à chaque fois qu'un véhicule atteint un point de passage. Pour l'expliquer, prenons l'exemple suivant : soient trois véhicules a , b et c , se dirigeant respectivement vers les paires de points de passage $\{w_1^a, w_2^a\}$, $\{w_1^b, w_2^b\}$ et $\{w_1^c, w_2^c\}$. Supposons qu'entre les instants $k - 1$ et k , le véhicule a ait atteint w_1^a . À l'instant k , seul a a connaissance de cette information et se dirige à présent vers $\{w_2^a, w_3^a\}$.

Les autres véhicules, qui ignorent cette information, établissent leurs listes de paires de points de passage en supposant que a se dirige toujours vers $\{w_1^a, w_2^a\}$ et que le point w_3^a est toujours libre, ils le comptent donc comme tel. À l'instant $k + 1$, lorsque le véhicule b recherche une paire de points de passage, la liste du véhicule c ne contient que deux points libres puisque w_3^a ne l'est plus. Ainsi si b essaie de prendre ces points, il ne trouvera pas de solution libre pour le véhicule c .

Pour réduire le nombre d'occurrences de ce problème nous pourrions rechercher quatre ou plus de points libres au lieu de trois. Toutefois, cela augmenterait grandement la charge de calcul pour un problème de faible gravité et survenant peu souvent, nous n'utilisons donc que 3 points de passage.

4.3.3 Examen des points de passage

À chaque itération, chaque véhicule i examine les points de passage afin de calculer leurs coûts d'attribution. La liste \mathcal{L}_i^{comp} des paires de points de passage ainsi produite est ensuite utilisée immédiatement pour choisir la paire de points $\{w_1^*, w_2^*\}$ que le véhicule prend en charge comme décrit à la section 4.3.4. À l'itération suivante, cette même liste, communiquée aux autres véhicules, est utilisée afin de calculer leurs coûts de déviation comme décrit à la section 4.3.2.

La procédure d'examen des points de passage est représentée sous la forme d'un organigramme figure 4.7. Nous allons à présent expliquer cette procédure au travers d'un exemple.

Considérons la situation présentée figure 4.8 dans laquelle 4 véhicules, identifiés par les lettres a à d , doivent explorer les 12 points de passage identifiés 1 à 12. Nous expliquons à présent le déroulement de la procédure d'examen pour le véhicule b .

Commentaires

Le véhicule b calcule le coût de prise en charge J_{b,w_1}^{pec} de chaque point de passage. En classant les points de passage par ordre de J_{b,w_1}^{pec} croissant, il construit la liste L_1^b .

Le véhicule b utilise le premier élément de L_1^b , c'est à dire 4, afin de calculer le coût de prise en charge $J_{b,w_2|4}^{pec}$ de chaque point de passage. En classant les points de passage par ordre de $J_{b,w_2|4}^{pec}$ croissant, il construit la liste L_2^b .

Le véhicule b examine maintenant chaque élément de L_2^b afin de calculer le coût de déviation des paires de points de passage composées du point 4 et d'un point de L_2^b .

Le véhicule b utilise ensuite l'élément suivant de L_2^b , c'est à dire 5, afin de calculer le coût de prise en charge $J_{b,w_2|5}^{pec}$ de chaque point de passage. En classant les points de passage par ordre de $J_{b,w_2|5}^{pec}$ croissant, il construit une nouvelle liste L_2^b .

Construction de la liste

$$\begin{aligned} L_1^b &= \{4; 5; 1; 7; 8; 2; 6; 10; 9; 3; 11; 12\} \\ J_{b,w_1}^{pec} &= \{3; 36; 45; 48; 58; 64; 86; 97; 98; \\ & \quad 101; 103; 129\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_1 &= 4 \\ L_2^b &= \{5; 2; 1; 8; 7; 3; 6; 9; 11; 10; 12\} \\ J_{b,w_2|4}^{pec} &= \{43; 74; 81; 92; 93; 102; 104; 138; \\ & \quad 173; 183; 200\} \end{aligned}$$

w_1	4	4	4	4	4
w_2	5	2*	1*	8	7*
$J_{i,\{w_2,4\}}^{dev}$	23	70	86	79	79

* point de passage libre

$$\begin{aligned} L_1^b &= \{5; 1; 7; 8; 2; 6; 10; 9; 3; 11; 12\} \\ w_1 &= 5 \\ L_2^b &= \{6; 8; 2; 9; 3; 7; 1; 12; 11; 10\} \\ J_{b,w_2|5}^{pec} &= \{51; 78; 81; 89; 94; 131; 136; \\ & \quad 155; 156; 194\} \end{aligned}$$

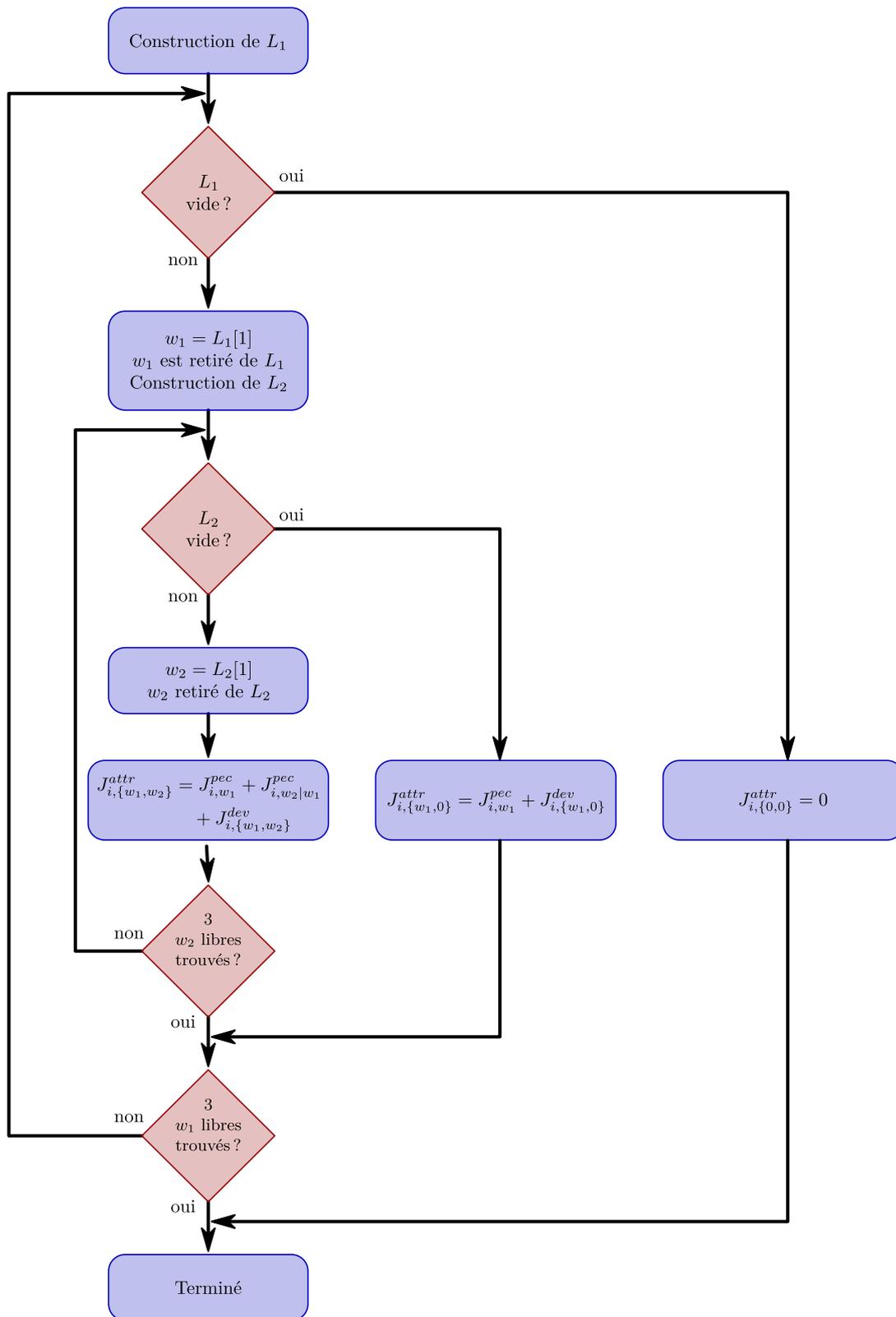


FIGURE 4.7 – Procédure d'examen des points de passage - L_1 (resp. L_2) : liste de points de passage ordonné par J^{pec}_{i,w_1} (resp. $J^{pec}_{i,w_2|w_1}$)

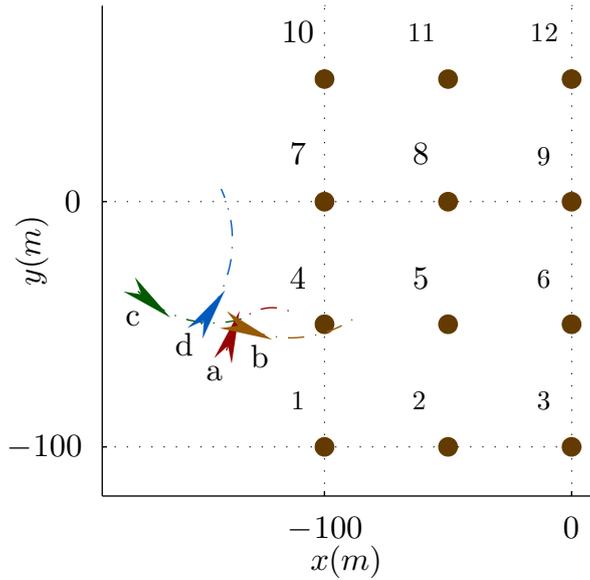


FIGURE 4.8 – Exemple pour l'explication de la procédure d'évaluation des points de passage.

Le véhicule b examine ensuite chaque élément de L_2^b afin de calculer le coût de déviation des paires de points de passage composées du point 5 et d'un point de L_2^b .

w_1	5	5	5	5
w_2	6*	8	2*	9*
$J_{i,\{w_2,5\}}^{dev}$	29	86	29	29

* point de passage libre

Le véhicule continue ainsi jusqu'à ce qu'il ait trouvé trois points de passage libres dans la liste L_1^b ou tant qu'il reste des points de passage à évaluer. La liste \mathcal{L}_i^{comp} contient toutes les paires $\{w_1, w_2\}$, ainsi que les critères de coûts J_{b,w_1}^{pec} , $J_{b,w_2|w_1}^{pec}$ et $J_{b,\{w_1,w_2\}}^{dev}$ pour chaque paire.

4.3.4 Choix du point de passage pris en charge

Une fois que le véhicule i dispose de la liste \mathcal{L}_i^{comp} , il doit déterminer la paire $\{w_1^*, w_2^*\}$ vers laquelle se diriger.

Il peut arriver qu'un point de passage w_1 se retrouve isolé, c'est à dire que les points autour de lui ont déjà été visités mais pas lui. Dans ce cas, le coût d'attribution total $J_{i,\{w_1,w_2\}}^{attr}(k)$ (4.26) d'une paire $\{w_1, w_2\}$ de points de passage éloignés l'un de l'autre peut être plus élevé que celui d'une paire $\{w_3, w_4\}$ de points proches l'un de l'autre.

$$J_{i,\{w_1,w_2\}}^{attr}(k) = J_{i,w_1}^{pec}(k) + J_{i,w_2|w_1}^{pec}(k) + J_{i,\{w_1,w_2\}}^{dev}(k) \quad (4.26)$$

Dans ce cas, le point de passage isolé w_1 serait laissé à l'écart jusqu'à ce que les véhicules aient visité tous les autres. Un des véhicules devrait alors revenir sur ce point, faisant possiblement perdre du temps à la flotte de véhicules.

Pour éviter que cela ne se produise, nous interdisons aux véhicules de prendre en charge une paire de points de passage $\{w_1, w_2\}$ s'il existe un point de passage w_3 dont le coût de prise en charge est inférieur, c'est-à-dire si $J_{i,w_3}^{pec}(k) < J_{i,w_1}^{pec}(k)$. L'ensemble des paires restantes forme la liste \mathcal{L}_i^{part} .

La paire de points de passage $\{w_1^*, w_2^*\}$ choisie par le véhicule i est alors celui de \mathcal{L}_i^{part} dont le

coût d'attribution $J_{i,\{w_1,w_2\}}^{attr}$ est le plus faible (4.27).

$$\{w_1^*, w_2^*\} = \operatorname{argmin}_{\{w_1, w_2\} \in \mathcal{L}_i^{part}} \left(J_{i,\{w_1,w_2\}}^{attr}(k) \right) \quad (4.27)$$

Dans le cas de l'exemple développé à la section précédente, le véhicule b choisira la paire de points $\{4, 5\}$ car, malgré le fait qu'aucun de ces points ne soit libre, le coût d'attribution de cette paire est inférieur à toutes les autres. Dans le même exemple, le véhicule a choisira la paire $\{7, 8\}$ car bien que plus proche de la paire $\{4, 5\}$, le coût de déviation de cette dernière est élevé en raison de la présence du véhicule b .

4.3.5 Illustration du fonctionnement de la méthode de répartition

Afin d'illustrer le fonctionnement de la méthode de répartition proposée, nous analysons à présent la progression de la procédure de répartition sur une simulation spécifique.

La mission qui est confiée aux $N = 4$ véhicules est d'explorer la région représentée à la figure 4.1. Les différents paramètres de la loi de guidage des véhicules sont donnés tableaux 4.1a à 4.1d.

Les figures 4.9a à 4.9d indiquent les positions et les orientations des différents véhicules aux quatre premiers instants d'échantillonnage de la commande. Les points de passage visés par chaque véhicule sont encadrés de la même couleur que le véhicule et liés à lui par un trait plein.

La procédure de répartition proposée produit les résultats suivant :

Figure 4.9a instant $k = 1$

À l'instant initial ($k = 0$), aucun point de passage n'est attribué. De ce fait, les véhicules ne s'échangent pas la liste des points de passage évalués.

Ignorant les intentions des autres, chaque véhicule choisit alors les points de passage les plus simples à atteindre. Les véhicules étant groupés, plusieurs véhicules choisissent les mêmes points de passage.

Figure 4.9b instant $k = 2$

À l'instant initial ($k = 0$), les trajectoires prédites des véhicules sont des lignes droites. Ces trajectoires ont été utilisées afin de calculer les différents coûts de prises en charge que les véhicules se sont communiqués.

Suite à la séquence de commandes calculée à l'itération précédente cependant, les nouvelles trajectoires prédites par les véhicules sont très différentes et les coûts de prises en charge deviennent largement faux. Pour cette raison, les véhicules évaluent mal les coûts de déviation des autres véhicules. Ainsi a , b et c pensent être les mieux placés pour prendre en charge les points 4 et 5. Le véhicule d de son côté, pense que a se dirige vers le point 7 et choisit donc un point différent, le second point qu'il prend en charge est en dehors de la figure.

Figure 4.9c instant $k = 3$

Les informations échangées par les véhicules sur les coûts de prise en charge des paires de points de passage sont à présent fiables. De ce fait, le véhicule b conserve les points 4 et 5 tandis que les véhicules a et c sont déviés. Le véhicule d de son côté est obligé de reprendre le point 7 puisqu'il était libre à l'itération précédente, il y a donc un nouveau conflit entre les véhicules a et d .

Figure 4.9d instant $k = 4$

Les véhicules b et c conservent les points qui leur ont été attribués à l'itération précédente car ils n'ont pas trouvé de meilleure solution. Les véhicules a et d de leur côté se sont également accordés sur une solution. L'attribution des points de passage ne changera plus jusqu'à ce qu'un des véhicules atteigne le premier point de passage.

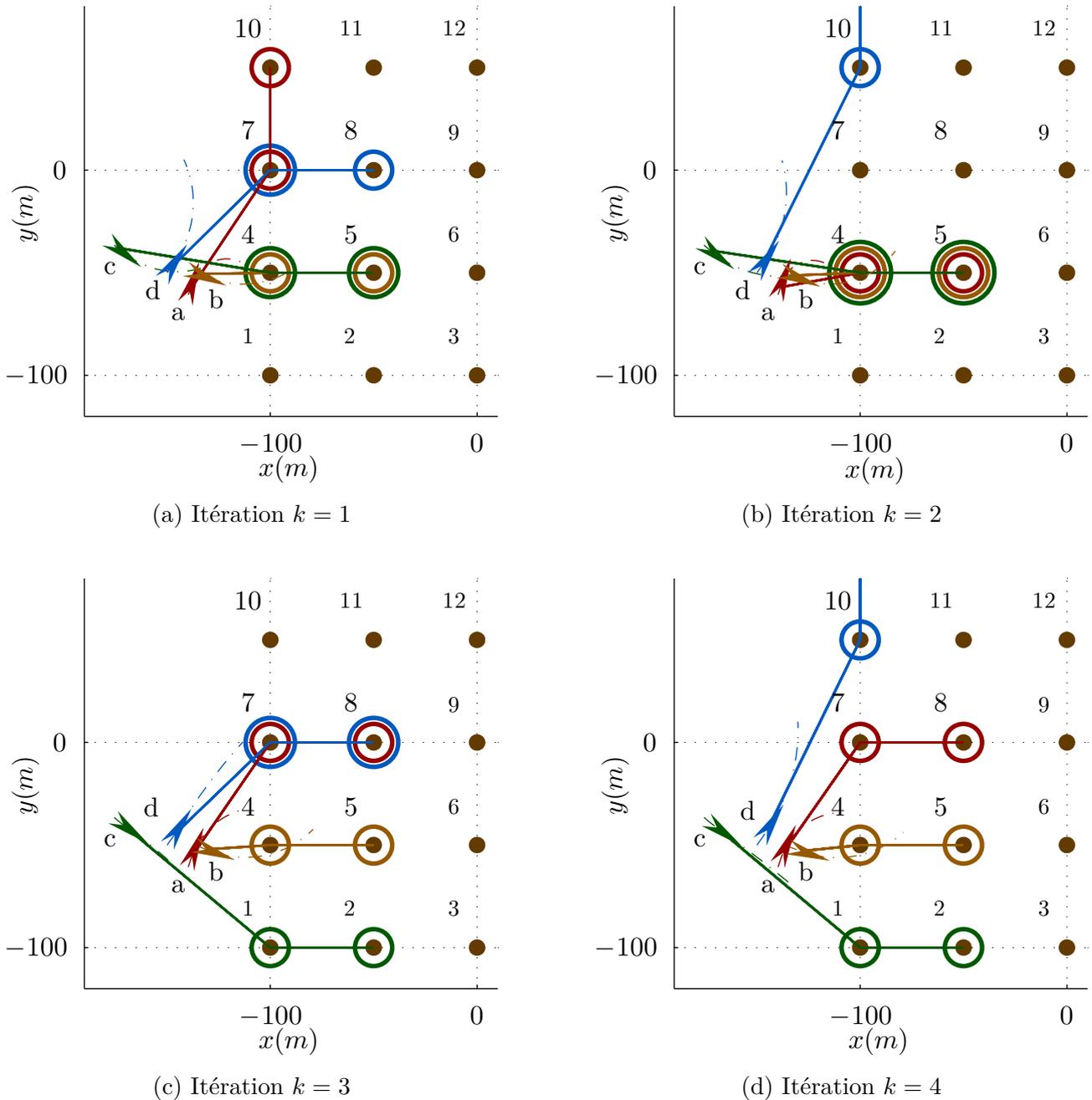


FIGURE 4.9 – Illustration du fonctionnement de la méthode de répartition

TABLEAU 4.1 – Paramètres utilisés lors des simulations

(a) Contraintes physiques sur les véhicules	(b) Distances caractéristiques	(c) Pondérations de la fonction objectif		(d) Paramètres de la recherche					
v_{min}	2 m. s ⁻¹	d_{sec}^v	10 m	$W^{u,module}$	2	$W^{u,rotation}$	2	Δt	0,5 s
v_n	4 m. s ⁻¹	d_{des}^v	20 m	$W^{n,module}$	20	$W^{n,rotation}$	5	H_c	2 s
v_{max}	5 m. s ⁻¹	d_{per}^v	100 m	$W^{m,direct}$	20	$W^{m,final}$	50	H_p	12 s
v_{max}^ω	0,3 rad. s ⁻¹	d_{sec}^o	10 m	$W^{m,flotte}$	0			N^m	5
u_{max}^m	1 m. s ⁻²	d_{des}^o	20 m					N^θ	15
u_{max}^θ	0,15 rad. s ⁻²	d_{vis}	5 m	$W^{s,obstac}$	400	$W^{s,véhic}$	100	η^m	2
				$W^{s,trajec}$	0			η^θ	1,75

4.4 Simulations numériques

Afin d'illustrer les possibilités offertes par l'association de la loi de guidage coopérative prédictive décrite au chapitre 3 et de la procédure de répartition proposée, nous avons simulé le déroulement d'une mission d'exploration confiée à une flotte de véhicules.

La mission confiée aux véhicules est d'explorer la zone définie par le quadrillage de points de passage présenté à la figure 4.1. La distance à laquelle ces points de passage sont considérés comme visités est de $d_{vis} = 5m$. Notre objectif étant de tester la faisabilité de l'exploration, il n'y a pas d'obstacle à éviter.

Les différents paramètres de la loi de guidage des véhicules sont présentés tableaux 4.1a à 4.1b. Excepté la pondération du critère élémentaire assurant le regroupement des véhicules, qui est ici nulle car les véhicules ne cherchent plus à se regrouper, ces paramètres sont identiques à ceux utilisés au chapitre 3.

4.4.1 Exploration par 4 véhicules

La figure 4.10 présente les trajectoires ainsi que les positions exactes toutes les 100 itérations de 4 véhicules accomplissant la mission d'exploration. La durée de cette mission est de 400 s.

Cette simulation permet d'observer plusieurs comportements de la procédure de répartition proposée.

Au début de la mission, les véhicules se séparent afin d'assurer chacun l'exploration d'une rangée différente de points de passage. Comme nous l'avons vu à la section 4.3.5, cette répartition initiale est réalisée rapidement.

Ensuite, durant la plus grande partie de la mission, la répartition idéale est évidente, puisqu'elle consiste à ce que chaque véhicule poursuive l'exploration en ligne droite de la même rangée de points de passage.

Lorsque les véhicules arrivent au bout de cette rangée, ils doivent de nouveau s'accorder afin de se répartir les rangées de points de passage restant à explorer. Durant cette phase, la méthode de répartition reste efficace, sans être optimale.

À la fin de la mission, lorsqu'il reste peu de points de passage à explorer, nous observons que les trajectoires des véhicules oscillent parfois. Ces oscillations sont causées par le délai de convergence de la procédure de répartition. Durant ce délai en effet, les véhicules essaient différentes répartitions possibles avant de trouver celle qui est la moins coûteuse.

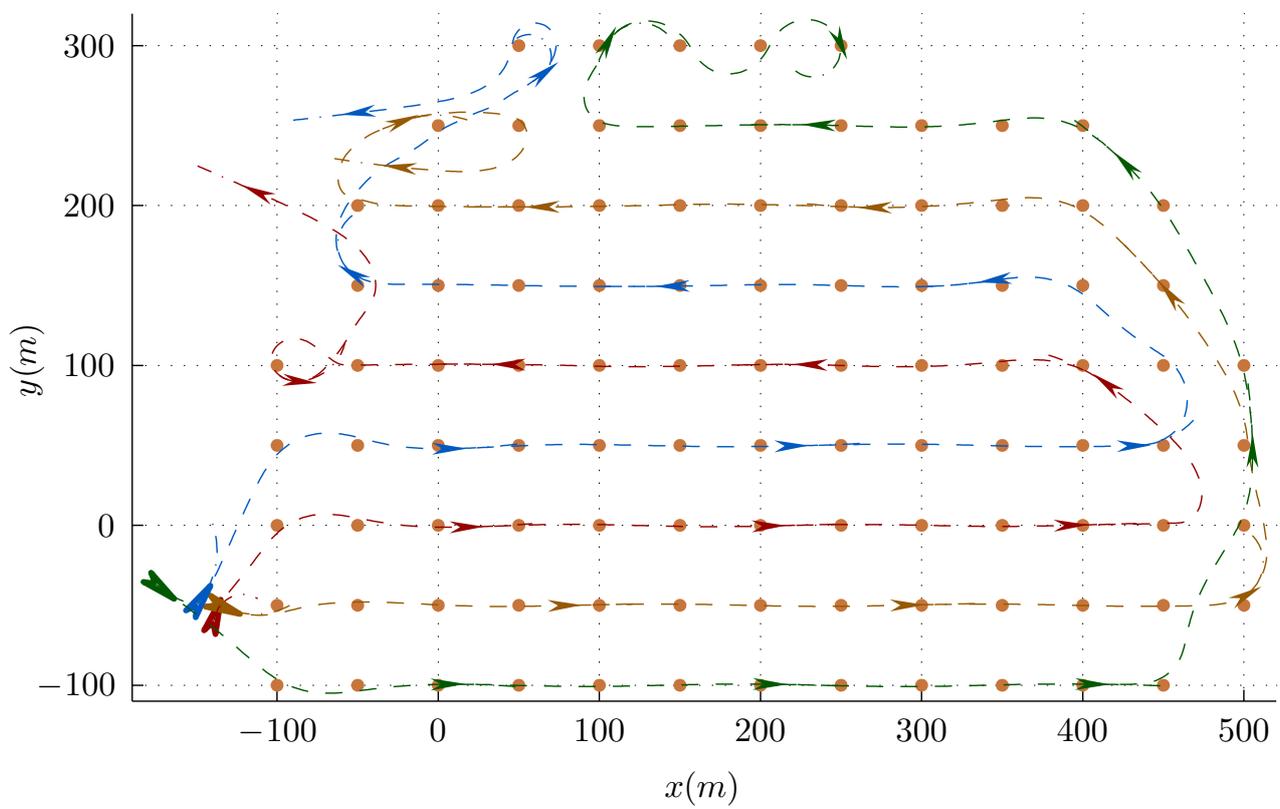


FIGURE 4.10 – Trajectoires des véhicules durant une réalisation de la mission

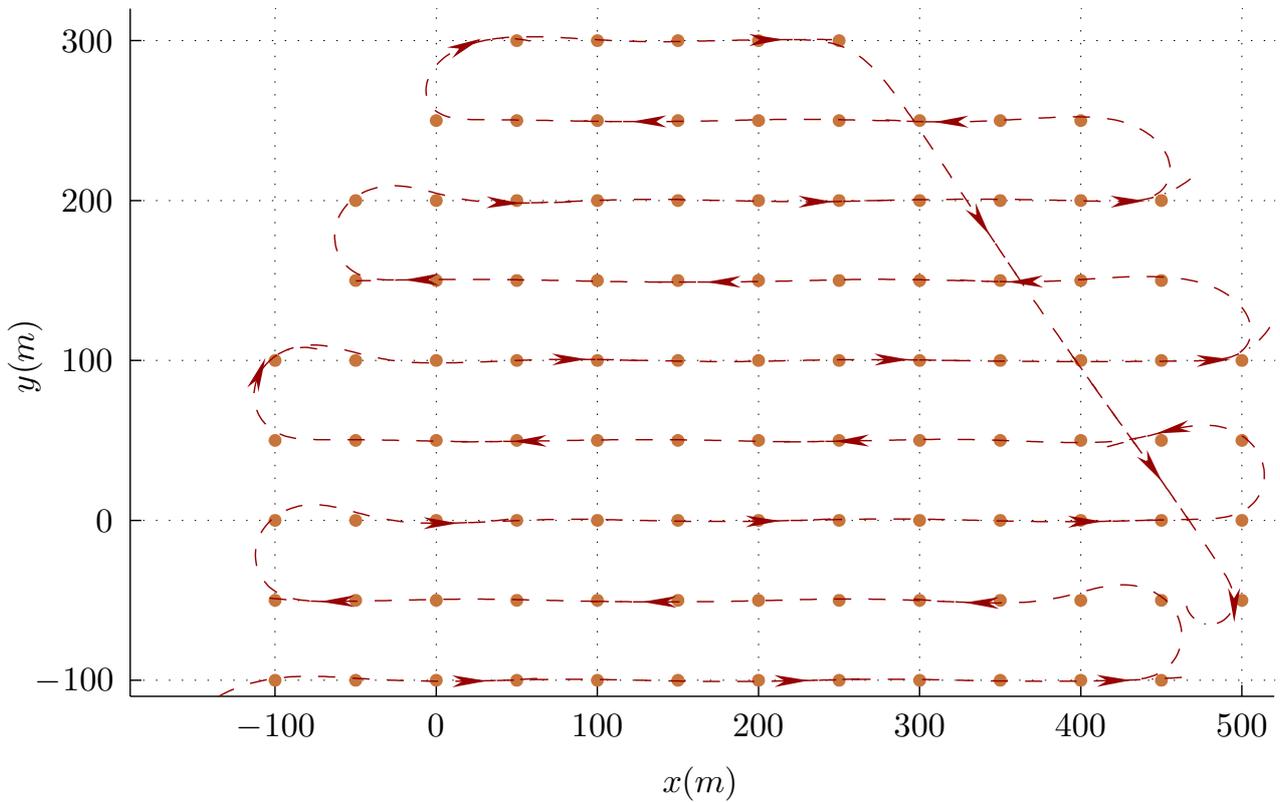


FIGURE 4.11 – Trajectoire d'un véhicule assurant la mission seul

4.4.2 Exploration par 1 véhicule

Afin de juger du gain de temps que permet l'utilisation de plusieurs véhicules, nous avons simulé la réalisation de la même mission d'exploration par un seul véhicule.

La figure 4.11 présente ainsi la trajectoire et les positions exactes toutes les 100 itérations d'un véhicule. La durée de cette mission est de 1400 s, nous observons ainsi que l'utilisation de 4 véhicules permet un gain de temps significatif. Cependant, comme la répartition résultant de la procédure proposée n'est pas optimale, le gain de temps n'est pas d'un facteur 4.

4.4.3 Exploration par 4 véhicules initialement séparés

Enfin, afin de juger de l'efficacité de la méthode de répartition lorsque les trajectoires idéales des véhicules ne sont pas évidentes, nous avons simulé une réalisation de la mission d'exploration par 4 véhicules initialement séparés en deux groupes.

La figure 4.12 présente ainsi la trajectoire et les positions exactes toutes les 100 itérations des 4 véhicules. La durée de cette mission est de 410 s. Nous observons donc que l'efficacité de la méthode de répartition pâtit peu d'une situation où la répartition des points de passage entre les véhicules est difficile.

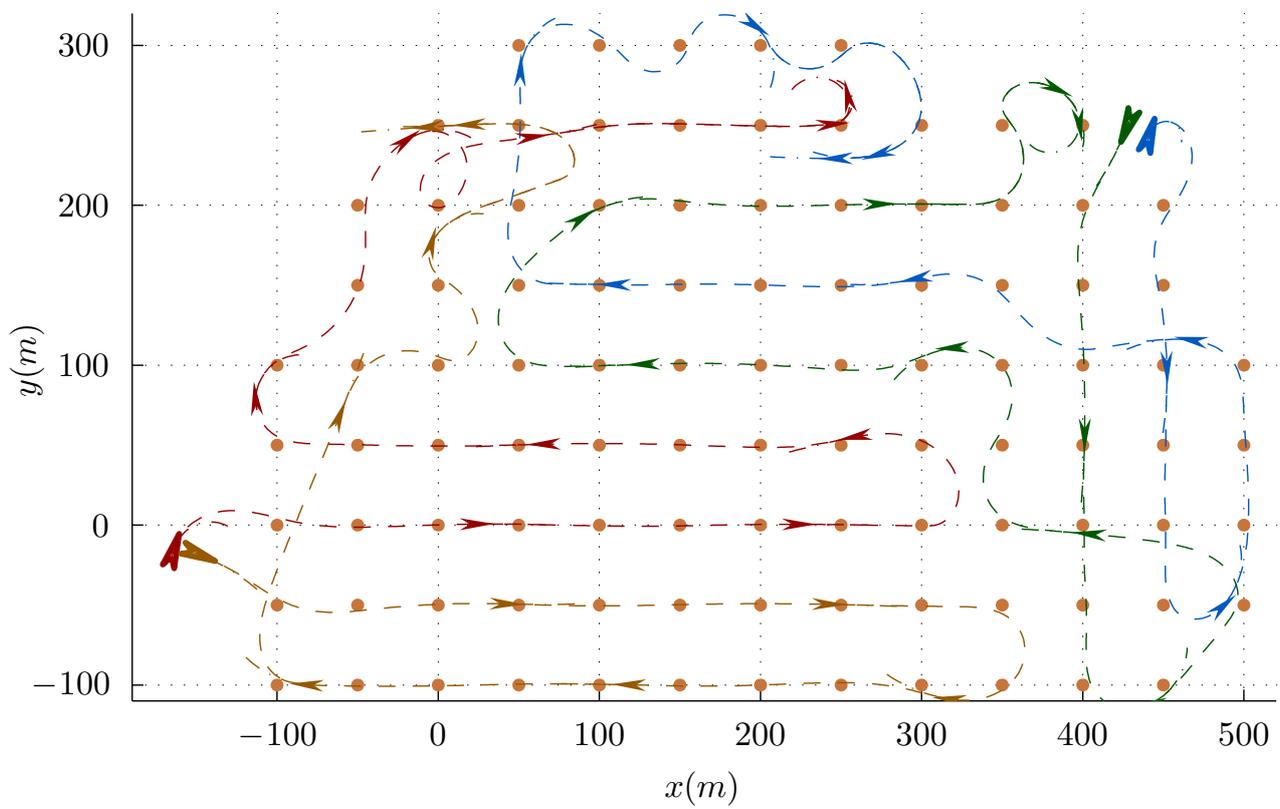


FIGURE 4.12 – Trajectoires des véhicules avec deux zones de départ

4.5 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons modifié la loi de guidage coopératif distribuée proposée au chapitre 3 afin de l'adapter à des missions de type exploration. Pour cela, nous avons adapté la fonction objectif à des points de passage beaucoup plus rapprochés que ceux des missions de type guidage par points de passage considérées au chapitre 3.

Nous avons également proposé une méthode distribuée de répartition des points de passage parmi les véhicules afin de diminuer la durée d'exploration de la région. Cette méthode est semblable à une stratégie de commande prédictive puisqu'à chaque itération, chaque véhicule détermine les deux prochains points de passage qu'il va visiter en fonction d'un critère de coût.

Ce critère de coût prend en compte, à la fois la manœuvre que doit effectuer le véhicule pour rejoindre les points, et le surcoût qu'engendre la déviation des véhicules se dirigeant vers les mêmes points.

Nous avons enfin illustré l'efficacité de la méthode de répartition proposée au moyen de simulations. Celles-ci mettent cependant en évidence que le délai de convergence de la méthode proposée nuit à l'optimalité de la trajectoire des véhicules lors de la fin de la mission.

Pour palier ce défaut, nous pourrions modifier légèrement la procédure en permettant aux véhicules, après la construction des listes des paires de points de passage évaluées, de s'échanger celles-ci. De cette manière, les véhicules disposeraient lors du choix de la paire de points de passage des informations actuelles. Afin d'effectuer cette modification, les véhicules devront toutefois être autorisés à s'échanger des données deux fois par période d'échantillonnage : pour l'échange des trajectoires prédites et pour l'échange des listes de points de passage.

Afin d'étudier la fiabilité de la procédure de répartition des points de passage, il faudra effectuer un plus grand nombre de simulations afin de vérifier que les véhicules accomplissent toujours correctement leur mission.

Enfin, il sera intéressant de connaître l'influence des différents paramètres utilisés sur les performances des véhicules. En particulier, il faudra déterminer à partir de combien de véhicules travaillant en parallèle, la procédure de répartition perd en efficacité.

Chapitre 5

Adaptation de la loi de guidage proposée à la commande en trois dimensions d'une flotte de véhicules de type hélicoptère quadrirotor modélisés de façon réaliste

La loi de guidage proposée au chapitre 3 est conçue pour des véhicules de type avion se déplaçant en deux dimensions.

Dans ce chapitre, nous souhaitons étudier la possibilité d'adapter cette loi de guidage à des véhicules de type hélicoptère quadrirotor se déplaçant en trois dimensions. Nous utilisons, de plus, un modèle de véhicule réaliste afin d'étudier la robustesse de la loi de guidage face aux erreurs de modélisation.

Comme l'indique leur nom, les hélicoptères quadrirotor disposent de quatre rotors, situés aux quatre coins d'un carré. Le modèle dynamique des véhicules est classiquement obtenu grâce aux lois de la dynamique de Newton [KSS02], [KS03], [Ber07], [KMK12]. Pour être réalistes, ces modèles doivent tenir compte des forces gyroscopiques survenant lorsqu'une force est appliquée à un objet en rotation.

Le pilotage de ces véhicules est effectué grâce à la commande de la vitesse de rotation de chaque rotor. Cela permet d'une part de maintenir le véhicule en vol grâce à la poussée combinée des quatre hélices, et d'autre part de commander l'attitude du véhicule grâce aux différences de poussées entre les rotors.

Différentes approches ont été explorées afin de piloter des hélicoptères quadrirotors. Dans [MB04], l'attitude du véhicule est asservie au moyen d'une linéarisation par retour d'état tandis que l'attitude désirée est déterminée d'après le modèle dynamique du véhicule pour obtenir les accélérations désirées. Dans [MK11], la résultante désirée des forces est calculée d'après les position et vitesse désirée du véhicule, puis la commande des différents moteurs est calculée grâce à cette force désirée.

Dans notre étude, nous utiliserons l'approche de [MB04] car elle permet de commander les véhicules en fournissant une consigne d'accélération. Nous pouvons alors considérer l'accélération fournie par notre loi de guidage comme la consigne d'accélération désirée utilisée en entrée du module de pilotage. Cela permet de réduire les modifications à apporter à la loi de commande et de ne pas simuler la dynamique complète du véhicule lors de l'étape de prédiction du calcul de la commande.

La manœuvrabilité des véhicules de type hélicoptère quadrirotor étant très différente (et supérieure) de celle des véhicules de type avion, nous devons modifier la loi de commande décrite au chapitre 3 afin de prendre en compte ces différences.

Nous décrivons tout d'abord le problème que nous proposons de résoudre, nous exposons ensuite le modèle complet ainsi que la loi de pilotage des véhicules simulés. Nous traitons ensuite les modifications de la fonction objectif et de la méthode de recherche de la commande induites par le changement de véhicule. Nous présentons enfin les résultats de simulation afin d'évaluer les performances de la loi de guidage obtenues.

5.1 Description du problème

Dans ce chapitre, nous considérons une flotte constituée de N véhicules identiques de type hélicoptère quadrirotor. Ces véhicules peuvent se déplacer dans les trois dimensions de l'espace et indifféremment dans toutes les directions du plan horizontal. En particulier, ils peuvent se déplacer vers l'arrière ou sur le côté.

Les rotors (moteur + hélice) de ces véhicules sont situés aux quatre coins d'un carré. Les rotors situés dans les coins opposés tournent dans le même sens, tandis que ceux situés sur un même côté tournent en sens opposé. Sur la figure 5.1 par exemple, les rotors 1 et 3 tournent dans le sens anti-horaire tandis que les rotors 2 et 4 tournent dans le sens horaire.

Le modèle dynamique de véhicule est un modèle à temps continu dérivé des lois de Newton. L'état $\mathbf{x}_i(t) = [\mathbf{p}_i(t)^t \ \mathbf{v}_i(t)^t \ \boldsymbol{\eta}_i(t)^t \ \dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t)^t]^t$ de chaque véhicule i à l'instant t est constitué de sa position $\mathbf{p}_i(t) = [p_i^x(t) \ p_i^y(t) \ p_i^z(t)]^t$, de son vecteur vitesse $\mathbf{v}_i(t) = [v_i^x(t) \ v_i^y(t) \ v_i^z(t)]^t$, de son attitude $\boldsymbol{\eta}_i(t) = [\psi_i(t) \ \theta_i(t) \ \varphi_i(t)]^t$, et de sa variation d'attitude $\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t)$ par rapport à un repère inertiel \mathcal{F} commun à tous les véhicules. Par la suite, nous omettrons le temps afin d'améliorer la lisibilité des équations.

L'attitude $\boldsymbol{\eta}_i$ du véhicule est définie, comme au chapitre 1, par l'orientation du repère lié au véhicule \mathcal{B}_i par rapport au repère de référence \mathcal{F} . Les définitions des angles de lacet ψ_i , tangage θ_i , et roulis φ_i sont présentées figure 1.2, au chapitre 1. La variation d'attitude du véhicule quant à elle, peut être exprimée par rapport au repère inertiel \mathcal{F} par $\dot{\boldsymbol{\eta}}_i$, ou par rapport au repère du véhicule par $\boldsymbol{\omega}_i = [p_i \ q_i \ r_i]^t$ (figure 5.1). Ces deux expressions sont liées par (5.1).

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i = N(\boldsymbol{\eta}_i) \times \boldsymbol{\omega}_i \quad (5.1)$$

$$N(\boldsymbol{\eta}_i) = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\varphi_i)/\cos(\theta_i) & \cos(\varphi_i)/\cos(\theta_i) \\ 0 & \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) \\ 1 & \tan(\theta_i) \cdot \sin(\varphi_i) & \tan(\theta_i) \cdot \cos(\varphi_i) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

En appliquant les lois de Newton au centre de gravité du véhicule, nous obtenons (5.3) et (5.4).

$$m_i \cdot \mathbf{a}_i = \sum F_{ext} \quad (5.3)$$

$$J^{\mathcal{B}} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -\boldsymbol{\omega}_i \wedge J^{\mathcal{B}} \times \boldsymbol{\omega}_i + \sum T_{ext} \quad (5.4)$$

où m_i désigne la masse du véhicule et $\mathbf{a}_i = [a_i^x \ a_i^y \ a_i^z]^t$ l'accélération du véhicule par rapport au repère inertiel commun \mathcal{F} . $J^{\mathcal{B}} = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ est la matrice d'inertie du véhicule, exprimée dans son repère principal d'inertie \mathcal{B} , celle-ci est donc diagonale. $\sum F_{ext}$ et $\sum T_{ext}$ représentent respectivement l'ensemble des forces et des couples résultants, exprimés en son centre de gravité, s'exerçant sur le véhicule.

Pour manœuvrer, le véhicule commande la vitesse de rotation de chacun des quatre moteurs. Afin de simplifier le pilotage, les commandes des différents moteurs ne sont pas calculées individuellement directement. Au lieu de cela, quatre commandes composites u_i^1 à u_i^4 sont déterminées, puis celles des

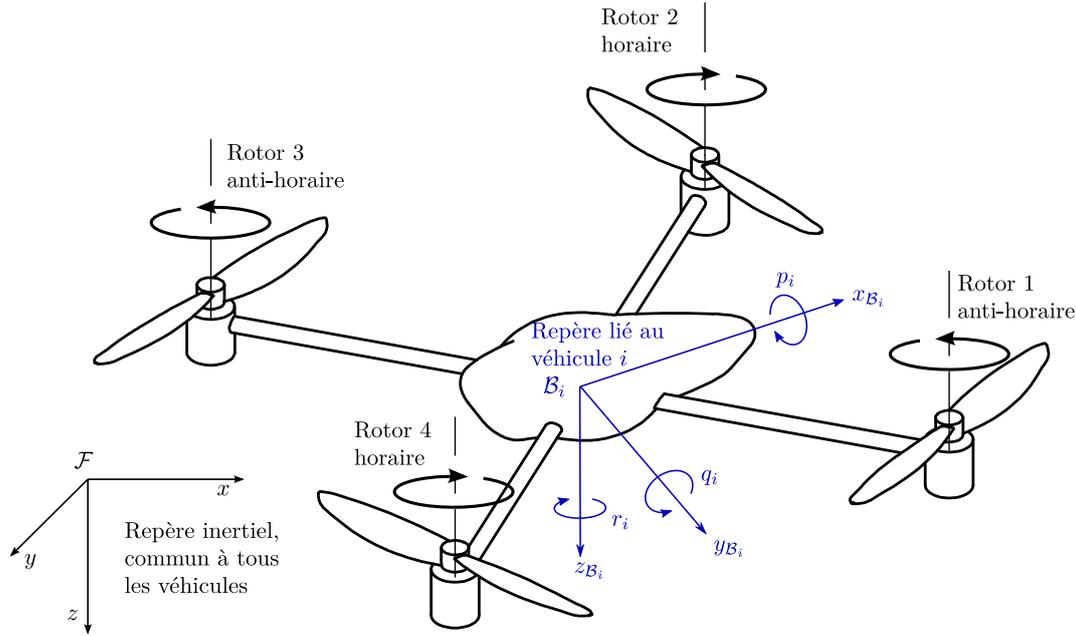


FIGURE 5.1 – Illustration d'un hélicoptère quadrirotor

moteurs sont déduites de ces commandes composites. Comme la dynamique des rotors est considérablement plus rapide que celle du véhicule, le temps de réponse de l'asservissement des moteurs est toujours négligé.

u_i^1 est la poussée de l'ensemble des quatre rotors (commande du mouvement suivant l'axe z_{B_i} du repère du véhicule).

u_i^2 est la différence de poussée entre les rotors de droite et de gauche (commande de la rotation autour de l'axe x_{B_i} du véhicule et donc son déplacement suivant l'axe y_{B_i}).

u_i^3 est la différence de poussée entre les rotors avant et arrière (commande de la rotation autour de l'axe y_{B_i} du véhicule et donc son déplacement suivant l'axe x_{B_i}).

u_i^4 est la différence, exprimée au centre de gravité du véhicule, entre le couple exercé sur celui-ci par la rotation des rotors tournant dans le sens horaire et celui exercé par la rotation des rotors tournant en sens inverse (commande de la rotation autour de l'axe z_{B_i} du véhicule).

En projetant u_i^1 dans le repère inertiel commun \mathcal{F} , en tenant compte de l'accélération de la pesanteur g , de la distance d_{mot} entre les moteurs et le centre de gravité du véhicule et des forces aérodynamiques $[F_x^a \ F_y^a \ F_z^a]^t$ et $[F_p^a \ F_q^a \ F_r^a]^t$ s'exerçant sur le véhicule, nous pouvons écrire la forme des forces (5.5) et des moments (5.6) s'exerçant sur le véhicule.

$$\sum F_{ext} = \begin{bmatrix} F_x^a - (\cos(\psi_i) \cos(\theta_i) \sin(\varphi_i) + \sin(\psi_i) \sin(\varphi_i)) u_i^1 \\ F_y^a - (\sin(\psi_i) \cos(\theta_i) \sin(\varphi_i) + \cos(\psi_i) \sin(\varphi_i)) u_i^1 \\ F_z^a + mg - (\cos(\theta_i) \cos(\varphi_i)) u_i^1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\sum T_{ext} = \begin{bmatrix} F_p^a + u_i^2 d_{mot} \\ F_q^a + u_i^3 d_{mot} \\ F_r^a + u_i^4 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Ce modèle est présenté figure 5.2 sous forme d'un schéma bloc.

Les hélicoptères quadrirotor sont principalement limités par les forces que sont capables de produire leurs rotors. Les angles de tangage θ_i et de roulis φ_i sont souvent limités par souci de sécurité. En effet, un véhicule excessivement incliné ne serait pas capable de maintenir son altitude.

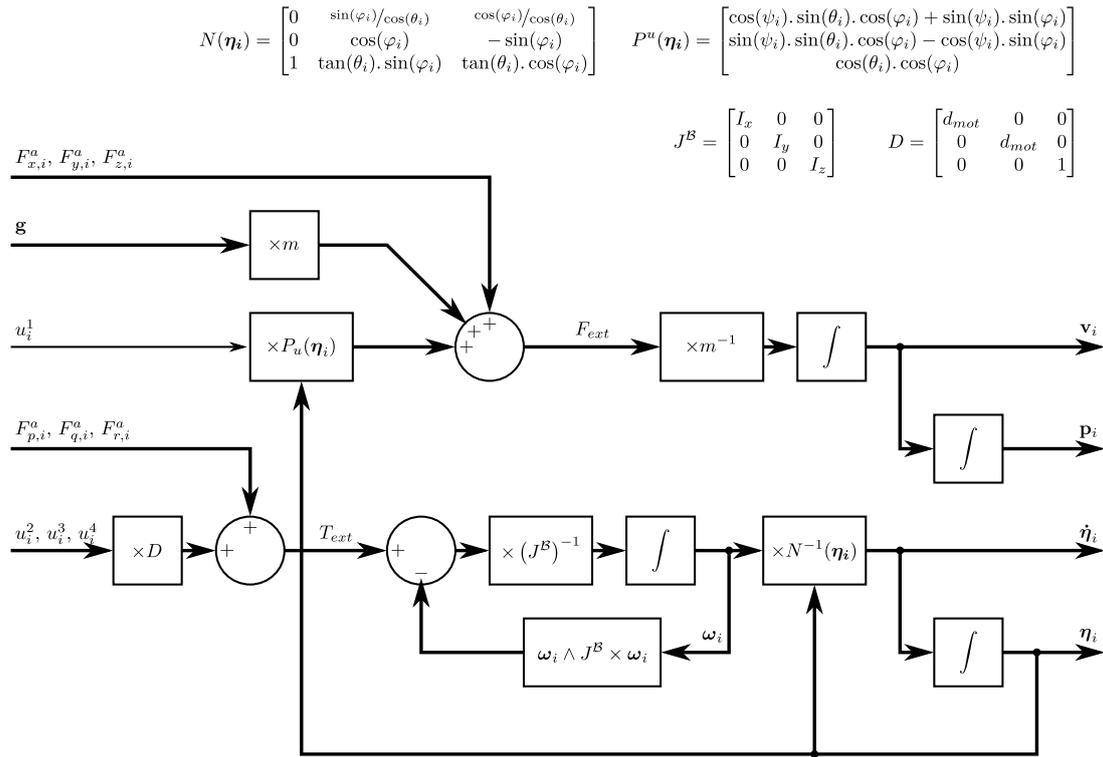


FIGURE 5.2 – Modèle d'un hélicoptère quadrirotor

Quoi qu'il en soit, ces limitations physiques peuvent être représentées par des contraintes sur les vitesses horizontale $\|\mathbf{v}^h\| = \sqrt{(v^x)^2 + (v^y)^2}$ et verticale v^z des véhicules ainsi que sur leurs accélérations horizontale $\|\mathbf{a}^h\| = \sqrt{(a^x)^2 + (a^y)^2}$ et verticale a^z .

$$0 \leq \mathbf{v}_i^h \leq v_{max}^h \quad (5.7)$$

$$v_{min}^z \leq v_i^z \leq v_{max}^z \quad (5.8)$$

$$0 \leq \mathbf{a}_i^h \leq a_{max}^h \quad (5.9)$$

$$a_{min}^z \leq a_i^z \leq a_{max}^z \quad (5.10)$$

Notre objectif est de modifier la loi de guidage distribuée \mathbf{u} présentée au chapitre 3 afin de l'adapter au guidage en trois dimensions de véhicules de type hélicoptère quadrirotor. Comme toujours, les véhicules doivent éviter d'entrer en collision entre eux, ou avec des obstacles extérieurs et la commande doit tenir compte des contraintes 5.7 à 5.10.

Dans ce chapitre nous souhaitons, comme au chapitre 3, que les véhicules se dirigent groupés vers un même point de passage puis passent au suivant dès qu'un des véhicules atteint le point de passage. Un point de passage est considéré atteint lorsqu'un véhicule s'en approche à une distance inférieure à d_{vis} . Les véhicules doivent se déplacer à la vitesse nominale v_n et à altitude constante lorsque cela est possible.

Afin de garantir la sécurité de chaque véhicule, nous lui attribuons une zone de sécurité \mathcal{E}_{sec}^v , qui ne doit pas être violée. Cette zone prend la forme d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe z du repère inertiel \mathcal{F} (5.11). Rappelons que $\mathbf{p}_i = [p_i^x \ p_i^y \ p_i^z]^t$ désigne la position du véhicule i dans ce

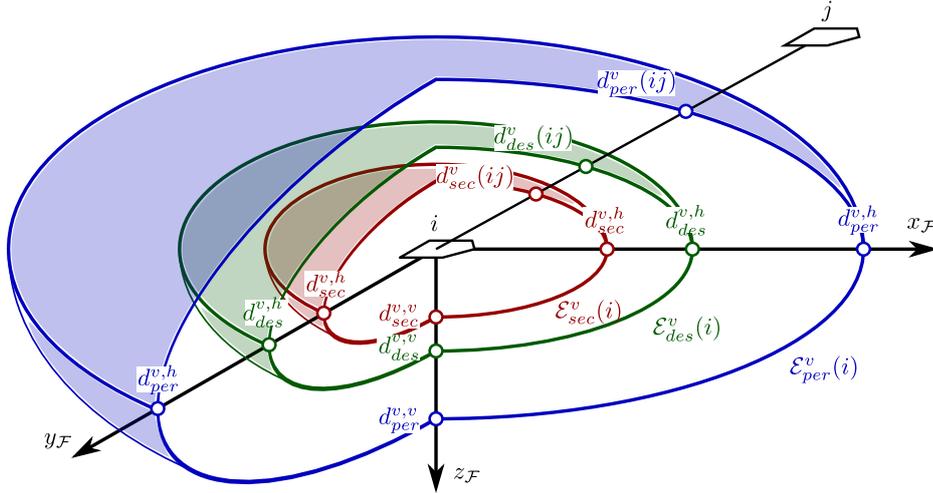


FIGURE 5.3 – Représentation des ellipsoïdes utilisées pour définir les distances de sécurité et désirée, ainsi que le seuil d'éloignement.

même repère.

$$\mathcal{E}_{\text{sec}}^v(i) : 1 = \left(\frac{x - p_i^x}{d_{\text{sec}}^{v,h}} \right)^2 + \left(\frac{y - p_i^y}{d_{\text{sec}}^{v,h}} \right)^2 + \left(\frac{z - p_i^z}{d_{\text{sec}}^{v,v}} \right)^2 \quad (5.11)$$

$d_{\text{sec}}^{v,h}$ et $d_{\text{sec}}^{v,v}$ désignent respectivement les distances de sécurité dans le plan horizontal et à la verticale d'un véhicule. Ces valeurs sont utilisées afin de définir les demi-axes de l'ellipsoïde $\mathcal{E}_{\text{sec}}^v(i)$.

La distance de sécurité effective $d_{\text{sec}}^v(ij)$ entre les véhicules i et j dépend donc de la position relative des deux véhicules, et plus spécifiquement de la direction de la ligne de vue de i à j . Soit $\theta_{i,j}^{ldv}$ l'angle entre cette ligne de vue et le plan horizontal, $d_{\text{sec}}^v(ij)$ est donnée par (5.12).

$$d_{\text{sec}}^v(ij) = \frac{d_{\text{sec}}^{v,h} \cdot d_{\text{sec}}^{v,v}}{\sqrt{d_{\text{sec}}^{v,h} \cdot \left(\sin(\theta_{i,j}^{ldv}) \right)^2 + d_{\text{sec}}^{v,v} \cdot \left(\cos(\theta_{i,j}^{ldv}) \right)^2}} \quad (5.12)$$

Nous définissons de la même manière la distance désirée $d_{\text{des}}^v(ij)$, entre deux véhicules à partir de l'ellipsoïde $\mathcal{E}_{\text{des}}^v(i)$, ainsi que le seuil $d_{\text{per}}^v(ij)$ au delà duquel un véhicule i est trop éloigné des autres à partir de $\mathcal{E}_{\text{per}}^v(i)$. Ces définitions sont représentées sur la figure 5.3.

Les valeurs de la distance de sécurité $d_{\text{sec}}^o(ij)$ et de la distance de passage désirée $d_{\text{des}}^o(ij)$ entre les véhicules et les obstacles sont définies de manière similaire à partir des ellipsoïdes $\mathcal{E}_{\text{sec}}^o(i)$ et $\mathcal{E}_{\text{des}}^o(i)$.

5.2 Pilotage des hélicoptères quadrirotor

Afin de nous concentrer sur l'adaptation de la loi de guidage proposée, nous avons choisi d'utiliser la structure de pilotage décrit dans [MB04]. En effet, ce pilotage permet d'asservir simplement le mouvement des véhicules à partir d'une consigne d'accélération, ce qui nous permettra d'utiliser un modèle de prédiction extrêmement simple lors d'élaboration de la loi de guidage.

Ce pilotage consiste à calculer l'attitude désirée du véhicule à partir des consignes d'accélération (qui sont fournies par la loi de guidage). L'attitude du véhicule est asservie en utilisant la méthode de linéarisation par retour d'état.

Nous commençons par définir le système à asservir.

5.2.1 Décomposition partielle

Dans un premier temps, l'équation (5.4) est réécrite afin de faire apparaître l'attitude $\boldsymbol{\eta}_i$ du véhicule par rapport au repère inertiel \mathcal{F} : (5.13).

$$J^{\mathcal{F}}(\boldsymbol{\eta}_i) \times \ddot{\boldsymbol{\eta}}_i + K(\boldsymbol{\eta}_i, \dot{\boldsymbol{\eta}}_i) = \sum T_{ext} \quad (5.13)$$

$J^{\mathcal{F}}(\boldsymbol{\eta}_i)$ désigne la matrice d'inertie du véhicule. Elle dépend de l'attitude du véhicule et n'est pas diagonale car elle n'est pas exprimée suivant les axes principaux du véhicule. Elle est obtenue à partir de $J^{\mathcal{B}}$ et $\boldsymbol{\eta}_i$ par (5.14). $K(\boldsymbol{\eta}_i, \dot{\boldsymbol{\eta}}_i)$ regroupe les termes issus des effets gyroscopiques et du changement de repère. Sa forme exacte, obtenue d'après (5.4), (5.13) et (5.14) ne présentant pas d'intérêt particulier n'est pas reproduite ici, elle pourra être trouvée dans [MB04].

$$J^{\mathcal{F}}(\boldsymbol{\eta}_i) = \begin{bmatrix} -I_x \sin(\theta_i) & 0 & I_x \\ I_y \cos(\theta_i) \sin(\varphi_i) & I_y \cos(\varphi_i) & 0 \\ I_z \cos(\theta_i) \cos(\varphi_i) & -I_z \sin(\varphi_i) & 0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Afin d'éviter les problèmes de mise au point du module de pilotage, et puisque les véhicules disposent des quatre entrées de commande u_i^1 à u_i^4 , les signaux de consigne fournis au module de pilotage sont $[p_i^x \ p_i^y \ p_i^z \ \psi_i]^t$. Le choix de commander la position des véhicules découle simplement de la volonté de guidage. La commande de l'angle de lacet, quant à elle, découle de la dynamique des hélicoptères quadricoptère : ils sont capables des mêmes performances quel que soit l'angle de lacet.

Afin d'atteindre ces consignes, le module de pilotage est chargé d'asservir l'attitude $\boldsymbol{\eta}_i$ du véhicule ainsi que sa position verticale p_i^z . Le système à commander peut ainsi être représenté par (5.15).

$$\begin{bmatrix} \frac{-m}{\cos(\theta_i) \cos(\varphi_i)} & 0 \\ 0 & J^{\mathcal{F}}(\boldsymbol{\eta}_i) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_i^z \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mg \\ K(\boldsymbol{\eta}_i, \dot{\boldsymbol{\eta}}_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_z^a}{\cos(\theta_i) \cos(\varphi_i)} + u_i^1 \\ F_p^a + u_i^2 d_{mot} \\ F_q^a + u_i^3 d_{mot} \\ F_r^a + u_i^4 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

5.2.2 Linéarisation par retour d'état

Ce sous-système est à présent asservi par la méthode de la linéarisation par retour d'état.

En ignorant les perturbations du système ($F_z^a = F_p^a = F_q^a = F_r^a = 0$), la commande de linéarisation par retour d'état s'écrit donc sous la forme (5.16) avec les nouvelles variables de commande v_i^1 à v_i^4 .

$$\begin{bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ u_i^3 \\ u_i^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{m}{\cos(\theta_i) \cos(\varphi_i)} (v_i^1 - g) \\ \left[\begin{array}{ccc} 1/d_{mot} & 0 & 0 \\ 0 & 1/d_{mot} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \times \left(J^{\mathcal{F}}(\boldsymbol{\eta}_i) \times \begin{bmatrix} v_i^2 \\ v_i^3 \\ v_i^4 \end{bmatrix} + K(\boldsymbol{\eta}_i, \dot{\boldsymbol{\eta}}_i) \right) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Le système à commander est transformé en quatre doubles intégrateurs :

$$\begin{aligned} a_i^z &= v_i^1 \\ \ddot{\psi}_i &= v_i^2 \\ \ddot{\theta}_i &= v_i^3 \\ \ddot{\varphi}_i &= v_i^4 \end{aligned}$$

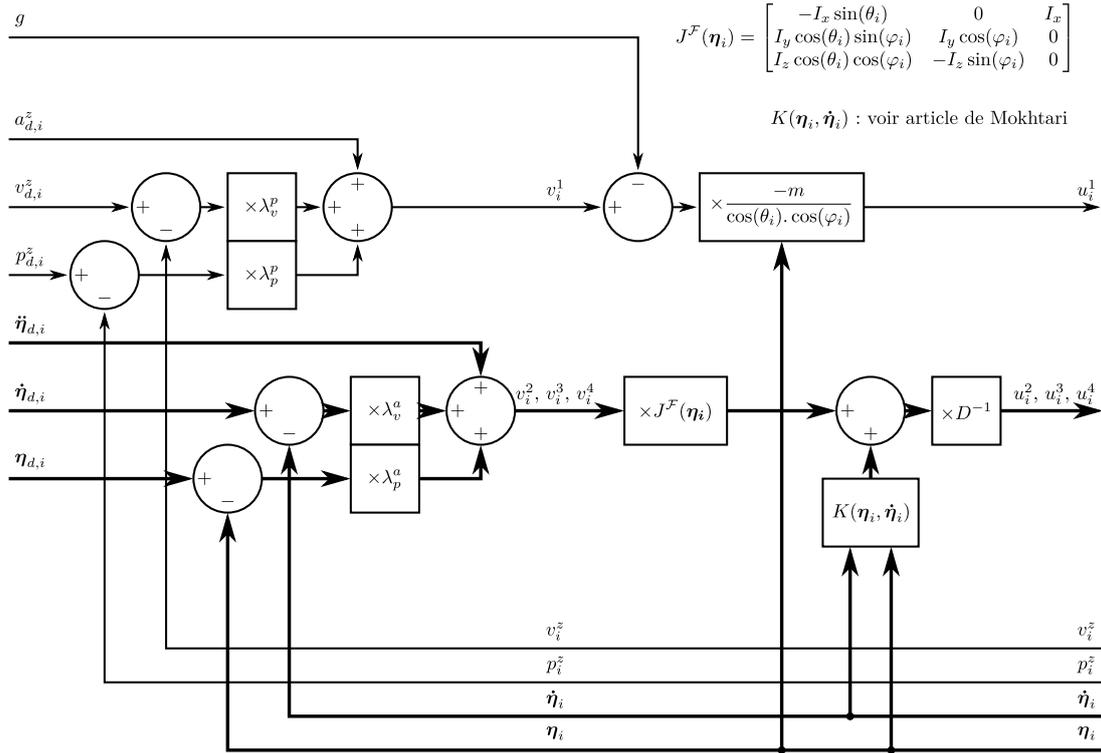


FIGURE 5.4 – Schéma bloc du module de pilotage

lesquels sont asservis de la manière suivante (5.17) à (5.20) où \bullet_d désignent les valeurs désirées des différentes grandeurs. Les valeurs des coefficients sont définies par Mokhtari afin de garantir la convergence exponentielle du système : $\lambda_v^p = \lambda_v^a = 16$, $\lambda_p^p = \lambda_p^a = 64$.

$$v_i^1 = a_{d,i}^z + \lambda_v^p (v_{d,i}^z - v_i^z) + \lambda_p^p (p_{d,i}^z - p_i^z) \quad (5.17)$$

$$v_i^2 = \ddot{\psi}_{d,i} + \lambda_v^a (\dot{\psi}_{d,i} - \dot{\psi}_i) + \lambda_p^a (\psi_{d,i} - \psi_i) \quad (5.18)$$

$$v_i^3 = \ddot{\theta}_{d,i} + \lambda_v^a (\dot{\theta}_{d,i} - \dot{\theta}_i) + \lambda_p^a (\theta_{d,i} - \theta_i) \quad (5.19)$$

$$v_i^4 = \ddot{\varphi}_{d,i} + \lambda_v^a (\dot{\varphi}_{d,i} - \dot{\varphi}_i) + \lambda_p^a (\varphi_{d,i} - \varphi_i) \quad (5.20)$$

Ce module de pilotage est décrit figure 5.4 sous la forme d'un schéma bloc.

5.2.3 Utilisation du module de pilotage

Dans cette section, nous expliquons comment nous utilisons le module de pilotage précédemment décrit.

Les accélérations désirées $a_{d,i}^x$, $a_{d,i}^y$, $a_{d,i}^z$ sont élaborées par la loi de guidage prédictif que nous proposons. À partir de là, les angles de tangage $\theta_{d,i}$ et de roulis $\varphi_{d,i}$ désirés sont dérivés d'une partie de (5.5) (voir figure 5.5 pour les formules donnant ces angles) :

$$m \begin{bmatrix} a_{d,i}^x \\ a_{d,i}^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos(\psi_{d,i}) \sin(\varphi_{d,i}) \cos(\theta_{d,i}) + \sin(\psi_{d,i}) \sin(\varphi_{d,i})) \cdot u_i^1 \\ (\sin(\psi_{d,i}) \sin(\varphi_{d,i}) \cos(\theta_{d,i}) + \cos(\psi_{d,i}) \sin(\varphi_{d,i})) \cdot u_i^1 \end{bmatrix}$$

La valeur désirée de l'angle de lacet $\psi_{d,i}$ quant à elle, est sans importance. En effet, les véhicules de type quadrirotor sont capables de se déplacer dans toutes les directions du plan, indépendamment

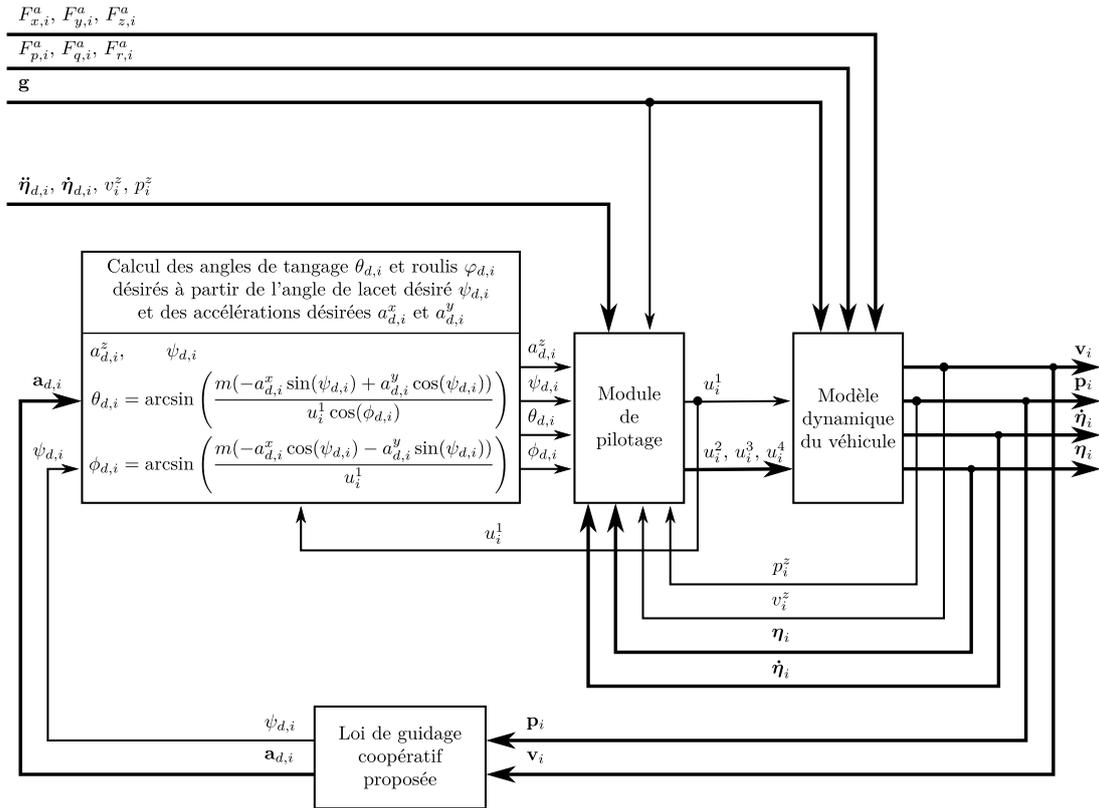


FIGURE 5.5 – Schéma bloc de la boucle de navigation

de la valeur de leur angle de lacet ψ_i . Nous avons donc choisi de définir $\psi_{d,i} = 0$ tout au long de la mission.

Afin d'assurer la stabilisation de l'attitude des véhicules, les grandeurs $\dot{\psi}_{d,i}$, $\dot{\theta}_{d,i}$, $\dot{\phi}_{d,i}$, $\ddot{\psi}_{d,i}$, $\ddot{\theta}_{d,i}$ et $\ddot{\phi}_{d,i}$ sont définies égale à 0.

Enfin, comme la loi de guidage que nous proposons fournit uniquement des accélérations désirées et non des consigne de position $p_{d,i}^z$ ou de vitesse $v_{d,i}^z$ verticale désirées, et afin de ne pas perturber l'accélération verticale a_i^z en fournissant ces consignes, nous utilisons $v_i^1 = a_{d,i}^z$ au lieu de (5.17). Ce qui revient à annuler les coefficients λ_v^p et λ_p^p .

La figure 5.5 représente la totalité de la boucle de navigation sous la forme d'un schéma bloc tandis que les réponses du véhicule à un échelon d'accélération horizontal d'amplitude $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et un échelon d'angle de lacet d'amplitude $\pi/6$ rad sont présentées figures 5.6a et 5.6b.

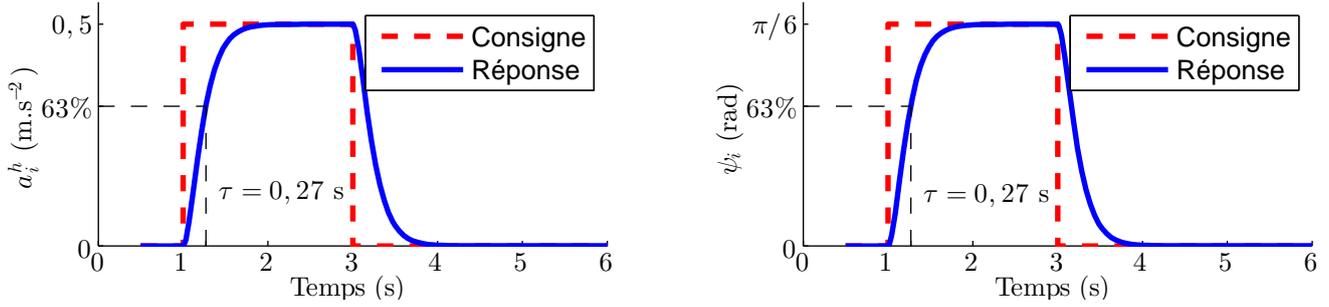
Grâce à ces figures, nous observons que l'asservissement de l'accélération et de l'attitude du véhicule est réalisé sans dépassement, avec une constante de temps de l'ordre de $0,27 \text{ s}$. Il sera important de prendre en compte ce temps lors de la conception de la boucle de guidage.

Remarque

Compte tenu de l'absence de rétroaction sur l'asservissement de l'accélération des véhicules, les perturbations dues au vent et les erreurs sur la masse des véhicules ne seront pas rejetées. Afin de pallier ce défaut, les véhicules doivent disposer de moyen de mesurer leurs accélérations, ce qui permettra de mettre en place un asservissement de celle-ci.

Cet asservissement peut être accompli de plusieurs manières, la plus simple étant l'utilisation d'un régulateur PID. ■

Nous présentons à présent la loi de guidage prédictive proposée. À chaque instant d'échantillonnage, cette loi de guidage fournit une consigne d'accélération désirée à la boucle de pilotage



(a) Réponse du véhicule à un échelon d'accélération horizontale \mathbf{u}^h d'amplitude 0.5 m.s^{-2}

(b) Réponse du véhicule à un échelon d'angle de lacet ψ d'amplitude $\pi/6 \text{ rad}$

FIGURE 5.6 – Réponse du système, la consigne est représentée en pointillé

$\mathbf{u}_i(k) = \mathbf{a}_{d,i}(k) = [a_{d,i}^x(k) \ a_{d,i}^y(k) \ a_{d,i}^z(k)]^t$. Cette consigne est maintenue constante durant la période d'échantillonnage Δt . Nous rappelons que la valeur désirée de l'angle de lacet $\psi_{d,i}$ est nulle.

5.3 Loi de guidage prédictive

La loi de guidage proposée au chapitre 3 est conçue pour le guidage en deux dimensions de véhicules de type avion, commandés en accélération linéaire et angulaire. Le modèle de prédiction utilisé, et par conséquent les commandes, correspondent ainsi à ce type de véhicule. La fonction objectif et la procédure de recherche de la séquence de commandes, sont également adaptées au modèle de véhicule.

Afin de permettre le guidage en trois dimensions de véhicules de type hélicoptère quadrirotor, commandés par un vecteur accélération, nous devons donc adapter ces différents aspects de la loi de guidage. Nous présentons tout d'abord le modèle de prédiction utilisé, puis les modifications apportées à la fonction objectif et à la procédure de recherche.

5.3.1 Modèle de prédiction

Au chapitre 3, le modèle utilisé afin de prédire les effets de la commande était identique au modèle dynamique utilisé pour simuler le mouvement des véhicules. Cela était possible car le modèle dynamique des véhicules était très simple et engendrait une faible charge de calcul.

Le modèle à temps continu de véhicules présenté à la section 5.1 en revanche est plus complexe, et allongerait considérablement la durée de calcul de la commande des véhicules. Pour éviter cela, nous allons utiliser un modèle de prédiction distinct du modèle dynamique.

Le modèle de prédiction que nous utilisons consiste en un double intégrateur discret. L'état $\mathbf{x}_i(k) = [\mathbf{p}_i(k)^t \ \mathbf{v}_i(k)^t]^t$ de chaque véhicule i à l'instant k est limité à sa position $\mathbf{p}_i(k) = [p_i^x(k) \ p_i^y(k) \ p_i^z(k)]^t$ et sa vitesse $\mathbf{v}_i(k) = [v_i^x(k) \ v_i^y(k) \ v_i^z(k)]^t$ tandis que sa commande est un vecteur accélération, exprimé par des coordonnées cartésiennes $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^x(k) \ u_i^y(k) \ u_i^z(k)]^t$: (5.21) et (5.22). Δt désigne la période d'échantillonnage de la commande, celle-ci doit être choisie pour être compatible avec la dynamique de la boucle de pilotage.

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \mathbf{p}_i(k) + \Delta t \cdot \mathbf{v}_i(k) \quad (5.21)$$

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \mathbf{v}_i(k) + \Delta t \cdot \mathbf{u}_i(k) \quad (5.22)$$

Les limitations physiques des véhicules (5.7) à (5.10) sont prises en compte.

5.3.2 Adaptation de la fonction objectif

Rappelons que la fonction objectif présentée au chapitre 3, est composée de quatre types de coût : les coûts de commande J^u , les coûts de navigation J^{nav} , les coûts de mission $J^{mission}$ et les coûts de sécurité J^{safety} .

Comme nous utilisons un modèle de véhicule différent, les coûts de commande, qui modèrent l'amplitude de la commande des véhicules, et les coûts de navigation, qui incitent le véhicule à avancer en ligne droite à la vitesse nominale v_n sont modifiés.

En revanche, la mission des véhicules est inchangée : rejoindre une série de points de passage en restant groupés et évitant les collisions. De ce fait, les coûts de mission et de sécurité ne sont pas modifiés, leurs définitions seront trouvées aux sections 3.4.1.3 et 3.4.1.4 du chapitre 3. Les distances caractéristiques utilisées lors du calcul de ces coûts sont déduites à partir des ellipsoïdes correspondantes comme expliqué section 5.1.

5.3.2.1 Coûts de commande

Le rôle des coûts de commande est de minimiser l'amplitude des commandes des véhicules, donc la consommation d'énergie. Au chapitre 3, la commande des véhicules consiste en une accélération linéaire ainsi qu'une accélération angulaire et les coûts de commande sont de forme quadratique (3.12).

La commande des véhicules que nous considérons ici consiste en un vecteur accélération en trois dimensions $\mathbf{u}_i(k) = [u_i^x(k) \ u_i^y(k) \ u_i^z(k)]^t$. Pour chaque dimension, nous calculons un coût de commande, $J_i^u(k) = [J_i^{u,x}(k) \ J_i^{u,y}(k) \ J_i^{u,z}(k)]^t$. Ceux-ci, comme précédemment, sont de forme quadratique.

$$J_i^u(k) = \sum_{n=k+1}^{k+H_c} \left(\mathbf{u}_i(n)^t \times \begin{bmatrix} W^{u,x} & 0 & 0 \\ 0 & W^{u,y} & 0 \\ 0 & 0 & W^{u,z} \end{bmatrix} \times \mathbf{u}_i(n) \right) \quad (5.23)$$

$\mathbf{u}_i(n)$ est la commande prédite à l'instant n , $W^{u,x}$, $W^{u,y}$ et $W^{u,z}$ sont les pondérations définissant l'importance relative de chaque critère élémentaire de la fonction objectif.

5.3.2.2 Coûts de navigation

Le rôle des coûts de navigation est de réguler les trajectoires des véhicules. Nous souhaitons en effet favoriser les trajectoires en ligne droite et à vitesse nominale v_n . Nous souhaitons de plus favoriser le vol à altitude constante.

Les véhicules considérés au chapitre 3 sont des avions se déplaçant dans un plan, donc à altitude constante. Leur état comprend leur vitesse linéaire et leur vitesse de virage, que nous utilisons pour réguler simplement la trajectoire des véhicules au moyen d'un coût quadratique (3.15).

Nous considérons à présent des véhicules se déplaçant en trois dimensions et ajoutons donc un coût de navigation verticale $J^{n,vertical}$. La vitesse linéaire des véhicules dans le plan horizontal \mathbf{v}_i^h est calculée à partir de leur vecteur vitesse et est régulée grâce au coût de navigation horizontal $J^{n,horizontal}$. Ces deux coûts sont de forme quadratique. Enfin, les lignes droites sont favorisées grâce au coût de rotation $J_i^{n,rotation}(k)$ mesurant le virage dans le plan horizontal provoqué par la commande prédite du véhicule.

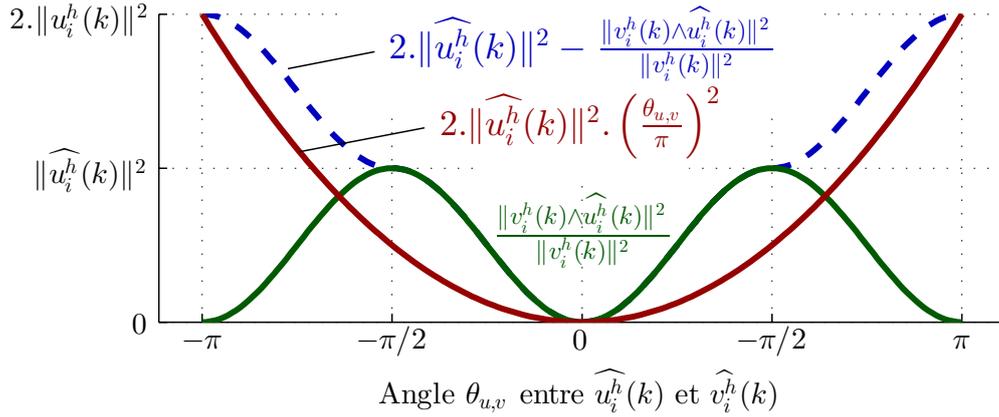


FIGURE 5.7 – Valeur de $\widehat{\mathbf{u}}_i^\perp(k)$ en fonction de l'angle entre $\widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)$ et $\mathbf{v}_i^h(k)$

Les coûts de navigation sont donnés par (5.24) à (5.27).

$$J_i^{nav}(k) = J_i^{n,horizontal}(k) + J_i^{n,vertical}(k) + J_i^{n,rotation}(k) \quad (5.24)$$

$$J_i^{n,horizontal}(k) = W_i^{n,horizontal} \sum_{n=k+1}^{k+H_p} \left(\|\widehat{\mathbf{v}}_i^h(n)\| - v_n \right)^2 \quad (5.25)$$

$$J_i^{n,vertical}(k) = W_i^{n,vertical} \sum_{n=k+1}^{k+H_p} \left(\widehat{v}_i^z(n) \right)^2 \quad (5.26)$$

$$J_i^{n,rotation}(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } \|\mathbf{v}_i^h(k)\| = 0 \\ W_i^{n,rotation} \cdot \frac{\|\mathbf{v}_i^h(k) \wedge \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)\|^2}{\|\mathbf{v}_i^h(k)\|^2} & \text{si } \mathbf{v}_i^h(k) \cdot \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k) > 0 \\ W_i^{n,rotation} \cdot \left(2 \cdot \|\widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)\|^2 - \frac{\|\mathbf{v}_i^h(k) \wedge \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)\|^2}{\|\mathbf{v}_i^h(k)\|^2} \right) & \text{si } \mathbf{v}_i^h(k) \cdot \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k) < 0 \end{cases} \quad (5.27)$$

avec $\widehat{\mathbf{v}}_i^h(n)$ et $\widehat{\mathbf{u}}_i^h(n)$ la projection sur le plan horizontal respectivement du vecteur vitesse et de la commande prédite du véhicule i à l'instant n .

Explication de la forme de $J_i^{n,rotation}$

L'objectif de $J_i^{n,rotation}$ est de favoriser les déplacements en ligne droite. Pour ce faire, nous utilisons la composante de la commande du véhicule $\widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)$ qui est perpendiculaire à son vecteur vitesse $\mathbf{v}_i^h(k)$. En effet, c'est cette partie de la commande qui provoque le virage du véhicule. Cette composante est donnée par $\widehat{\mathbf{u}}_i^\perp(k) = \|\mathbf{v}_i^h(k) \wedge \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)\|^2 / \|\mathbf{v}_i^h(k)\|^2$. Elle est normalisée par $\|\mathbf{v}_i^h(k)\|^2$ afin d'être indépendante de la vitesse du véhicule.

Cette définition ne produit toutefois pas tout à fait le comportement recherché. En effet, à amplitude de commande constante, pour les commandes entraînant un ralentissement du véhicule ($\mathbf{v}_i^h(k) \cdot \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k) < 0$), le coût diminue lorsque la vitesse de virage augmente. Ceci est illustré figure 5.7. La forme présentée (5.27) permet de corriger ce défaut.

Remarque

Il aurait été également possible d'utiliser la valeur de l'angle $\theta_{u,v}$ entre $\widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)$ et $\mathbf{v}_i^h(k)$, calculée

par

$$\theta_{u,v} = \arcsin \left(\frac{\|\mathbf{v}_i^h(k) \wedge \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)\|}{\|\mathbf{v}_i^h(k)\| \cdot \|\widehat{\mathbf{u}}_i^h(k)\|} \right)$$

Cela aurait permis d'obtenir un critère variant de manière plus homogène comme le montre la figure 5.7.

Cela n'aurait toutefois pas permis d'éviter d'avoir à distinguer le cas où $\mathbf{v}_i^h(k) \cdot \widehat{\mathbf{u}}_i^h(k) < 0$ puisque la fonction arcsin fournit une valeur entre $-\pi/2$ et $\pi/2$. De plus, cela aurait augmenté la charge de calcul sans apporter un avantage significatif ■

5.3.3 Adaptations de la procédure de recherche

Rappelons que la procédure de recherche proposée consiste à prédire les trajectoires engendrées par un jeu prédéfini de séquences de commandes, puis à calculer le coût pour chacune d'elle. Enfin, la séquence de commandes engendrant le coût le plus faible est choisie.

Au chapitre 3, la commande des véhicules consistait en une accélération linéaire ainsi qu'une accélération angulaire. Comme nous considérons maintenant des véhicules commandés grâce à un vecteur accélération en trois dimensions, nous devons modifier le jeu de séquences de commandes afin que celui-ci soit composé de vecteurs accélération en trois dimensions. Le reste de la procédure de recherche en revanche est inchangé.

Nous commençons par rappeler les critères de construction de ce jeu, puis nous présenterons un jeu adapté au modèle de véhicule utilisé dans ce chapitre.

5.3.3.1 Rappels sur la composition du jeu prédéfini de séquences de commandes candidates

Tout d'abord, l'objet du jeu de séquences de commandes prédéfini est de permettre l'exploration efficace de l'espace de commande des véhicules. Une exploration efficace doit permettre de trouver une commande appropriée en simulant le moins de séquences de commandes candidates possible.

Rappelons ensuite que chaque séquence de commande est composée d'une commande constante durant l'horizon de commande puis d'une commande nulle jusqu'à la fin de l'horizon de prédiction. Chaque séquence de commande est donc complètement définie dès lors que la première commande de la séquence est connue. Le jeu de séquences de commandes est donc réduit à un jeu de valeurs de la commande.

Enfin, rappelons les règles que nous avons posées afin de définir la composition du jeu de commandes candidates :

1. Le jeu de commandes candidates doit contenir les commandes d'amplitude maximale afin d'exploiter les capacités des véhicules.
2. Le jeu de commandes candidates doit contenir les commandes d'amplitude nulle afin que le véhicule puisse poursuivre son mouvement courant.
3. Les commandes candidates doivent être réparties sur la totalité de l'espace de commande en étant plus nombreuses autour des commandes de faible amplitude afin d'obtenir une commande de grande précision.

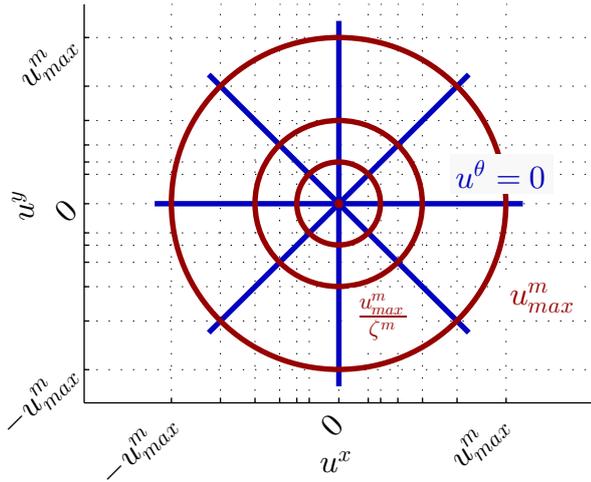
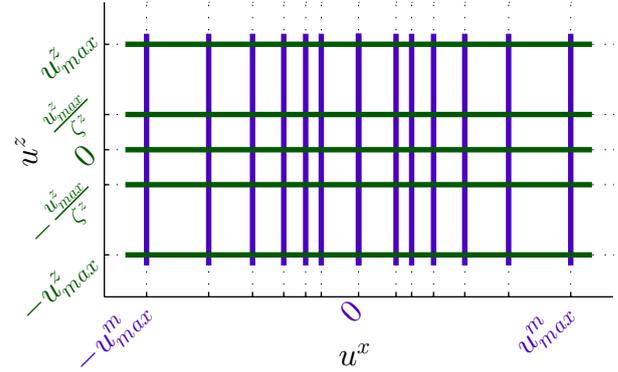
(a) Dans le plan xy (b) Dans le plan xz

FIGURE 5.8 – Exemple de répartition des commandes dans l'espace de commandes ($\zeta^m = 2$, $\zeta^z = 3$, $N^m = 4$, $N^\theta = 8$ et $N^z = 5$)

5.3.3.2 Construction du jeu prédéfini de séquences de commandes candidates

À la section 5.1, nous avons représenté les limitations physiques des véhicules sous la forme de contraintes sur leurs vitesses et commandes d'accélération dans le plan horizontal et sur l'axe vertical dans le repère inertiel commun \mathcal{F} . Afin de refléter les définitions de ces contraintes, nous choisissons de définir indépendamment un jeu de commandes d'accélération verticale \mathcal{S}^z ainsi qu'un jeu de commandes d'accélération horizontale \mathcal{S}^h . Ce dernier jeu étant lui-même défini en combinant un jeu de modules d'accélération \mathcal{S}^m ainsi qu'un jeu de directions d'accélération \mathcal{S}^θ .

Le jeu de commandes d'accélération horizontale, initialement défini par des coordonnées polaires, est ensuite converti en coordonnées cartésiennes afin de déterminer les commandes suivant les axes x et y .

Les jeux de commandes d'accélération verticale et horizontale sont enfin combinés afin de former le jeu de commandes complet \mathcal{S} .

Afin d'exploiter pleinement les capacités de manœuvre des véhicules, aucune direction du plan n'est favorisée lors de la définition du jeu \mathcal{S}^θ . Les jeux de commandes sont donc définis comme suit :

$$\mathcal{S}^m = \left\{ \frac{u_{max}^m}{(\zeta^m)^p} \right\} \quad \text{avec } p = 0 \text{ à } \eta^m \quad (5.28)$$

$$\mathcal{S}^\theta = \left\{ \frac{2 \cdot \pi \cdot p}{\eta^\theta} - \pi \right\} \quad \text{avec } p = 1 \text{ à } \eta^\theta \quad (5.29)$$

$$\mathcal{S}^h = \left\{ \mathcal{S}^m \times \mathcal{S}^\theta \right\} \cup \{0, 0\} \quad (5.30)$$

$$\mathcal{S}^z = \left\{ \pm \frac{u_{max}^z}{(\zeta^z)^p} \right\} \cup \{0\} \quad \text{avec } p = 0 \text{ à } \eta^z \quad (5.31)$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \mathcal{S}^h \times \mathcal{S}^z \right\} \quad (5.32)$$

Les grandeurs ζ^m et ζ^z définissent la répartition des commandes dans l'espace de commande tandis que η^m , η^θ et η^z définissent le nombre de commandes candidates. La répartition ainsi obtenue est illustrée figures 5.8a et 5.8b qui en représente la projection sur les plans xy et xz . Le nombre

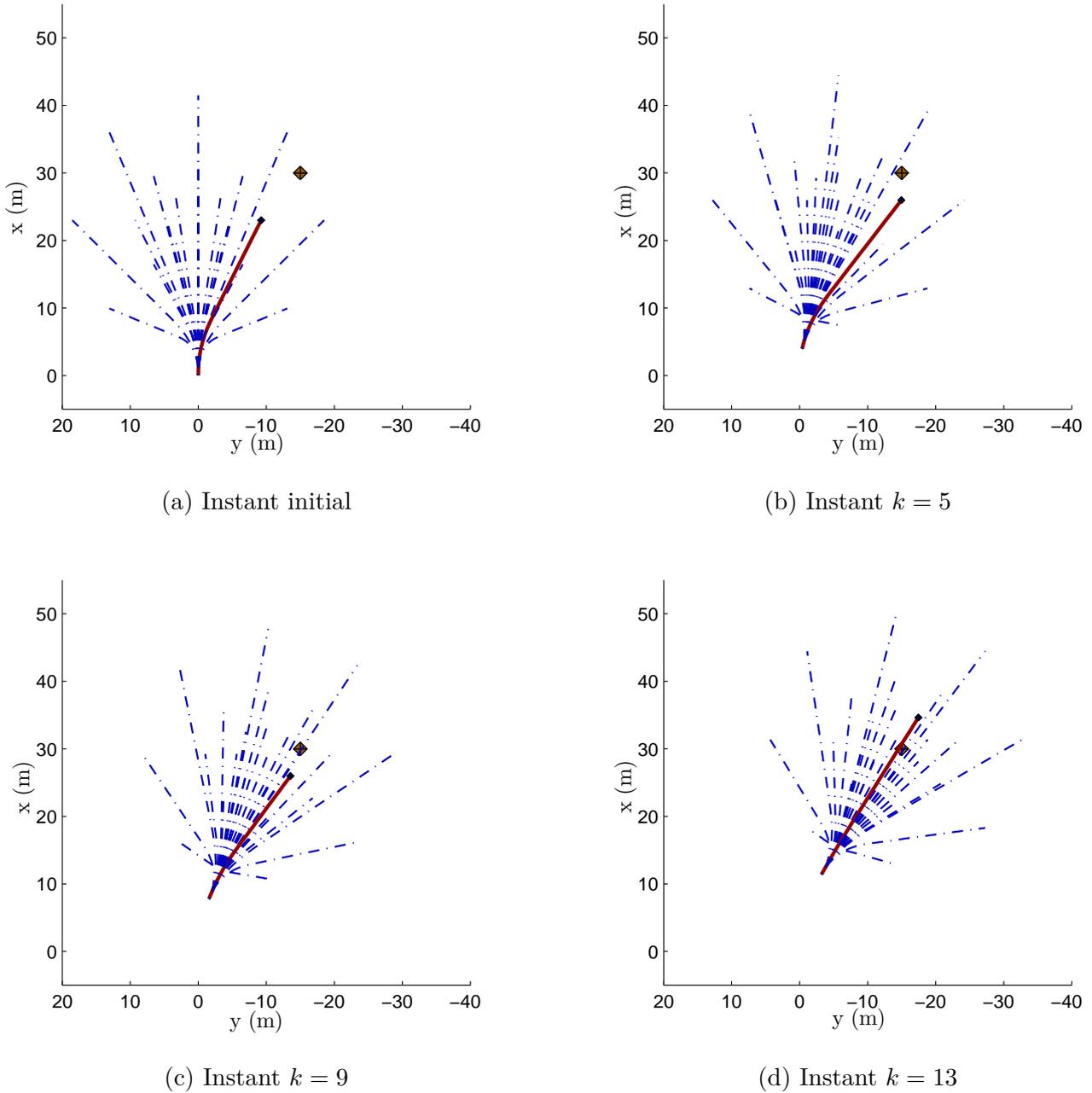


FIGURE 5.9 – Trajectoires candidates (pointillés bleus) et trajectoires choisies (ligne continue rouge) d’un véhicule se dirigeant vers un point de passage (losange)

d’éléments dans chaque jeu est donné par $N^m = \eta^m + 1$, $N^\theta = \eta^\theta$ et $N^z = 2 * \eta^z + 1$. Le nombre total de commandes candidates est $N^c = (N^m * N^\theta + 1) * N^z$.

Remarques

Il est inutile de combiner chaque commande du jeu \mathcal{S}^θ à une commande d’accélération horizontale nulle. En effet, quelle que soit sa direction, cette commande restera nulle. Pour cette raison, la commande d’accélération horizontale nulle est ajoutée directement au jeu de commande \mathcal{S}^h au lieu d’être incluse dans \mathcal{S}^m . ■

Parmi le jeu de commandes ainsi défini, à chaque itération chaque véhicule choisit la commande dont le coût est le plus faible. Après plusieurs itérations, les véhicules parviennent à affiner leur

trajectoire afin que celle-ci passe par le point de passage. Cette progression est illustrée figure 5.9.

5.4 Simulations numériques

Afin d'évaluer les performances de la loi de guidage proposée pour la commande en trois dimensions de véhicules de type hélicoptère quadrirotor, nous avons simulé l'évolution d'un groupe de ces véhicules soumis à celle-ci. Le modèle de prédiction utilisé lors du calcul de la commande est celui que nous avons défini à la section 5.3.1 tandis que l'évolution de l'état des véhicules est simulée en utilisant le modèle dynamique complet défini à la section 5.1. Le lien entre la loi de guidage proposée, fournissant une consigne d'accélération et le véhicule est assurée par le module de pilotage présenté à la section 5.2.

Dans un premier temps, nous étudions une réalisation particulière de la mission afin d'analyser le comportement du groupe de véhicules. Nous étudions ensuite un grand nombre de réalisations de la même mission afin d'évaluer les performances de la loi de guidage proposée.

5.4.1 Présentation de la mission et des paramètres

La mission qui est confiée aux $N = 7$ véhicules est de rejoindre une série de trois points de passage, situés en $[280 \text{ m} \ 0 \text{ m} \ -2 \text{ m}]$, $[240 \text{ m} \ -160 \text{ m} \ -20 \text{ m}]$ et $[-80 \text{ m} \ -160 \text{ m} \ -10 \text{ m}]$. La distance à laquelle ces points de passage sont considérés comme étant atteints est de $d_{\text{vis}} = 20 \text{ m}$. Notons que l'axe z du repère \mathcal{F} utilisé est orienté vers le bas.

Trois obstacles doivent être évités. Ils sont assimilés à des cylindres de rayon respectivement 80 m, 20 m et 60 m, de hauteur 25 m, 25 m et 15 m et le centre de leur base inférieure est situé en $[125 \text{ m} \ -40 \text{ m} \ 0 \text{ m}]$, $[120 \text{ m} \ -160 \text{ m} \ 0 \text{ m}]$ et $[-50 \text{ m} \ 25 \text{ m} \ -10 \text{ m}]$. Le sol et la hauteur maximale de vol des véhicules sont également représentés par des obstacles situés à 0 m et -25 m respectivement. Les obstacles 2 et 3 occupent donc toute la hauteur de la zone de vol tandis que le premier n'occupe que la partie supérieure. Les véhicules peuvent donc passer sous celui-ci (et nous souhaitons qu'ils le fassent).

Les positions initiales des véhicules sont tirées aléatoirement dans la zone définie par $p^x \in [-205 \text{ m} \ -155 \text{ m}]$, $p^y \in [-5 \text{ m} \ -45 \text{ m}]$ et $p^z \in [-15 \text{ m} \ -5 \text{ m}]$. À l'instant initial, les véhicules sont immobiles. La figure 5.10 illustre la mission des véhicules.

Les contraintes physiques s'appliquant aux véhicules sont données tableau 5.1a. Elles ont été choisies afin de refléter de manière réaliste les capacités d'hélicoptères quadrirotor miniatures. Ce tableau indique également la période d'échantillonnage, la vitesse nominale désirée et l'angle de lacet désiré des véhicules.

La valeur de la période d'échantillonnage $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ a été choisie afin d'être suffisamment supérieure à la constante de temps des véhicules pilotés de $\tau = 0,27 \text{ s}$ pour que nous puissions considérer que la consigne d'accélération fournie en entrée du module de pilotage est réalisée. Elle a néanmoins été choisie suffisamment faible afin que la procédure de recherche de la commande reste efficace.

Les valeurs des dimensions des demi-axes des ellipsoïdes définissant les distances d_{sec}^v , d_{des}^v , d_{per}^v , d_{sec}^o et d_{des}^o sont données tableaux 5.2a et 5.2b.

Les paramètres du module de pilotage sont tirés de [MB04] et donnés tableau 5.1b. Les valeurs des moments d'inertie I_x , I_y et I_z correspondent à un véhicule dont la masse est concentrée dans le corps du véhicule, lui-même assimilé à une sphère.

Les valeurs des pondérations de la fonction objectif sont données tableau 5.3b. Pour les coûts de mission et de sécurité, nous avons utilisé les mêmes pondérations qu'au chapitre 3. Celles des coûts de commande et de navigation ont été déterminées afin d'obtenir des résultats satisfaisant et ne sont donc pas forcément les meilleures possibles.

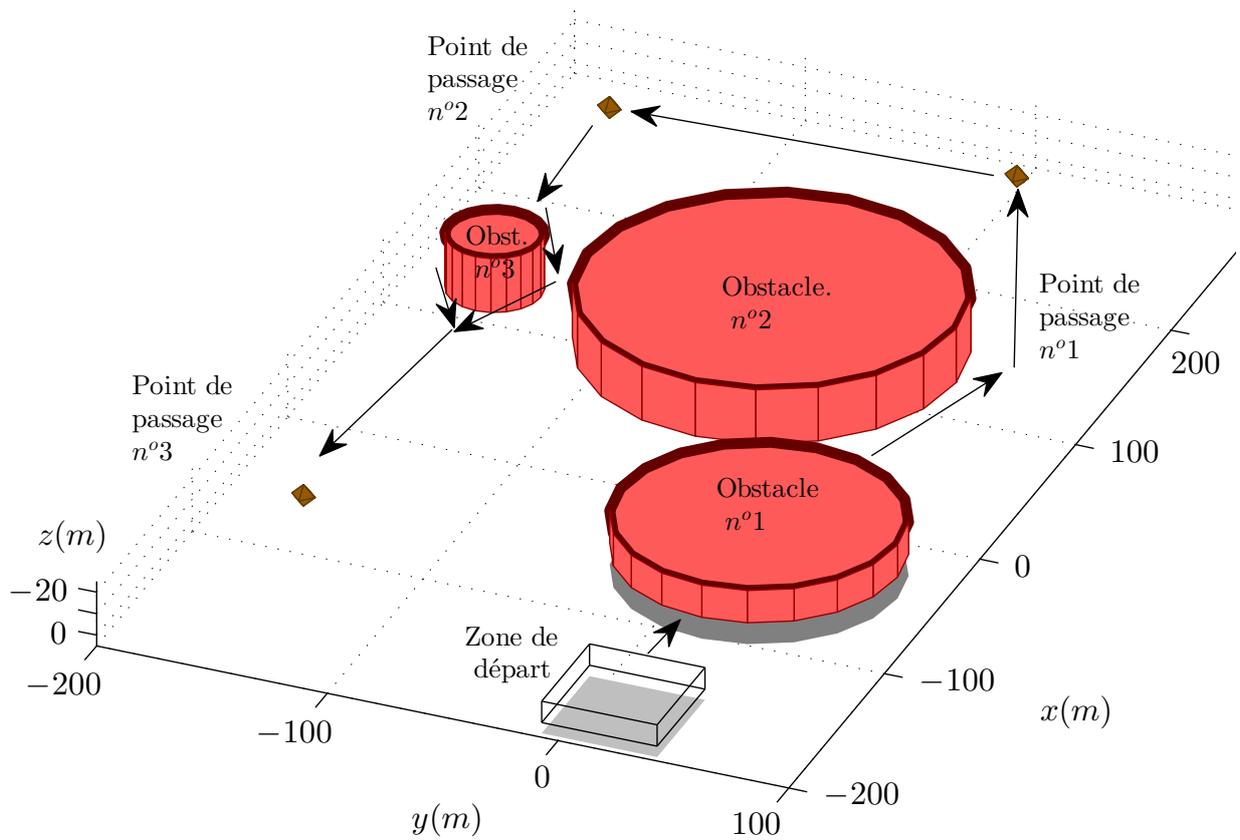


FIGURE 5.10 – Représentation de la mission confiée aux véhicules

Enfin, les paramètres de la procédure de recherche sont regroupés tableau 5.3a. Nous avons repris les paramètres du chapitre 3 pour les horizons de temps et défini la répartition des commandes candidates afin d'obtenir de bons résultats. Ici encore, ces valeurs ne sont pas nécessairement optimales.

5.4.2 Analyse d'une simulation de la mission

Dans un premier temps, nous observons une simulation particulière afin d'analyser le comportement de notre loi de guidage sur différents points : les trajectoires suivies par les véhicules, le respect des différentes consignes de distance, le respect des limitations physiques des véhicules et le comportement des critères de la fonction objectif.

5.4.2.1 Trajectoires suivies par les véhicules

Les figures 5.11 et 5.12 représentent les trajectoires suivies par les 7 véhicules durant la mission ainsi que les positions exactes des véhicules toutes les 100 itérations. Chaque véhicule est représenté par un carré, dont un coté forme une flèche pour indiquer l'orientation du véhicule. La figure 5.13a présente l'évolution de l'altitude des véhicules durant la mission.

Durant cette simulation :

- les positions initiales des véhicules étant tirées au hasard, les distances de sécurité entre véhicules ne sont pas respectées : les véhicules ne forment donc pas une flotte. Les véhicules sont immobiles et leurs angles de lacet sont nuls.
- les véhicules s'éloignent rapidement les uns des autres afin de respecter les distances de sécurité, puis forment une flotte où tous se déplacent dans la même direction et où les distances entre véhicules sont proches de la distance désirée. Les véhicules se répartissent dans la hauteur afin de former un groupe le plus dense possible.
- lorsque la flotte de véhicule ainsi constituée arrive sur le premier obstacle, les véhicules descendent et se répartissent sur une même altitude de vol afin de passer sous cet obstacle.
- les évitements du second et du troisième obstacle sont plus simples que pour le premier car les véhicules peuvent se répartir sur la hauteur de vol afin d'éviter les collisions
- la flotte de véhicules parvient donc à remplir sa mission puisque les trois points de passage sont atteints et qu'excepté pour éviter une collision, les véhicules sont restés groupés.
- durant toute la mission, les angles de lacet des véhicules sont restés nuls conformément à la consigne des véhicules.

5.4.2.2 Distance entre les véhicules

Du fait de l'utilisation d'ellipsoïdes de révolution afin de définir les distances d_{sec}^v , d_{des}^v et d_{per}^v , celles-ci varient en fonction de la position relative des véhicules. Il ne serait donc pas pertinent de

TABLEAU 5.1 – Paramètres du modèle de véhicule

(a) Contraintes physiques sur les véhicules

v_n	2 m. s ⁻¹	ψ_d	0 rad
Δt	0,5 s	d_{vis}	20 m
v_{max}^h	5 m. s ⁻¹	u_{max}^h	0,5 m. s ⁻²
v_{min}^z	-1 m. s ⁻¹	u_{min}^z	-0,25 m. s ⁻²
v_{max}^z	1 m. s ⁻¹	u_{max}^z	0,25 m. s ⁻²

(b) Modèle et pilotage

g	9,81 m. s ⁻²	m	2 kg
I_x	1,24 kg. m ²	I_y	1,24 kg. m ²
I_z	1,24 kg. m ²	d_{mot}	0,1 m
λ_v^p	0	λ_p^p	0
λ_v^a	16	λ_p^a	64

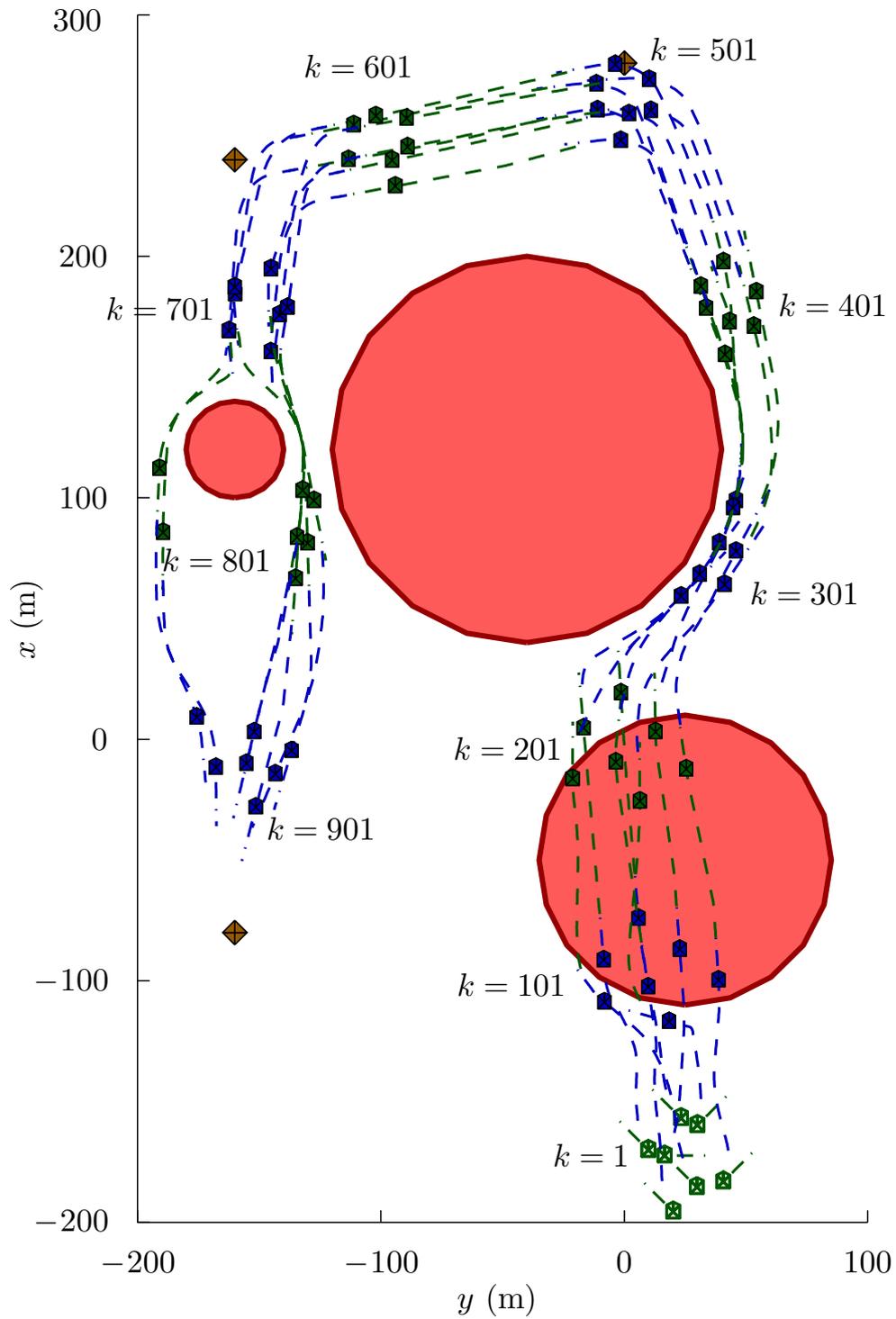


FIGURE 5.11 – Vue de dessus d’une réalisation de la mission

TABLEAU 5.2 – Paramètres des ellipsoïdes définissant les distances d_{sec}^v , d_{des}^v , d_{per}^v , d_{sec}^o et d_{des}^o

(a) Entre les véhicules				(b) Entre les véhicules et les obstacles			
demi-axe	suivant x	suivant y	suivant z	demi-axe	suivant x	suivant y	suivant z
$\mathcal{E}_{\text{sec}}^v$	10 m	10 m	5 m	$\mathcal{E}_{\text{sec}}^o$	4 m	4 m	2 m
$\mathcal{E}_{\text{des}}^v$	20 m	20 m	10 m	$\mathcal{E}_{\text{des}}^o$	8 m	8 m	4 m
$\mathcal{E}_{\text{per}}^v$	50 m	50 m	25 m				

TABLEAU 5.3 – Paramètres de la loi de guidage

(a) Paramètres de la recherche				(b) Pondérations de la fonction objectif					
H_c	4	H_p	24	$W^{u,x}$	2	$W^{u,y}$	2	$W^{u,z}$	0,5
N^m	4	N^θ	8	$W^{n,\text{horizontal}}$	10	$W^{n,\text{vertical}}$	2	$W^{n,\text{rotation}}$	5
N^z	5	N^c	125	$W^{m,\text{direct}}$	10	$W^{m,\text{final}}$	20	$W^{m,\text{flotte}}$	50
η^m	2	η^z	3	$W^{s,\text{véhic}}$	100	$W^{s,\text{obstac}}$	400	$W^{s,\text{trajec}}$	0

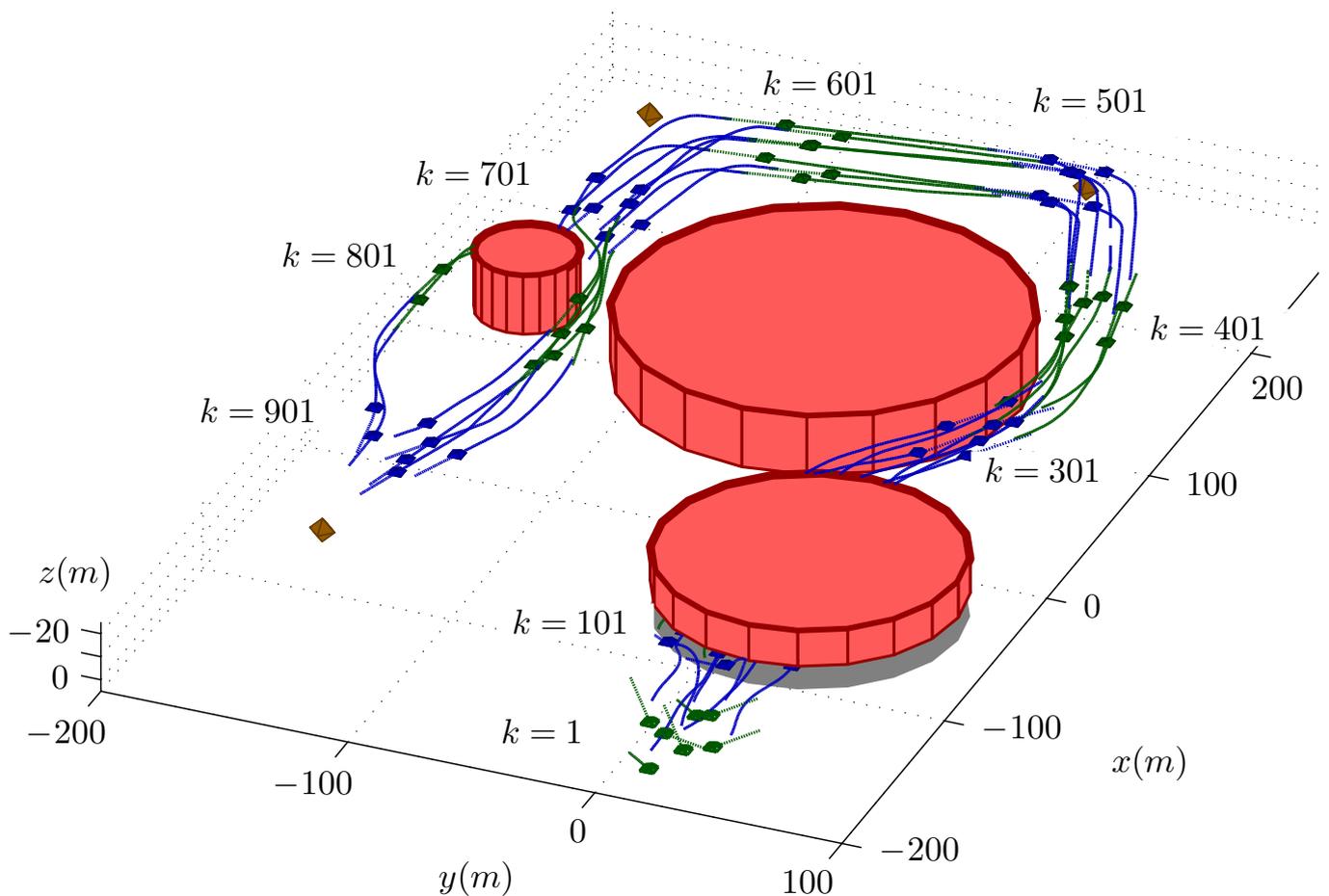


FIGURE 5.12 – Vue 3D d'une réalisation de la mission

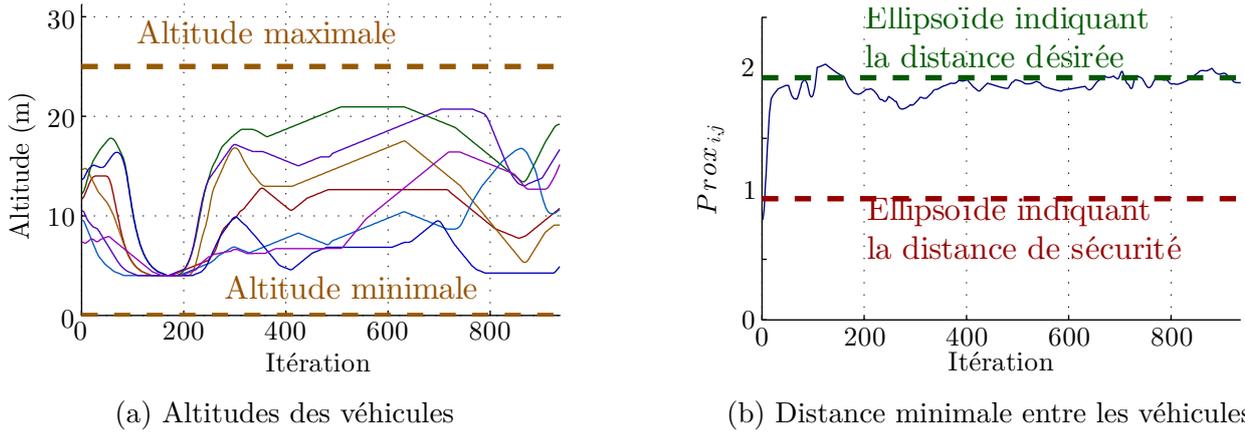


FIGURE 5.13 – Altitude des véhicules et distance minimale entre les véhicules lors de la mission

simplement représenter l'évolution des distances entre les véhicules.

Pour pouvoir néanmoins contrôler le respect des consignes de distance entre les véhicules, nous créons un critère de proximité $Prox_{i,j}$ permettant de situer la distance entre les véhicules par rapport aux trois ellipsoïdes. Ce critère est défini de la façon suivante :

$$Prox_{i,j} = \begin{cases} \frac{d_{i,j}}{d_{sec}^v(ij)} & \text{si } d_{i,j} < d_{sec}^v(ij) \\ \frac{d_{i,j} - d_{sec}^v(ij)}{d_{des}^v(ij) - d_{sec}^v(ij)} + 1 & \text{si } d_{sec}^v(ij) \leq d_{i,j} < d_{des}^v(ij) \\ \frac{d_{i,j} - d_{des}^v(ij)}{d_{per}^v(ij) - d_{des}^v(ij)} + 2 & \text{si } d_{des}^v(ij) \leq d_{i,j} < d_{per}^v(ij) \end{cases} \quad (5.33)$$

La figure 5.13b représente l'évolution de ce critère de proximité entre véhicules, à chaque itération. Seule la plus petite valeur est représentée afin de conserver une figure lisible. Nous pouvons observer, d'une part, que la distance de sécurité est toujours respectée excepté à l'instant initial comme précédemment évoqué, et d'autre part, que les distances entre véhicules sont proches de la distance de sécurité.

5.4.2.3 Contraintes sur les véhicules

Un des points fort d'une loi de commande de type prédictif est de déterminer une commande respectant les limitations physiques des véhicules.

Afin de le vérifier, nous avons tracé figures 5.14a à 5.14d, pour un des véhicules de la flotte, l'évolution des vitesses et accélérations horizontales et verticales. Notons que, puisque l'axe z du repère \mathcal{F} est orienté vers le bas, la vitesse des véhicules est positive lorsque le véhicule descend et négative lorsqu'il monte. De la même manière l'accélération des véhicules est négative lorsque le véhicule accélère vers le haut et positive lorsqu'il accélère vers le bas.

Sur ces figures, nous observons que les accélérations varient par paliers. Cela est une conséquence directe de la procédure de recherche de la commande utilisée. En effet, comme celle-ci est choisie parmi un nombre fini de candidates, les accélérations ne peuvent prendre qu'un nombre fini de valeurs. La valeur maximale autorisée n'est de plus jamais atteinte car les véhicules, anticipant leurs mouvements, n'ont pas eu à effectuer de manœuvre d'urgence.

Cet effet peut également être observé sur les vitesses des véhicules puisqu'elles dépendent directement de leurs accélérations. Il est cependant beaucoup moins prononcé puisque le nombre de vitesse atteignable est beaucoup plus élevé. Ceci est dû au fait que les véhicules disposent de commandes de faibles amplitudes, permettant de commander finement leur vitesse.

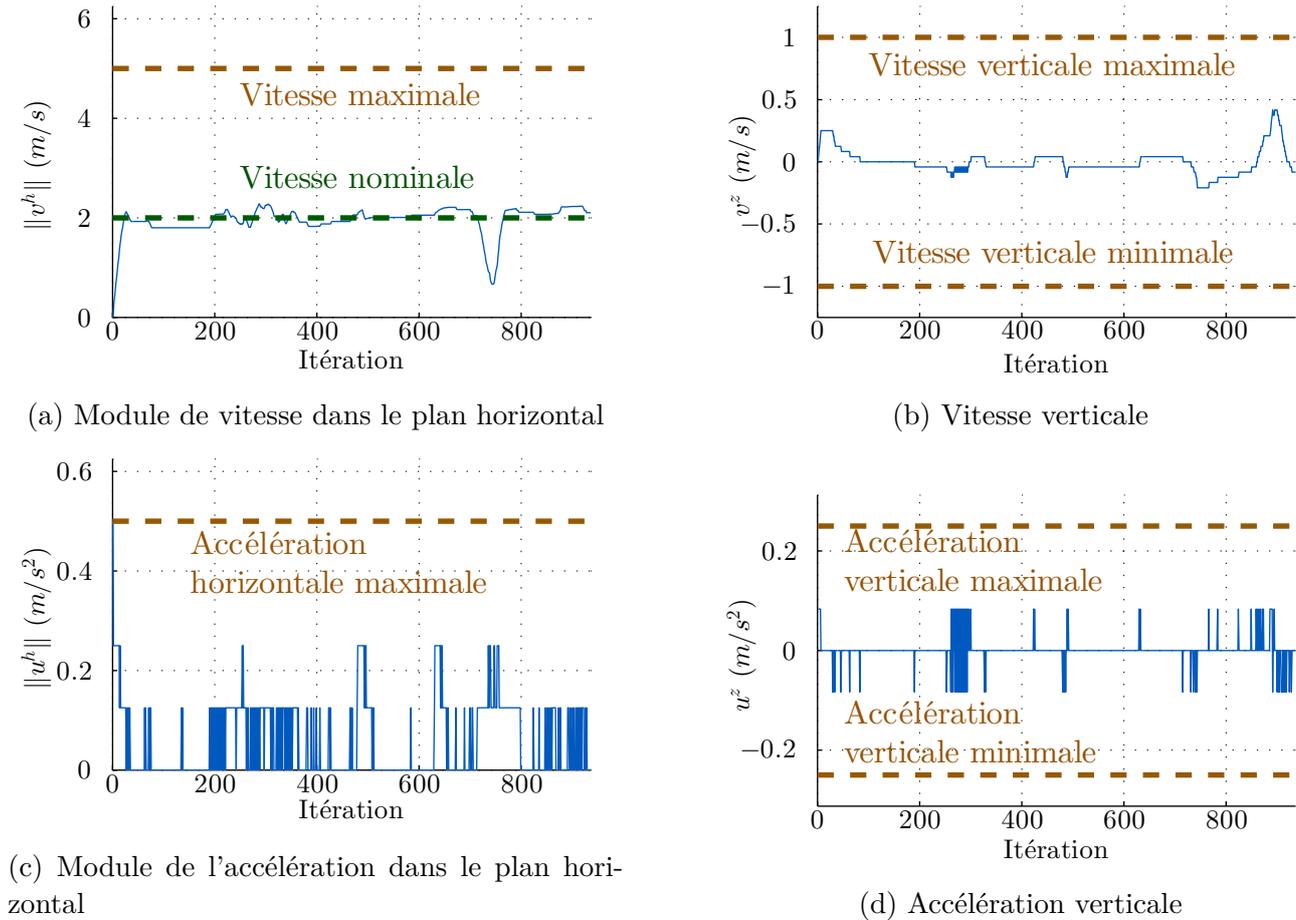


FIGURE 5.14 – Respect des contraintes sur le véhicule

Nous observons enfin sur la figure 5.14a un très fort ralentissement du véhicule entre $k = 700$ et $k = 750$. Ce ralentissement est causé par le passage difficile du troisième obstacle où le véhicule doit attendre que les véhicules situés devant lui aient libéré le passage.

5.4.2.4 Fonction objectif

Les performances d'une stratégie prédictive de guidage dépendent principalement de la fonction objectif car celle-ci détermine la commande des véhicules. Cette fonction objectif doit donc refléter le comportement désiré des véhicules. Afin de contrôler le comportement des différents critères élémentaires, nous en avons tracé, figures 5.15 à 5.18, l'évolution au cours de la mission pour un des véhicules de la flotte.

Il est possible, en observant les variations de ces différents critères, d'identifier les interactions entre le véhicule et son environnement :

5.15 - les coûts de commande augmentent lorsque le véhicule manœuvre, que ce soit suite à un changement de point de passage (vers $k = 500$ et $k = 650$) ou à la présence d'un obstacle (avant $k = 100$ pour le passage sous le premier obstacle, entre $k = 200$ et $k = 400$ pour le contournement du second obstacle, entre $k = 700$ et $k = 800$ pour le passage difficile du troisième obstacle, et enfin après $k = 800$ lorsque les véhicules se regroupent après le passage du dernier obstacle)

5.16 - Les coûts de navigation indiquent lorsque le véhicule ne se déplace pas à vitesse nominale (5.16a), change d'altitude (5.16b) ou de direction (5.16c). Ces coûts de navigation augmentent

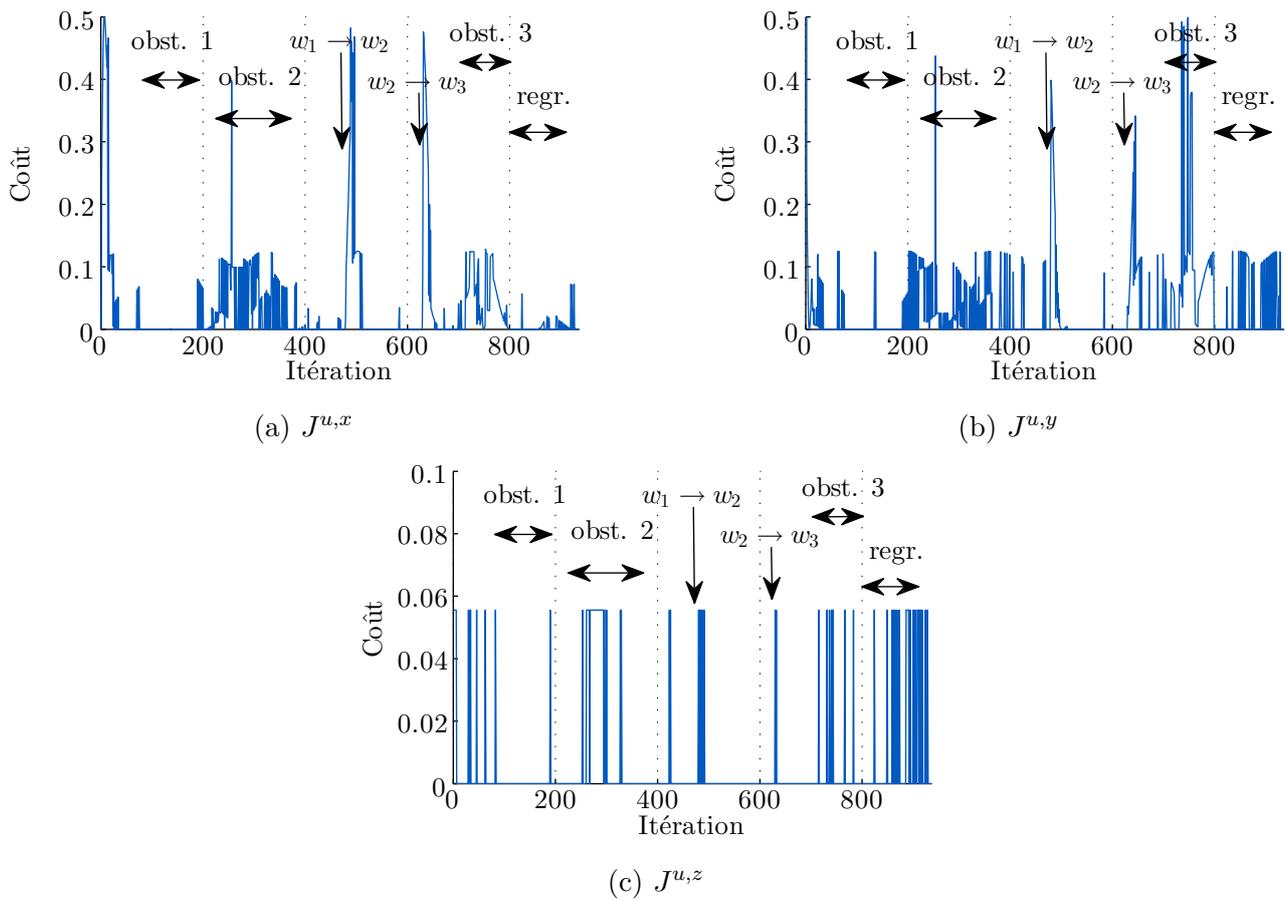


FIGURE 5.15 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de commande (obst. : passage d’un obstacle, $w_1 \rightarrow w_2$: changement de point de passage, regr. : regroupement de la flotte)

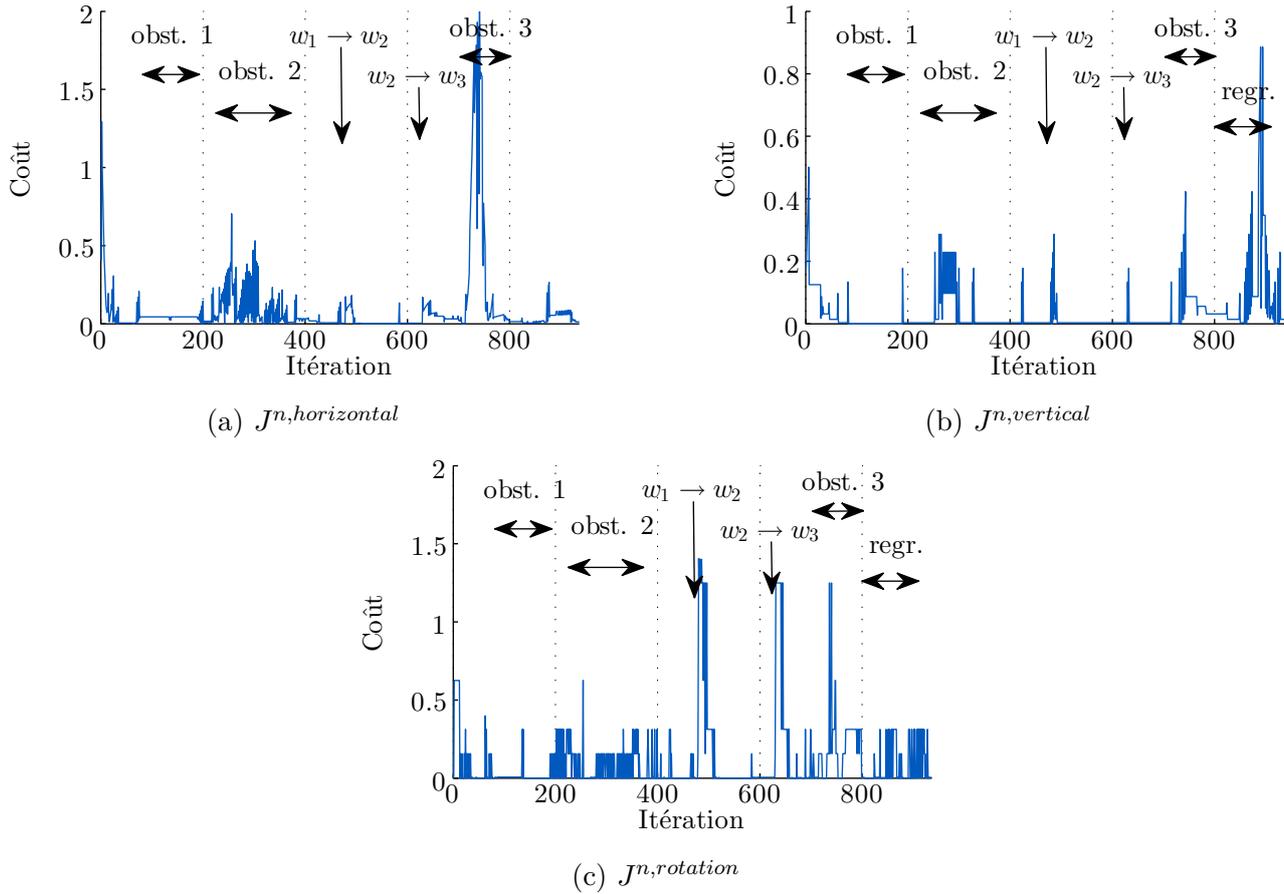


FIGURE 5.16 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de navigation (obst. : passage d’un obstacle, $w_1 \rightarrow w_2$: changement de point de passage, regr. : regroupement de la flotte)

de manière plus importante lorsque les véhicules effectuent des manœuvres de fortes amplitudes.

- 5.17 - Le coût $J^{m,direct}$ augmente lorsque le véhicule ne parvient pas à suivre la trajectoire de référence consistant en une ligne droite vers le point de passage. Ceci se produit, soit à cause d’obstacles, (entre $k = 200$ et $k = 400$ pour le contournement du second obstacle, et entre $k = 700$ et $k = 800$ pour le passage difficile du troisième obstacle), soit parce que le point de passage change et que le véhicule a besoin de temps pour changer de trajectoire (vers $k = 500$ et $k = 650$).
- 5.17 - Le coût $J^{m,final}$ augmente moins que $J^{m,direct}$ car il ne prend en compte que la position prédite finale du véhicule, et que celle-ci permet justement de s’approcher du point de passage même lorsque la trajectoire directe n’est pas possible.
- 5.17 - le coût $J^{m,flotte}$ de son côté augmente lorsque le véhicule s’éloigne des autres, soit parce que la flotte s’étale (entre $k = 50$ et $k = 400$ à cause des deux premiers points obstacles), soit parce qu’elle est scindée en plusieurs groupes (entre $k = 700$ et $k = 900$ à cause du troisième obstacle).
- 5.18 - Les coûts de sécurité restent faibles comparés à leur pondération $W^{s,obstac} = 400$ et $W^{s,véhic} = 100$. En effet, la procédure de recherche de la commande minimise ceux-ci en priorité. Les instants où le véhicule arrive sur chaque obstacle sont nettement visibles en $k = 50$, $k = 300$ et $k = 700$. Le passage sous le premier obstacle est également visible entre $k = 300$ et $k = 400$: le coût reste constant du fait que le véhicule vole à distance égale du sol et de l’obstacle. Le coût 5.18b quant à lui varie beaucoup car le véhicule doit toujours prendre garde aux autres véhicules, excepté entre $k = 700$ et $k = 900$ où la flotte est scindée en deux et où

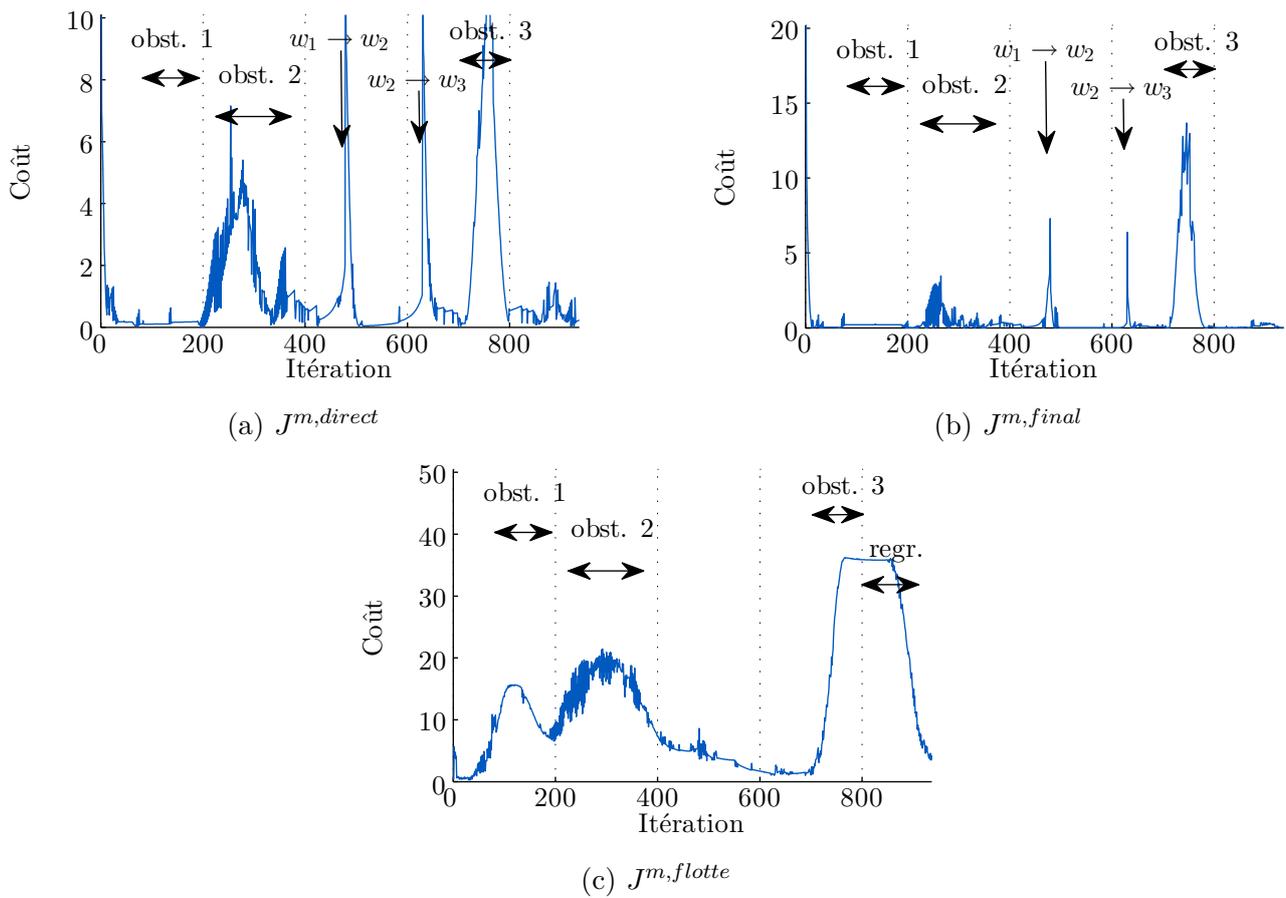


FIGURE 5.17 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de mission (obst. : passage d’un obstacle, $w_1 \rightarrow w_2$: changement de point de passage, regr. : regroupement de la flotte)

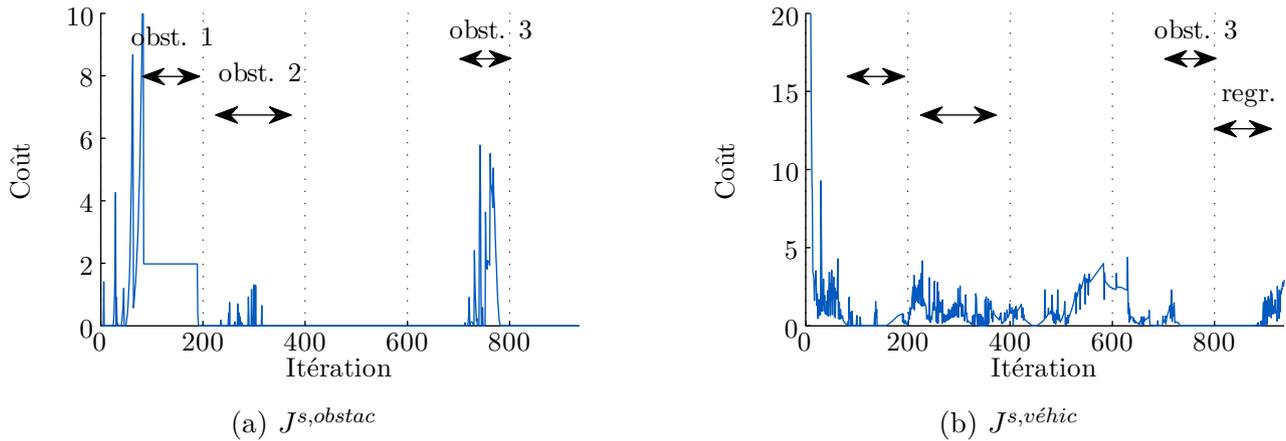


FIGURE 5.18 – Évolution des critères élémentaires : catégorie des coûts de sécurité (obst. : passage d'un obstacle, $w_1 \rightarrow w_2$: changement de point de passage, regr. : regroupement de la flotte)

les véhicules ne présentent donc pas de danger de collision.

5.4.3 Évaluation des performances de la loi de guidage

Dans la section précédente, nous avons analysé une simulation dans laquelle la mission est un succès. Nous cherchons à présent à évaluer la fiabilité de la loi de guidage proposée et en particulier savoir si des collisions peuvent survenir.

Pour cela nous avons simulé la même mission 100 fois en modifiant l'état initial des véhicules. Nous avons compté le nombre de missions étant un succès et identifié les causes d'échecs. Nous avons également relevé le temps de calcul moyen de la commande. Ces données sont rassemblées tableau 5.4.

Contrairement aux observations effectuées au chapitre 3, nous n'avons noté aucune collision lors de ces simulations. Cette fiabilité accrue n'est pas due à une amélioration de la loi de guidage, puisqu'elle est essentiellement la même, mais à deux autres facteurs.

Le premier facteur est que les véhicules peuvent à présent se déplacer dans les trois dimensions, ce qui offre plus de place pour éviter les collisions. Le second facteur est la grande manœuvrabilité des hélicoptères quadrirotors comparée à celle des avions. En effet, confronté à un danger de collision, un hélicoptère est capable de ralentir de manière importante, comme nous l'avons remarqué à la figure 5.14a, voire de s'arrêter complètement afin d'attendre que le danger de collision passe.

Tout comme au chapitre 3 en revanche, grâce à la procédure de recherche de la commande utilisée, la durée de calcul de la commande est constante à 40 ms tout au long de la mission. Nous notons que cette valeur est quatre fois plus importante que la durée de calcul de la commande indiquée au chapitre 3. Cela s'explique, d'une part, par le plus grand nombre de commandes candidates (125 ici contre 75 précédemment), et d'autre part, par un calcul de la fonction objectif plus complexe à cause de la prise en compte des trois dimensions.

La valeur de 40 ms est toutefois toujours très inférieure à la période d'échantillonnage de la commande $\Delta t = 500$ ms.

Cette évaluation préliminaire de la loi de guidage proposée est encourageante en ce qu'elle se révèle fiable malgré l'utilisation d'un modèle de prédiction le plus simple possible et très différent du modèle dynamique du véhicule.

La période d'échantillonnage de la commande que nous avons choisie est compatible d'une part avec la dynamique du véhicule piloté (voir la réponse du véhicule à une consigne d'accélération) et

TABLEAU 5.4 – Statistiques sur 100 simulations de la mission

Collisions avec un obstacle	0
Collisions entre deux véhicules	0
Un véhicule est séparé du groupe	1 %
Missions réussies	99 %
Temps de calcul de la commande	40 ms

d'autre part avec la durée de calcul de la commande. Elle est néanmoins suffisamment courte pour permettre à la procédure de recherche de la séquence de commande d'adapter finement la commande aux circonstances.

5.5 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous souhaitons évaluer si la loi de guidage coopératif distribuée présentée au chapitre 3 permettait de guider des véhicules de type hélicoptère quadrirotor. À cette fin, nous avons adapté la fonction objectif et la procédure de recherche à un type de commande différent, consistant en un vecteur accélération en trois dimensions au lieu d'une accélération linéaire et d'une accélération angulaire.

Le modèle de véhicule utilisé lors de l'étape de prédiction du calcul de la commande est réduit à un double intégrateur afin de conserver une charge de calcul minimale. Le modèle d'évolution effectivement utilisé pour simuler le déplacement des véhicules en revanche est un modèle représentant de manière réaliste la dynamique d'hélicoptères quadrirotor miniatures issu de [MB04].

L'évaluation préliminaire de la fiabilité de la loi de guidage est encourageante puisqu'aucune collision n'est observée et que les véhicules accomplissent leur mission en formant une flotte.

Cette évaluation devra être complétée, afin de déterminer sur un plus grand nombre de simulations notamment le danger de collision. L'influence des paramètres de la recherche de la commande est également un point à étudier. En effet, il faudra déterminer si le jeu de commande que nous avons utilisé peut être amélioré, en modifiant la répartition et/ou le nombre de commandes candidates.

Enfin, l'objectif à long terme est de parvenir à expérimenter la loi de guidage en condition réelle. Pour cela, il faudra mettre en place une rétroaction sur l'asservissement de l'accélération des véhicules afin de rejeter les perturbations dues au vent et les erreurs sur les caractéristiques physiques des véhicules. Nous devons également étudier la robustesse de la loi de guidage vis-à-vis des bruits de mesure.

Conclusions et perspectives

Conclusions

Dans cette thèse, nous avons proposé et étudié deux algorithmes de guidage coopératif distribué. L'intérêt du guidage coopératif est d'utiliser une flotte de véhicules plutôt qu'un véhicule seul afin d'améliorer les performances et la fiabilité de la réalisation de la mission qui leur est confiée. La distribution de l'élaboration de la commande parmi les différents véhicules de la flotte permet quant à elle de répartir la charge de calcul des véhicules, ce qui permet d'envisager des flottes de taille importante, et d'améliorer la fiabilité puisque il n'existe pas d'organe central de calcul de la commande qui pourrait être perdu.

Dans la première partie de la thèse, nous nous sommes intéressés à une loi de guidage utilisant la règle des plus proches voisins. Cette loi de guidage consiste à ce que chaque véhicule élabore sa commande d'après les positions et les directions actuelles des autres véhicules de la flotte. Des agents virtuels, pris en compte de la même manière que les autres véhicules, sont utilisés afin de transmettre à la flotte des consignes de type cible à atteindre, direction ou vitesse à suivre et obstacle à éviter. La mise à disposition des véhicules d'une direction permettant d'éviter les obstacles leur permet d'anticiper leur changement de trajectoire afin de ne pas séparer la flotte de véhicules.

Le mode de calcul de la commande proposée permet de disposer d'une loi de guidage extrêmement simple à mettre en œuvre et induisant une très faible charge de calcul, permettant de l'utiliser en temps réel avec des véhicules disposant d'une faible capacité de calcul embarquée.

Cette extrême simplicité empêche toutefois de tenir compte des limitations des véhicules, certaines commandes calculées n'étant alors pas applicables par les véhicules. Une seconde limitation provient de l'incapacité des véhicules à anticiper les différentes manœuvres (évitement de collision, suivi de trajectoire), nous obligeant à tenir compte de la dynamique de la flotte de véhicules lors de la définition des agents virtuels.

Notre apport dans cette partie réside d'une part, dans l'utilisation de fonctions d'espacement et d'autre part, dans l'utilisation d'agents virtuels. Les fonctions d'espacement permettent de définir la contribution de chaque véhicule comme une combinaison des comportements de séparation, imitation et cohésion, éliminant ainsi les effets de seuil pouvant perturber la commande des véhicules. Les agents virtuels permettent quant eux de transmettre des consignes à la flotte de véhicules sans modifier la structure de leur loi de guidage.

Les simulations que nous avons effectuées montrent que cette loi de guidage permet d'accomplir des missions de type suivi de trajectoire ou guidage par points de passage, tout en assurant la cohésion de la flotte de véhicules et l'évitement de collision.

Dans la seconde partie de la thèse, nous nous sommes intéressés à une loi de guidage utilisant la commande prédictive, ne présentant pas les limitations précédemment évoquées.

Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur les missions de type guidage par point de passage pour des véhicules de type avion se déplaçant en deux dimensions. Pour cela nous avons proposé une fonction objectif, inspirée des travaux de [Fre06], composée de la somme de différents critères, chacun correspondant à une des tâches de la mission des véhicules (naviguer vers les points de passage, éviter les collisions, former une flotte, etc).

Nous avons également proposé une procédure de recherche de la séquence de commandes consistant en une exploration systématique de l'espace de commande fondée sur un jeu de séquences de commandes candidates prédéfini. Ce jeu est défini de façon à explorer l'espace de commande de manière efficace. Cette procédure de recherche présente l'avantage de nécessiter une charge de calcul faible et constante, sans dégradation notable des performances. De plus, elle ne présente pas de problème d'initialisation, ou de minimum local.

Les performances de cette loi de guidage, l'influence des différents paramètres de la procédure de recherche de la séquence de commandes ainsi que l'influence des pondérations des coûts de sécurité ont été évaluées au moyen de simulations.

Nous avons ensuite étendu cette loi de guidage à des missions de type exploration dans lesquelles la région à explorer est quadrillée de points de passage.

Pour cela, en plus de l'adaptation de la fonction objectif, nous avons proposé une procédure permettant la répartition, entre les véhicules, des différents points de passage par une approche similaire à la commande prédictive.

Les performances de cette loi de guidage ont également été évaluées au moyen de simulations.

Nous avons enfin proposé une seconde extension de la loi de guidage pour l'adapter aux véhicules de type hélicoptère quadrirotor se déplaçant dans les trois dimensions de l'espace. Pour cela, nous avons modifié la fonction objectif ainsi que la procédure de recherche de la séquence de commandes pour les adapter à ce type de véhicule.

Afin d'étudier la capacité de cette loi à commander des véhicules réels, nous avons simulé le guidage d'hélicoptères quadrirotor miniatures modélisés de façon réaliste. Afin de ne pas augmenter la charge de calcul toutefois, le modèle de prédiction utilisé consistait en un double intégrateur.

Notre apport dans cette partie se concentre sur trois points :

1. la définition d'une fonction objectif composée de la somme de plusieurs termes, chacun associé à une des tâches de la mission des véhicules et notamment la modération de la commande, la poursuite des points de passage définis par l'opérateur, la formation d'une flotte et l'évitement de collision.
2. l'utilisation d'une procédure de recherche systématique de la séquence de commandes, permettant d'élaborer la commande de chaque véhicule en un temps de calcul constant et faible devant la période d'échantillonnage.
3. la mise au point d'une procédure de répartition des points de passage parmi les véhicules pour l'exploration d'une région quadrillée de points de passage. Cette procédure utilise l'information sur la trajectoire prédite des véhicules fournie par la loi de guidage prédictif afin de déterminer pour l'ensemble des véhicules les points de passage les plus faciles à atteindre. Cette procédure ne nécessite la transmission d'information qu'une fois par période d'échantillonnage, et n'entraîne donc pas d'incertitude concernant la durée d'élaboration de la commande des véhicules.

Les simulations que nous avons effectuées montrent que cette loi de guidage permet d'accomplir des missions de type guidage par points de passage ou exploration, tout en assurant la cohésion de la flotte de véhicules et l'évitement de collision. Elle peut, de plus, être adaptée simplement à des

véhicules de différents types, notamment les avions et les hélicoptères. La faible durée de calcul de la commande permet enfin de mettre en place cette loi de guidage en temps réel.

Perspectives

Les approches que nous avons proposées dans cette thèse ouvrent des perspectives sur plusieurs points.

Pour la loi de guidage utilisant la règle des plus proches voisins, tout d'abord, il sera intéressant d'effectuer une étude théorique de stabilité. Celle-ci présente deux difficultés principales, d'une part l'incertitude sur les interactions entre les véhicules, et d'autre part la non-linéarité du calcul de la commande utilisant la moyenne "vectorielle" de plusieurs angles. Une approche fondée sur l'utilisation de fonctions de Lyapunov adaptées pourrait fournir des éléments de solution.

En complément de cette étude théorique, plusieurs aspects pourront être étudiés au moyen de simulations. Afin de disposer de résultats fiables, celles-ci devront être plus nombreuses que ce que nous avons réalisées dans cette thèse. Une première piste d'étude sera d'évaluer avec précision la fiabilité de la loi de guidage vis-à-vis de l'évitement de collision et du suivi des consignes données par les agents virtuels. Une seconde piste consistera à évaluer précisément l'influence de la forme des fonctions d'espacement et d'influence des véhicules et des différents types d'agents virtuels sur la fiabilité et les performances de la loi de guidage. Une troisième piste sera de s'intéresser aux possibilités de créer des agents virtuels mobiles ou dont la consigne varie en fonction des circonstances afin de créer des agents virtuels "leader", "rond-point", etc. Une quatrième piste d'étude enfin, concernera la gestion des agents virtuels : depuis la communication de la liste entre les différents véhicules, jusqu'à la modification de cette liste par les véhicules eux-même afin de refléter les informations recueillies.

Des expérimentations pratiques pourront être entreprises sur des véhicules simples disposant d'une faible capacité de calcul, comme des véhicules construits à base de Lego Mindstorm.

Au sujet de la loi de guidage utilisant la commande prédictive à présent, il sera également intéressant d'effectuer une étude théorique de stabilité. Celle-ci présente deux principales difficultés qui sont, d'une part l'incertitude sur les interactions entre les véhicules, et d'autre part la forme complexe et non-quadratique de la fonction objectif utilisée. La mise au point de fonctions de Lyapunov, bien que difficile compte tenu de la forme de la fonction objectif, pourrait également apporter une solution dans ce cas.

En complément de cette étude théorique, plusieurs aspects pourront être étudiés au moyen de simulations. Une première piste d'étude sera d'évaluer avec précision la fiabilité de la loi de guidage vis-à-vis de l'évitement de collision et de l'accomplissement de la mission. Une seconde piste consistera à évaluer précisément l'influence des différentes pondérations de la fonction objectif ainsi que des différents paramètres de la procédure de recherche sur la fiabilité et les performances de la loi de guidage.

Dans le cas particulier des missions de type exploration, les gains de performance permis par l'utilisation d'une flotte de véhicules pourront aussi être étudiés. L'efficacité de la procédure de répartition des points de passage parmi les véhicules pourra être comparée à d'autres méthodes, notamment centralisées. Enfin, l'influence des différents paramètres de cette procédure pourra être étudiée.

Avant d'envisager une étude pratique de cette loi de guidage, il faudra évaluer sa robustesse face aux bruits de mesure et erreurs de modélisation. Dans le cas du guidage d'hélicoptères quadricoptère, où

nous avons employé un modèle réaliste de véhicule ainsi qu'un module de pilotage, il sera nécessaire d'ajouter une rétroaction pour l'asservissement de l'accélération des véhicules à défaut de quoi les perturbations de type vent ou les erreurs sur la valeur du poids du véhicule ne seront pas rejetées.

À long terme, les lois de guidage développées dans cette thèse pourront être utilisées afin d'accomplir des missions de type recherche de survivants ou de ressources, qui sont des extensions de l'exploration de zone, ou encore des missions de transport ou patrouille de surveillance, pouvant utiliser une représentation par points de passage ou des agents virtuels.

Annexes

Annexe A

Théorie des graphes

La théorie des graphes est un champ de recherche partagé entre les mathématiques et l'informatique. Un graphe est un ensemble de sommets, associé à un ensemble d'arêtes reliant des sommets entre eux. Un exemple de graphe est présenté figure [A.1a](#).

Chaque sommet représente un objet (*par exemple* lieu, ordinateur, personne, cellule, véhicule) et chaque arête indique une relation entre deux objets.

Ces arêtes peuvent être pondérées, c'est à dire qu'un coefficient est associé à chaque arête comme sur le graphe présenté figure [A.2a](#). On parle alors de graphe pondéré. Si chaque sommet représente un lieu, la pondération de l'arête liant deux sommets peut représenter la distance séparant les deux lieux par exemple. Un graphe non pondéré est équivalent à un graphe pondéré dont chaque arête est associée au coefficient 1.

Ces arêtes peuvent également être orientées, indiquant un sens d'un sommet à l'autre comme sur le graphe présenté figure [A.3a](#). On parle alors de graphe orienté et les arêtes sont nommés arcs. Si chaque sommet représente un ordinateur, le sens de l'arc liant deux sommets peut indiquer quel ordinateur peut envoyer des messages à qui par exemple. Une graphe non orienté est équivalent à un graphe orienté dont tous les arcs sont doublés par un arc en sens inverse (comme les arcs entre les sommets 1 et 2 ou 3 et 4).

A.1 Représentation d'un graphe

Un graphe σ est composé d'un ensemble de sommets \mathcal{S} et d'un ensemble d'arêtes (dans le cas d'un graphe non orienté), ou d'arcs (dans le cas d'un graphe orienté), $\mathcal{A} \in \mathcal{S} \times \mathcal{S}$. Une arête ou un arc est un doublet $\mathcal{A}_{i,j} = \{\mathcal{S}_i ; \mathcal{S}_j\}$, ayant pour origine le sommet \mathcal{S}_i et pour extrémité le sommet \mathcal{S}_j , ces deux sommets pouvant être identiques.

Dans le cas des graphes pondérés, chaque arc est un triplet $\mathcal{A}_{i,j} = \{\mathcal{S}_i ; \mathcal{S}_j ; A_{i,j}\}$, où $A_{i,j} \in \mathbb{R}^+$ correspond à la pondération de cet arc.

Par exemple, le graphe orienté pondéré présenté en [A.3a](#) est constitué des sommets et des arcs suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5) \\ \mathcal{A} &= (\{1 ; 1 ; 1,4\} \ \{1 ; 2 ; 0,8\} \ \{1 ; 5 ; 1\} \ \{2 ; 1 ; 1,8\} \\ &\quad \{3 ; 2 ; 1,6\} \ \{3 ; 4 ; 1\} \ \{4 ; 1 ; 1,2\} \ \{4 ; 3 ; 1\}) \end{aligned}$$

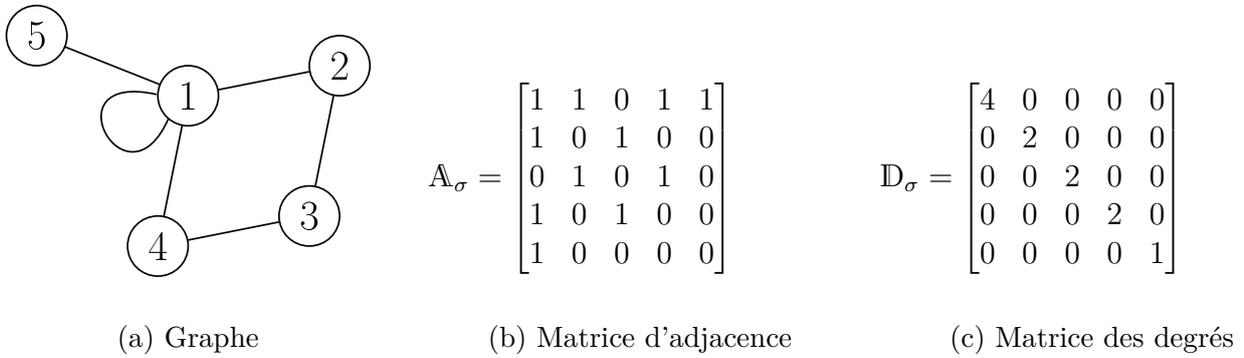


FIGURE A.1 – Exemple de graphe avec 5 sommets et 6 arêtes

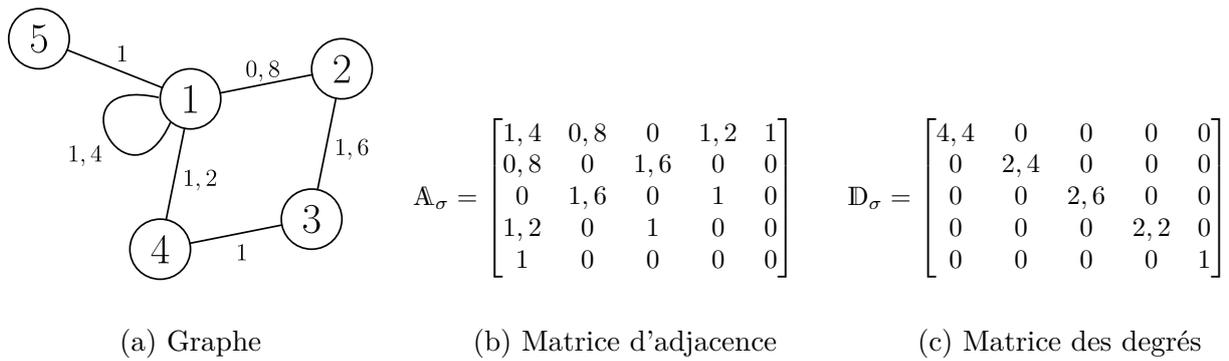


FIGURE A.2 – Exemple de graphe pondéré avec 5 sommets et 6 arêtes

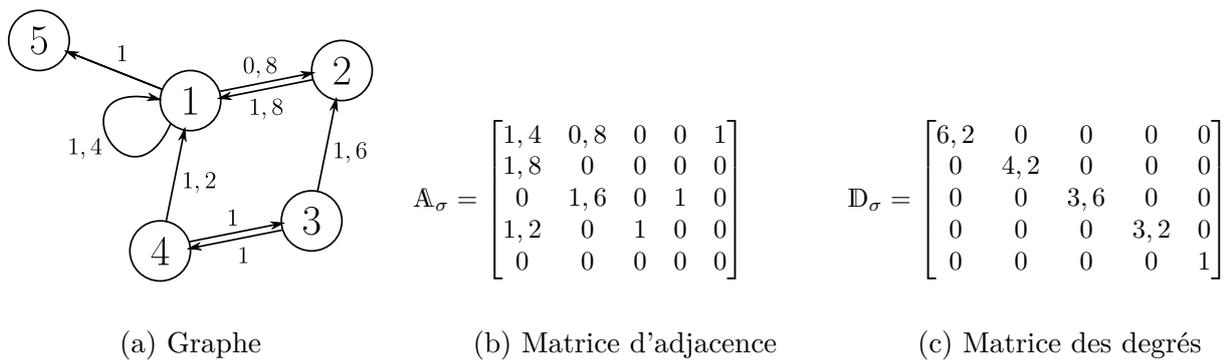


FIGURE A.3 – Exemple de graphe orienté pondéré avec 5 sommets et 8 arcs

A.2 Matrices d'adjacence d'un graphe

La matrice d'adjacence A_σ d'un graphe σ est une matrice carrée dont la dimension est le nombre de sommets du graphe. Chaque élément $A_{\sigma,i,j}$ de cette matrice a pour valeur la pondération A_{ij} associée à l'arc. Lorsqu'il n'y a pas de lien entre deux sommets, l'élément correspondant de la matrice est nul.

Les matrice d'adjacence des graphes présentés en [A.1a](#), [A.2a](#) et [A.3a](#) sont données en [A.1b](#), [A.2b](#) et [A.3b](#).

A.3 Matrice des degrés d'un graphe

La matrice des degrés D_σ d'un graphe σ est une matrice diagonale dont la dimension est le nombre de sommets du graphe. Chaque élément $D_{\sigma,i}$ de la diagonale a pour valeur la somme des pondérations des arêtes aboutissant (arrivant et partant) au sommet i .

Les matrice des degrés des graphes présentés en [A.1a](#), [A.2a](#) et [A.3a](#) sont données en [A.1c](#), [A.2c](#) et [A.3c](#).

A.4 Chaîne, chemin et graphe connexe

Dans un graphe non orienté, une chaîne est une suite d'arêtes adjacentes permettant de relier un sommet à un autre. Le nombre d'arêtes de la chaîne définit sa longueur.

Un graphe non orienté est connexe si et seulement s'il existe une chaîne, de longueur quelconque, entre chaque sommet.

Dans un graphe orienté, un chemin est une suite d'arêtes adjacentes permettant de relier un sommet à un autre en respectant le sens des arêtes. Le nombre d'arêtes du chemin définit sa longueur.

Un graphe orienté est faiblement connexe si et seulement si le graphe non-orienté correspondant est connexe.

Un graphe orienté est fortement connexe si et seulement il existe un chemin, de longueur quelconque, entre chaque sommet.

Les graphe présentés figures [A.1a](#) et [A.2a](#) sont connexes. Le graphe présenté figure [A.3a](#) est seulement faiblement connexe puisque il est impossible de repartir du sommet 5.

Annexe B

Propriétés de \mathbb{F}_σ

La matrice \mathbb{F}_σ est construite à partir du graphe σ contenant N sommets, via la matrice d'adjacence et la matrice des degrés de σ , par la formule (B.1).

$$\mathbb{F}_\sigma = (\mathbf{1} + \mathbb{D}_\sigma)^{-1} \cdot (\mathbf{1} + \mathbb{A}_\sigma) \quad (\text{B.1})$$

où $\mathbf{1}$ désigne la matrice identité de taille $N \times N$

Par construction, la matrice \mathbb{F}_σ possède les propriétés suivantes :

1. \mathbb{F}_σ est stochastique ;
2. Les éléments de sa diagonale sont strictement positifs ;
3. Si σ est connexe, \mathbb{F}_σ est primitive, donc ergodique.

Nous détaillons à présent chaque propriété de \mathbb{F}_σ .

Matrice stochastique

Définissons tout d'abord ce qu'est une matrice stochastique.

Définition 1. Une matrice M est dit stochastique si chacun de ses éléments est positif et si de plus, sur chaque ligne de la matrice, la somme des éléments vaut 1. Ou encore :

$$\{M \text{ est stochastique}\} \Leftrightarrow \left\{ M_{i,j} \in \{\mathbb{R}^+\} \text{ et } M \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

La première propriété de \mathbb{F}_σ est alors évidente, en remarquant que, par définition des matrices d'adjacence \mathbb{D}_σ et des degrés \mathbb{A}_σ , la somme des éléments d'une ligne i de la matrice d'adjacence est égale à l'élément i de la matrice des degrés. L'expression de stochastique conduit alors à construire une matrice dont la somme de chaque ligne vaut 1.

Proposition 1. \mathbb{F}_σ est une matrice stochastique.

Éléments de la diagonal nuls

La seconde propriété de \mathbb{F}_σ est elle aussi évidente, en notant les matrices identités de la formule (B.1) et l'absence de termes négatifs dans cette formule.

Proposition 2. Les éléments de la diagonale de \mathbb{F}_σ sont strictement positifs.

Ergodicité

Pour démontrer la troisième propriété de \mathbb{F}_σ , commençons par définir ce qu'est une matrice primitive.

Définition 2. Soit M une matrice carrée de taille n dont tous les éléments sont positifs. M est une matrice primitive si et seulement si il existe un entier m tel que tous les éléments de M^m sont strictement positifs.

Nous avons également besoin du théorème suivant :

Théorème 1. Soit le graphe pondéré comportant N sommets σ , et $\mathbb{A}(\sigma)$ sa matrice d'adjacence. σ est connexe si et seulement si tous les éléments de la matrice $(\mathbb{1} + \mathbb{A}_\sigma)^{N-1}$ sont strictement positifs.

Démonstration. On observe que le théorème 6.2.24 de [HJ90] (p362), démontré pour les graphes non pondérés, est également valable pour les graphes pondérés.

Si σ est connexe, $(\mathbb{1} + \mathbb{A}_\sigma)$ est une matrice primitive (puisque $(\mathbb{1} + \mathbb{A}_\sigma)^m > 0$ pour $m = N - 1$). Il est alors clair d'après (B.1) que \mathbb{F}_σ est également une matrice primitive.

Il reste à démontrer que \mathbb{F}_σ est une matrice ergodique lorsque σ est connexe. Définissons tout d'abord le rang d'une matrice ainsi qu'une matrice ergodique ([Rho97]).

Définition 3. Le rang d'une matrice est le nombre maximal de vecteurs lignes (ou colonnes) linéairement indépendants de cette matrice.

Définition 4. Une matrice stochastique M est dite ergodique si $\lim_{m \rightarrow \infty} M^m = Q$ avec Q une matrice de rang 1. Les matrices ergodiques sont également appelées régulières, ou Stochastiques Irréductibles et Apériodiques (SIA).

Le théorème suivant peut être utilisé.

Théorème 2. Si une matrice est stochastique et primitive alors elle est ergodique.

Démonstration. [JLM02]

Ce qui clôt la démonstration de la troisième propriété de \mathbb{F}_σ .

Annexe C

Étude de la navigation proportionnelle

La loi de guidage que nous avons proposée dans les chapitres 1 et 2 ne permet pas d'anticiper les risques de collisions ou les changements de direction des véhicules car elle s'appuie seulement sur l'état courant de l'environnement. Afin de développer une loi de guidage le permettant, nous avons ensuite étudié une loi de guidage très connue et utilisée dans le domaine du guidage de missile : la navigation proportionnelle.

Cette loi de guidage a été développée à la fin de la seconde guerre mondiale, vraisemblablement par C.L. Youan au sein du RCA Laboratory aux USA (Radio Corporation of America). Mise en œuvre sur des terrains d'opérations au milieu des années 1950, elle est toujours utilisée aujourd'hui et fait encore l'objet d'abondantes études.

La navigation proportionnelle consiste à appliquer au missile une accélération proportionnelle à la vitesse de rotation de la ligne de vue liant le missile à sa cible. Ce faisant, l'objectif est d'annuler cette vitesse de rotation, ce qui permet de placer le missile et sa cible en figure de collision, assurant que les deux objets vont se rencontrer.

Compte tenu de la simplicité de sa mise en œuvre, et des performances qu'elle offre, il serait intéressant de pouvoir adapter la navigation proportionnelle au guidage coopératif de flotte de véhicules.

Dans cette annexe, nous expliquons tout d'abord le fonctionnement de la navigation proportionnelle, puis présentons les quelques pistes que nous avons suivies afin de l'adapter au guidage coopératif de flottes de véhicules. Nous concluons enfin en expliquant les raisons qui nous ont poussés à cesser cette étude.

C.1 Fonctionnement de la navigation proportionnelle

La navigation proportionnelle est une loi de guidage fonctionnant sur le principe de la navigation parallèle, nous allons présenter rapidement ce principe avant d'expliquer le fonctionnement de la navigation proportionnelle.

C.1.1 La navigation parallèle

Le principe de la navigation parallèle est connu et appliqué depuis l'antiquité, notamment par les navigateurs. Ceux-ci l'utilisent afin de déterminer si deux navires sont sur des trajectoires les menant à une collision.

Elle consiste à observer l'évolution d'une ligne de vue fictive, reliant deux véhicules. Si cette ligne de vue conserve la même direction au cours du temps, alors les véhicules forment une figure de collision telle que le présente la figure C.1a. Il est équivalent de dire que la direction de la ligne de

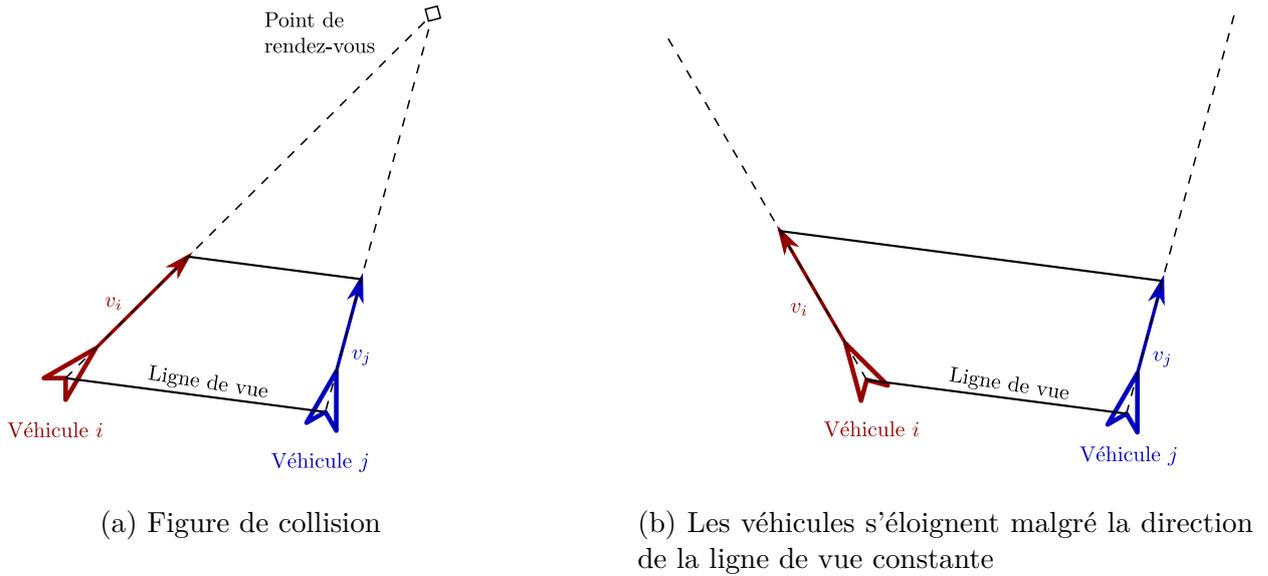


FIGURE C.1 – Illustration de la navigation parallèle

vue est constante que de dire que la ligne de vue reste parallèle à elle-même au cours du temps, d'où le nom de navigation parallèle.

Ce principe peut être formalisé sous plusieurs formes. Soient \mathbf{p}_i la position du véhicule i dans un repère cartésien; $\mathbf{p}_{i,j} = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j$ le vecteur ligne de vue entre les véhicules i et j ; $\omega_{i,j}^{ldv}$ le vecteur de rotation de cette ligne de vue. Le principe de la navigation parallèle peut être décrit de la façon suivante :

$$\omega_{i,j}^{ldv} = 0 \Leftrightarrow \text{Les véhicules sont en figure de collision} \quad (\text{C.1})$$

c'est-à-dire "il n'y a pas de rotation de la ligne de vue" si et seulement si les véhicules sont en figure de collision. Comme $\mathbf{p}_{i,j} \wedge \dot{\mathbf{p}}_{i,j} = \|\mathbf{p}_{i,j}\|^2 \cdot \omega_{i,j}^{ldv}$, la règle peut aussi être décrite sous la forme :

$$\mathbf{p}_{i,j} \wedge \dot{\mathbf{p}}_{i,j} = 0 \Leftrightarrow \text{Les véhicules sont en figure de collision} \quad (\text{C.2})$$

c'est-à-dire "la variation de la ligne de vue dans le temps est colinéaire au vecteur de la ligne de vue" si et seulement si les véhicules sont en figure de collision.

Dans les deux cas, il faut également que $\mathbf{p}_{i,j} \cdot \dot{\mathbf{p}}_{i,j} < 0$, c'est-à-dire que la longueur de la ligne de vue diminue. Autrement il serait possible que les véhicules s'éloignent comme illustré figure C.1b.

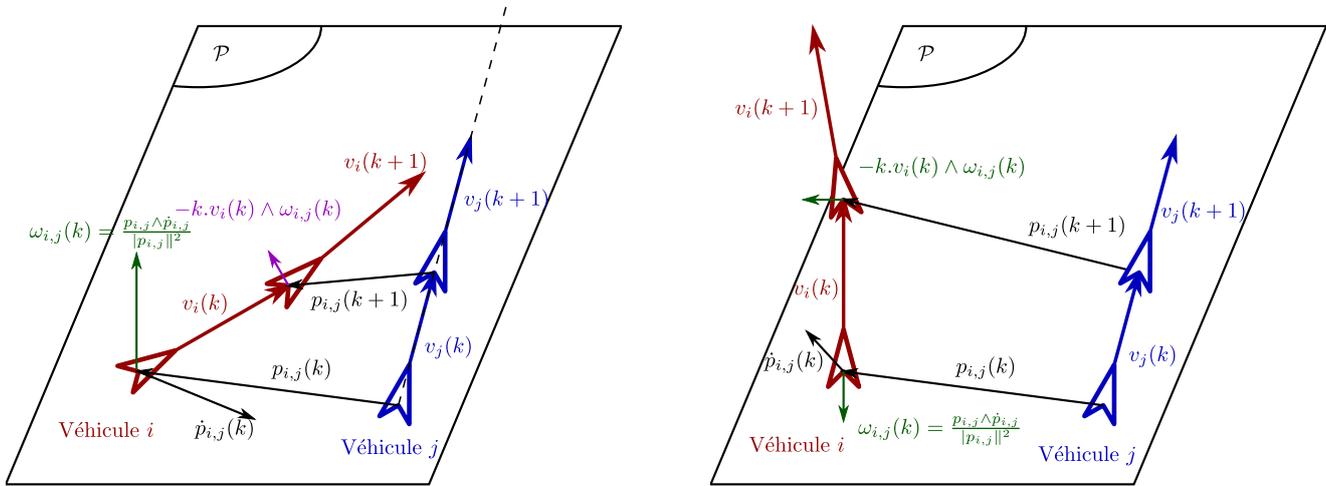
La navigation parallèle est un critère géométrique permettant d'identifier les situations entraînant des collisions ou des rendez-vous. Il existe plusieurs moyens de suivre cette règle tels que la commande bang-bang ou la navigation proportionnelle. Cette seconde méthode est l'objet de la section suivante.

C.1.2 Loi de guidage par navigation proportionnelle

La loi de guidage par navigation proportionnelle consiste à appliquer au véhicule poursuivant i une accélération radiale¹ \mathbf{a}_i dans le but d'annuler la vitesse de rotation de la ligne de vue. Dans le cadre de la navigation proportionnelle, cette accélération est calculée par la formule :

$$\mathbf{a}_i = -\alpha \cdot \mathbf{v}_i \wedge \frac{\mathbf{p}_{i,j} \wedge \dot{\mathbf{p}}_{i,j}}{\|\mathbf{p}_{i,j}\|^2} \quad (\text{C.3})$$

1. perpendiculaire à son vecteur vitesse



(a) Principe de la navigation proportionnelle

(b) Situation sans risque de collision

FIGURE C.2 – Illustrations de la navigation proportionnelle

Cette accélération entraîne la rotation du vecteur vitesse du véhicule dans le même sens et à une vitesse proportionnelle à la rotation de la ligne de vue. Ceci entraîne une diminution de la vitesse de rotation de la ligne de vue. Une fois que celle-ci est nulle, le critère géométrique de la navigation parallèle permet de garantir que le poursuivant atteindra sa cible.

Le principe de la navigation proportionnelle est illustré par la figure C.2a, dans celle-ci, rappelons que $\omega_{i,j}^{ldv}$ désigne la vitesse de rotation de la ligne de vue entre les véhicules i et j .

Remarques

Si la direction du véhicule le fait initialement s'éloigner comme sur la figure C.2b, l'équation (C.3) pousse le véhicule à s'éloigner davantage encore jusqu'à se trouver dans la situation illustrée figure C.1b. La contrainte $\mathbf{p}_{i,j} \cdot \dot{\mathbf{p}}_{i,j} < 0$ n'est alors pas respectée.

Il faut dans ce cas trouver une loi de guidage alternative permettant de replacer le véhicule poursuivant dans la bonne direction.

Il est parfois impossible d'atteindre la figure de collision, notamment (mais pas systématiquement) lorsque le véhicule avance à une vitesse inférieure à celle de la cible. ■

C.2 Pistes explorées en vue d'adapter la navigation proportionnelle

La loi de navigation proportionnelle est conçue pour produire des collisions/rendez-vous entre des véhicules. Elle ne prend pas en compte la possibilité de réguler la distance entre plusieurs véhicules afin d'une part d'éviter les collisions et d'autre part de regrouper les véhicules afin de former une flotte.

Des solutions existent, telle que celle de [GG09], afin de réagir en cas de danger de collision. Mais durant la manœuvre d'évitement, la mission réelle est occultée. Cela ne pose pas de problème lorsque les véhicules ont des missions différentes les amenant à se croiser de temps en temps. Dans notre cas

en revanche, il est souhaitable que les véhicules forment une flotte et l'évitement de collision doit être assuré simultanément à la mission.

Afin de réguler de manière coopérative la distance entre plusieurs véhicules, nous avons exploré différentes pistes, réparties en trois grands axes : la modification du mode de calcul de la commande d'accélération, la combinaison des commandes d'accélération issues de la prise en compte des différents véhicules du groupe et enfin l'utilisation d'une procédure d'optimisation. Nous allons très succinctement expliquer en quoi consistaient ces pistes.

C.2.1 Modification du calcul de la commande d'accélération

L'intérêt de la navigation proportionnelle est que la commande d'accélération est obtenue au travers d'une équation simple, fondée sur un critère géométrique également simple. Dans un premier temps, nous avons cherché à conserver cette simplicité en transformant l'équation (C.3).

Utilisation de l'opposé de la NP

L'objectif de la navigation proportionnelle étant de provoquer des rencontres, il est tentant de raisonner de la façon suivante : il suffit d'utiliser l'opposé de la valeur calculée par la NP pour éviter les collisions. Les choses ne sont cependant pas si simples : sur la figure C.1a par exemple, où les véhicules sont sur des trajectoires de collision, la correction calculée par la NP est nulle. Ainsi l'opposé de cette correction ne permettra pas d'éviter la collision. A contrario, sur la figure C.2b, où le risque de collision est nul, la correction calculée par la NP est grande. Ainsi, le véhicule i est poussé à s'éloigner davantage du véhicule j qui ne présentait aucune risque.

Cette approche n'est donc pas adéquate.

Utilisation d'un produit scalaire

L'utilisation de l'opposé de la correction calculée par la navigation proportionnelle n'est pas adéquate à cause de la présence d'un produit vectoriel. En effet, celui-ci prend une valeur nulle lorsque la ligne de vue ne tourne pas et atteint son maximum lorsque la ligne de vue tourne sans changer de longueur. Or, afin d'éviter les collisions entre véhicules, nous souhaiterions que la correction soit importante lorsque la longueur de la ligne de vue varie.

En utilisant un produit scalaire en lieu et place d'un produit vectoriel (C.4), il semble possible d'obtenir le comportement souhaité. En effet, le produit scalaire, en calculant la projection de la variation de la ligne de vue sur la ligne de vue, permet de savoir si la longueur de celle-ci varie et dans quel sens (augmente ou diminue).

$$\mathbf{a}_i = -\alpha \cdot \mathbf{v}_i \wedge \frac{\mathbf{p}_{i,j} \cdot \dot{\mathbf{p}}_{i,j}}{\|\mathbf{p}_{i,j}\|^2} \quad (\text{C.4})$$

Cette approche n'est toutefois pas encore adéquate, puisque d'une part des véhicules lointains sont empêchés de se rapprocher alors que nous souhaitons qu'ils se regroupent et que d'autre part, les véhicules trop proches sont empêchés de s'éloigner. Cette forme de calcul de la commande encourage en effet les véhicules à rester à la même distance les uns des autres, quelle que soit cette distance.

Utilisation de la distance entre les véhicules

Afin de pouvoir réguler la distance entre deux véhicules, nous devons prendre en compte la distance elle-même et éventuellement tenir compte de sa variation afin d'améliorer le comportement des véhicules. Notons d_{des}^v la distance désirée entre les véhicules. Nous pourrions calculer la commande des véhicules de la façon suivante :

$$\mathbf{a}_i = -\alpha \cdot \mathbf{v}_i \wedge \frac{\mathbf{v}_i \wedge \mathbf{p}_{i,j}}{\|\mathbf{v}_i \wedge \mathbf{p}_{i,j}\|} \cdot (\|\mathbf{p}_{i,j}\| - d_{\text{des}}^v) \quad (\text{C.5})$$

Dans cette équation, le terme $\frac{\mathbf{v}_i \wedge \mathbf{p}_{i,j}}{\|\mathbf{v}_i \wedge \mathbf{p}_{i,j}\|}$ est le vecteur directeur de la rotation conduisant le véhicule i à s'approcher du véhicule j . Elle permet donc de calculer une accélération perpendiculaire au vecteur vitesse du véhicule i , lui permettant de s'approcher du véhicule j si celui-ci est à une distance supérieure à d_{des}^v , et de s'en éloigner s'il est à une distance inférieure.

Discussion

Parmi les trois pistes envisagées ici, seul le coût (C.5) pourrait permettre de réguler la distance entre deux véhicules. Cependant, comme cette méthode calcule directement l'accélération à appliquer au véhicule i , aucune autre action ne peut être effectuée simultanément. Afin de prendre en compte tous les véhicules de la flotte, nous avons donc continué notre étude.

C.2.2 Prise en compte des différents véhicules de la flotte

Dans la section précédente, nous avons présenté une méthode de régulation de la distance inspirée de la navigation proportionnelle. Toutefois, cette méthode ne permet de prendre en compte qu'un véhicule à la fois. Dans cette section, plusieurs pistes sont étudiées permettant de prendre en compte l'ensemble des N véhicules du groupe ainsi que l'objectif réel des véhicules qui est de rejoindre une série de points de passage.

Par somme pondérée

La manière la plus simple de prendre en compte plusieurs véhicules simultanément est d'employer la même méthode qu'à la section 1.5.5 du chapitre 1, c'est-à-dire d'effectuer la moyenne pondérée des contributions de chaque véhicule. La contribution de chaque véhicule consiste en une accélération, calculée par (C.5), tandis que la pondération représente le danger associé à un véhicule, c'est à dire la distance entre le véhicule courant et les autres.

Notons que cette solution correspond à la règle des plus proches voisins. En effet, la contribution d'accélération du véhicule j correspond à la contribution de j à la commande du véhicule i décrite par la section 1.5.4 du chapitre 1, et la pondération de cette contribution correspond à la fonction d'influence du véhicule j décrite section 1.5.5 du chapitre 1. Plus précisément, comme l'accélération calculée par (C.5) est perpendiculaire à la vitesse du véhicule i , celle-ci est la contribution du véhicule sur la direction du véhicule i uniquement.

Cette solution, qui n'a pas été étudiée en simulation, produirait certainement des résultats similaires à la règle des plus proches voisins étudiée au chapitre 1. En particulier, elle présenterait les mêmes limitations puisqu'elle ne permet de prendre en compte ni le comportement futur des véhicules, ni les contraintes sur leur état ou leur commande.

Par optimisation des pondérations

Une seconde approche pour concilier les contributions des différents véhicules serait d'optimiser en temps réel les coefficients de pondération associés à chaque véhicule.

Cette approche pose cependant de multiples problèmes :

1. il faut trouver un critère d'optimisation reflétant les différentes tâches de la mission du véhicule courant et facilitant la convergence de la procédure d'optimisation.
2. le problème d'optimisation a autant de dimensions qu'il y a de véhicules dans le groupe : N , ce qui pose des problèmes d'apparition de minima locaux et de temps de calcul.

3. la commande du véhicule est composé d'une unique accélération, c'est-à-dire que nous recherchons les valeurs optimales pour trois variables tout au plus, il n'est pas pertinent de chercher à résoudre un problème d'optimisation à N dimensions.

C.2.3 Procédure d'optimisation

Au lieu de chercher à optimiser les pondérations des contributions de chaque véhicule, une piste intéressante serait de n'optimiser qu'un paramètre en fonction des positions des autres véhicules. Deux pistes sont envisagées pour cela : le coefficient de pondération de la navigation proportionnelle w_{np} ou directement la commande d'accélération.

Optimisation du coefficient de pondération de la navigation proportionnelle

La piste la plus proche de la navigation proportionnelle consiste à utiliser celle-ci pour guider chaque véhicule vers le point de passage courant. Cependant, au lieu d'appliquer l'accélération fournie par cette loi, le coefficient de pondération est utilisé comme paramètre d'optimisation afin de réguler les distances entre les véhicules.

Cette approche pose un problème déjà évoqué : dès que le véhicule et le point de passage sont en figure de collision, l'accélération calculée par la navigation proportionnelle devient nulle. Dés lors, le véhicule n'est plus manœuvrable et ne peut plus éviter les collisions.

Optimisation de la commande d'accélération

Afin de s'affranchir du problème des véhicules en figure de collision, nous pouvons envisager de calculer directement la commande d'accélération du véhicule par une procédure d'optimisation. Cette solution consisterait à prédire la réaction du véhicule à la commande d'accélération afin de choisir la meilleure commande d'après une fonction objectif à définir.

La principale difficulté de cette approche réside dans la conception de cette fonction objectif. Celle-ci doit en effet permettre, à la fois, d'assurer la réalisation de la mission, et de réguler les distances actuelles, ainsi que futures, entre les véhicules.

Cette conception est délicate car chaque véhicule ne calcule qu'une seule commande. Cette limitation peut avoir deux conséquences différentes.

Dans le cas où le véhicule calcule uniquement son état prédit à l'itération suivante $\widehat{\mathbf{p}}_i(k+1)$, à partir de la commande d'accélération. Dans ce cas, il ne peut anticiper les effets à moyen terme de cette commande et en particulier, l'évolution future de la distance avec les autres véhicules est inconnue.

Si maintenant, le véhicule calcule son état prédit à plus long terme, en supposant qu'il appliquera une commande nulle après avoir exécuté la commande en cours de calcul. Dans ce cas, l'évolution prédite de l'état du véhicule est éloignée de ce qu'elle sera effectivement puisque d'autres commandes seront exécutées en réalité. La fonction objectif donne alors une estimation erronée de l'intérêt d'une commande.

Une bonne solution serait de calculer plusieurs commandes successives du véhicule, afin que l'évolution prédite du véhicule soit plus proche de la réalité. Cette dernière solution n'a cependant plus rien à voir avec la navigation proportionnelle puisqu'il s'agit en fait de commande prédictive, que nous étudions dans la seconde partie de cette thèse.

C.3 Conclusion

Afin d'adapter la navigation proportionnelle au guidage coopératif de véhicules, nous avons exploré différentes pistes. En modifiant le critère géométrique à la base de la navigation proportionnelle, nous avons déterminé un moyen de réguler la distance entre deux véhicules. Cette modification ne permet toutefois pas de prendre en compte plus d'un véhicule à la fois, ce qui n'est pas compatible avec l'utilisation de flotte de nombreux véhicules.

Afin de corriger ce problème, nous souhaitons combiner les contributions de tous les véhicules de la flotte. Cependant, la loi ainsi obtenue est très proche de la règle des plus proches voisins développée au chapitre 1 et présente en particulier les mêmes défauts : manque d'anticipation des mouvements des véhicules et impossibilité de prendre en compte leur contraintes.

Nous avons également pensé à utiliser une procédure d'optimisation afin de déterminer la commande de chaque véhicule. Cela aurait permis de prendre en compte les contraintes sur l'état et la commande des véhicules. Cependant, la mise au point de la fonction objectif capable de prendre en compte les différentes tâches des véhicules (rejoindre le point de passage, réguler les distances courantes et futures entre les véhicules) s'avère difficile compte tenu du calcul d'une seule commande du véhicule.

Afin de palier ce dernier problème, nous nous sommes donc orientés vers une stratégie de commande prédictive afin de parvenir à anticiper précisément l'évolution de l'état des différents véhicules tout en tenant compte de leurs limitations.

Bibliographie

- [AM08] M. ALAMIR et A. MURILO. « Swing-up and stabilization of a twin-pendulum under state and control constraints by a fast NMPC scheme ». In : *Automatica* 44.5 (mai 2008), p. 1319–1324.
- [Bar+10] N. BARTOLINI et al. « Push & Pull : autonomous deployment of mobile sensors for a complete coverage ». In : *Wirel. Netw.* 16.3 (avr. 2010), p. 607–625.
- [Bem06] A. BEMPORAD. « Model predictive control design : New trends and tools ». In : *IEEE Conference on decision and control*. 2006, p. 6678–6683.
- [Ber07] S. BERTRAND. « Commande de drone miniature à voilure tournante ». Thèse de doct. Université de Nice Sophia Antipolis, 2007.
- [BM03] R. BEARD et T. MCLAIN. « Multiple UAV cooperative search under collision avoidance and limited range communication constraints ». In : *Conference on decision and control*. T. 1. Déc. 2003, p. 25–30.
- [BPH07] S. BERTRAND, H. PIET-LAHANIER et T. HAMEL. « Contractive model predictive control of an unmanned aerial vehicle model ». In : *IFAC Symposium on automatic control in aerospace*. 2007.
- [Bur+05] W. BURGARD et al. « Coordinated multi-robot exploration ». In : *IEEE Transactions on robotics* 21.3 (2005), p. 376–386.
- [BW91] G. BENI et J. WANG. « Theoretical problems for the realization of distributed robotic systems ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. T. 3. 1991, p. 1914–1920.
- [CFK97] U. Y. CAO, A. S. FUKUNAGA et A. B. KAHNG. « Cooperative mobile robotics : Antecedents and directions ». In : *Autonomous robots* 4 (mar. 1997), p. 226–234.
- [CM03] D. E. CHANG et J. E. MARSDEN. « Gyroscopic forces and collision avoidance with convex obstacles ». In : *New trends in nonlinear dynamics and control and their applications*. Sous la dir. de W. KANG, C. BORGES et M. XIAO. T. 295. Lecture Notes in Control and Information Science. Springer Berlin Heidelberg, 2003, p. 145–159.
- [Dev+96] L. DEVROYE et al. *A probabilistic theory of pattern recognition*. Sous la dir. d’I. KARATZAS et M. YOR. T. 31. Stochastic modelling and applied probability. Springer Verlag, 1996.
- [DM04] W. DUNBAR et R. MURRAY. « Receding horizon control of multi-vehicle formations : a distributed implementation ». In : *Conference on decision and control*. T. 2. Déc. 2004, p. 1995–2002.
- [DS08] F. DERKX et J. L. SORIN. « Inspection des ouvrages d’art par drone : Bilan et perspectives des travaux du LCPC ». French. In : *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*. 273 (déc. 2008), p. 39–55.

- [Dun04] W. B. DUNBAR. « Distributed receding horizon control of multiagent systems ». Thèse de doct. California Institute of Technology, 2004.
- [Fra+07] A. FRANCHI et al. « A randomized strategy for cooperative robot exploration ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. 2007, p. 768–774.
- [Fre06] E. W. FREW. *Receding horizon control using random search for UAV navigation with passive, non-cooperative sensing*. Rapp. tech. University of Colorado at Boulder, 2006.
- [GG09] J. GEORGE et D. GHOSE. « A reactive inverse PN algorithm for collision avoidance among multiple unmanned aerial vehicles ». In : *American control conference*. 2009, p. 3890–3895.
- [GM02] B. GERKEY et M. MATARIC. « Sold! : Auction methods for multirobot coordination ». In : *IEEE Transactions on robotics and automation* 18.5 (2002), p. 758–768.
- [GP02] Y. GUO et L. PARKER. « A distributed and optimal motion planning approach for multiple mobile robots ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. T. 3. 2002, p. 2612–2619.
- [HJ90] R. A. HORN et C. R. JOHNSON. *Matrix analysis*. Sous la dir. de C. U. PRESS. , 1990.
- [IT10] Y. INADA et H. TAKANOBU. « Flight-formation control of air vehicles based on collective motion control of organisms ». In : *IFAC Symposium on automatic control in aerospace*. 2010.
- [JLM02] A. JADBABAIE, J. LIN et A. MORSE. « Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules ». In : *Conference on decision and control*. T. 3. Déc. 2002, p. 2953–2958.
- [KKG08] A. KLESH, P. KABAMBA et A. GIRARD. « Path planning for cooperative time-optimal information collection ». In : *American control conference*. 2008, p. 1991–1996.
- [KMK12] A. KUSHLEYEV, D. MELLINGER et V. KUMAR. « Towards a swarm of agile micro quadrotors ». In : *Robotics : science and systems*. Sydney, Australia, juin 2012.
- [KS03] H. J. KIM et D. H. SHIM. « A flight control system for aerial robots : Algorithms and experiments ». In : *Control engineering practice* 11 (2003), p. 1389–1400.
- [KSS02] H. KIM, D. SHIM et S. SASTRY. « Nonlinear model predictive tracking control for rotorcraft-based unmanned aerial vehicles ». In : *American control conference*. T. 5. 2002, p. 3576–3581.
- [KZ93] C. R. KUBE et H. ZHANG. « Collective robotics : From social insects to robots ». In : *Adaptive behavior* 2.2 (1993), p. 189–218.
- [LBF04] Z. LIN, M. BROUCKE et B. FRANCIS. « Local control strategies for groups of mobile autonomous agents ». In : *IEEE Transactions on automatic control* 49 (2004), p. 622–629.
- [LBL10] K. LEUNG, T. BARFOOT et H. LIU. « Decentralized cooperative simultaneous localization and mapping for dynamic and sparse robot networks ». In : *IEEE/RSJ International conference on intelligent robots and systems*. 2010, p. 3554–3561.
- [LBL11] K. LEUNG, T. BARFOOT et H. LIU. « Distributed and decentralized cooperative simultaneous localization and mapping for dynamic and sparse robot networks ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. 2011, p. 3841–3847.
- [LF01] N. LEONARD et E. FIORELLI. « Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups ». In : *Conference on decision and control*. T. 3. 2001, p. 2968–2973.

- [MB04] A. MOKHTARI et A. BENALLEGUE. « Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. T. 3. Avr. 2004, p. 2359–2366.
- [MK11] D. MELLINGER et V. KUMAR. « Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. 2011, p. 2520–2525.
- [ML97] M. MORARI et J. H. LEE. « Model predictive control : Past, present and future ». In : *Computers and chemical engineering* 23 (1997), p. 667–682.
- [Mor05] L. MOREAU. « Stability of multiagent systems with time-dependent communication links ». In : *IEEE Transactions on automatic control* 50.2 (fév. 2005), p. 169–182.
- [MRA11] M. A. MÜLLER, M. REBLE et F. ALLGÖWER. « A general distributed MPC framework for cooperative control ». In : *IFAC World congress*. 2011.
- [Mur07] R. M. MURRAY. « Recent research in cooperative control of multivehicle systems ». In : *Journal of dynamic systems, measurement, and control* 129.5 (2007), p. 571–583.
- [ODM03] R. OLFATI-SABER, W. DUNBAR et R. MURRAY. « Cooperative control of multi-vehicle systems using cost graphs and optimization ». In : *American control conference*. T. 3. Juin 2003, p. 2217–2222.
- [OL03] P. ÖGREN et N. LEONARD. « Obstacle avoidance in formation ». In : *International conference on robotics and automation*. T. 2. 2003, p. 2492–2497.
- [Olf04] R. OLFATI-SABER. *Flocking for multi-agent dynamic systems : Algorithms and theory*. Rapp. tech. California Institute of Technology, juin 2004.
- [Olf06] R. OLFATI-SABER. « Flocking for multi-agent dynamic systems : Algorithms and theory ». In : *IEEE Transactions on automatic control* 51.3 (mar. 2006), p. 401–420.
- [OM03] R. OLFATI-SABER et R. MURRAY. « Flocking with obstacle avoidance : Cooperation with limited communication in mobile networks ». In : *Conference on decision and control*. T. 2. Déc. 2003, p. 2022–2028.
- [Par00] L. E. PARKER. « Current state of the art in distributed autonomous mobile robotics ». In : *Distributed autonomous robotic systems*. Springer, 2000, p. 3–12.
- [Par09] L. E. PARKER. « Encyclopedia of complexity and system science ». In : sous la dir. de R. A. MEYERS. Springer, 2009. Chap. Path planning and motion coordination in multiple mobile robot teams.
- [Par99] L. PARKER. « Cooperative robotics for multi-target observation ». In : *Intelligent automation and soft computing* 5 (1999), p. 5–19.
- [PE97] L. E. PARKER et B. A. EMMONS. « Cooperative multi-robot observation of multiple moving targets ». In : *International conference on robotics and automation*. 1997, p. 2082–2089.
- [PH06] L. E. PARKER et A. HOWARD. « Experiments with a large heterogeneous mobile robot team : Exploration, mapping, deployment and detection ». In : *International journal of robotics research* 25 (2006), p. 431–447.
- [PT00] L. E. PARKER et C. TOUZET. « Multi-robot learning in a cooperative observation task ». In : *Distributed autonomous robotic systems*. Springer, 2000, p. 391–401.
- [QB03] S. J. QIN et T. A. BADGWELL. « A survey of industrial model predictive control technology ». In : *Control engineering practice* 11 (2003), p. 733–764.

- [RB05] W. REN et R. BEARD. « Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies ». In : *IEEE Transactions on automatic control* 50.5 (2005), p. 655–661.
- [RDM00] I. REKLEITIS, G. DUDEK et E. MILIOS. « Graph-based exploration using multiple robots ». English. In : *Distributed autonomous robotic systems*. Sous la dir. de L. PARKER, G. BEKEY et J. BARHEN. Springer Japan, 2000, p. 241–250.
- [Ree83] W. T. REEVES. « Particle systems – a technique for modeling a class of fuzzy objects ». In : *ACM Transaction on graphics* 2.2 (avr. 1983), p. 91–108.
- [Ren04] W. REN. « Consensus seeking, formation keeping, and trajectory tracking in multiple vehicle cooperative control ». Thèse de doct. Brigham Young University, 2004.
- [Rey87] C. W. REYNOLDS. « Flocks, herds, and schools : A distributed behavioral model ». In : *Computer graphics*. 1987, p. 25–34.
- [Rey99] C. W. REYNOLDS. « Steering behaviors for autonomous characters ». In : *Game developers conference*. 1999.
- [Rho97] A. RHODIUS. « On the maximum of ergodicity coefficients, the Dobrushin ergodicity coefficient, and products of stochastic matrices ». In : *Linear algebra and its applications* 253 (1997), p. 141–154.
- [Ric+76] J. RICHALET et al. « Model predictive heuristic control ». In : *IFAC Symposium on identification and system parameter estimation*. Sept. 1976.
- [Ric+78] J. RICHALET et al. « Model predictive heuristic control : Applications to industrial processes ». In : *Automatica* 14.5 (1978), p. 413–428.
- [Rya+04] A. RYAN et al. « An overview of emerging results in cooperative UAV control ». In : *IEEE Conference on decision and control*. T. 1. 2004, p. 602–607.
- [SB07] P. B. SUJIT et R. BEARD. « Cooperative path planning for multiple UAVs exploring an unknown region ». In : *American control conference*. 2007, p. 347–352.
- [Sep11] R. SEPULCHRE. « Consensus on nonlinear spaces ». In : *Annual reviews in control* 35.1 (2011), p. 56–64.
- [SF93] K. SINGH et K. FUJIMURA. « Map making by cooperating mobile robots ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. T. 2. 1993, p. 254–259.
- [SRB04] A. STROUPE, R. RAVICHANDRAN et T. BALCH. « Value-based action selection for exploration and dynamic target observation with robot teams ». In : *IEEE International conference on robotics and automation*. T. 4. 2004, p. 4190–4197.
- [SWC06] H. SHI, L. WANG et T. CHU. « Virtual leader approach to coordinated control of multiple mobile agents with asymmetric interactions ». In : *Physica D : Nonlinear phenomena* 213.1 (2006), p. 51–65.
- [Tan04] H. TANNER. « Flocking with obstacle avoidance in switching networks of interconnected vehicles ». In : *International conference on robotics and automation*. T. 3. Avr. 2004, p. 3006–3011.
- [TJP03a] H. TANNER, A. JADBABAIE et G. PAPPAS. « Stable flocking of mobile agents, part I : Fixed topology ». In : *Conference on decision and control*. T. 2. Déc. 2003, p. 2010–2015.
- [TJP03b] H. TANNER, A. JADBABAIE et G. PAPPAS. « Stable flocking of mobile agents part II : Dynamic topology ». In : *Conference on decision and control*. T. 2. Déc. 2003, p. 2016–2021.

-
- [TT98] J. TONER et Y. TU. « Flocks, herds, and schools : A quantitative theory of flocking ». In : *Physical review E* 58 (4 oct. 1998), p. 4828–4858.
- [Vic+95] T. VICSEK et al. « Novel type of phase transition in a system of self-driven particles ». In : *Physical review letters* 75.6 (août 1995), p. 1226–1229.
- [Vid+02] R. VIDAL et al. « Probabilistic pursuit-evasion games : Theory, implementation and experimental evaluation ». In : *IEEE Transactions on robotics and automation* 18.5 (oct. 2002), p. 662–669.
- [VRW05] A. VENKAT, J. RAWLINGS et S. WRIGHT. « Stability and optimality of distributed model predictive control ». In : *Conference on decision and control*. 2005.
- [WYB07] X. WANG, V. YADAV et S. N. BALAKRISHNAN. « Cooperative UAV formation flying with obstacle/collision avoidance ». In : *IEEE Transactions on control systems technology* 15.4 (2007), p. 672–679.
- [YMP04] Y. YANG, A. MINAI et M. POLYCARPOU. « Decentralized cooperative search by networked UAVs in an uncertain environment ». In : *American control conference*. T. 6. 2004, p. 5558–5563.
- [Yua+10] J. YUAN et al. « A cooperative approach for multi-robot area exploration ». In : *International conference on intelligent robots and systems*. 2010, p. 1390–1395.

Résumé

L'objectif de cette thèse est de définir puis d'étudier les performances de méthodes de guidage coopératif de véhicules aériens autonomes. L'intérêt du guidage coopératif est de confier une mission complexe à une flotte, plutôt qu'à un véhicule unique, afin de distribuer la charge de travail et d'améliorer les performances et la fiabilité. Les lois de guidage étudiées sont distribuées sur l'ensemble des véhicules afin d'une part, de répartir la charge de calcul et d'autre part, d'augmenter la fiabilité en éliminant la possibilité de perte de l'organe central de calcul de la commande.

La première partie de la thèse porte sur les possibilités offertes par la règle des plus proches voisins. La loi de guidage développée consiste à ce que la commande de chaque véhicule soit élaborée en combinant les états des véhicules voisins. Afin de transmettre des consignes au groupe de véhicules, des objets dénommés agents virtuels sont introduits. Ceux-ci permettent de représenter des obstacles, d'indiquer une direction ou une cible au groupe de véhicules en utilisant des mécanismes déjà présent dans la loi de guidage.

La seconde partie de la thèse porte sur les possibilités offertes par la commande prédictive. Ce type de commande consiste à employer un modèle du comportement du système afin de prédire les effets de la commande, et ainsi de déterminer celle qui minimise un critère de coût en respectant les contraintes du système. La loi de guidage développée emploie un critère de coût tenant compte et arbitrant entre les différents aspects de la mission (sécurité, progression de la mission, modération de la commande), et une procédure de recherche de la commande utilisant jeu prédéfinis de commandes candidates afin d'explorer l'espace de commande de manière efficace. Cette procédure, distincte des algorithmes d'optimisation habituels, génère une charge de calcul faible et constante, ne nécessite pas d'étape d'initialisation et est très peu sensible aux minima locaux.

Mots-clés : Commande coopérative, commande distribuée, système multi-véhicules, véhicules aériens autonomes, évitement d'obstacles

Summary

The thesis objective is to define and study the performances of cooperative guidance methods of autonomous aerial vehicles. The interest of cooperative guidance is to entrust a complex mission to a fleet, instead of an isolated vehicle, to distribute the workload and improve performances and reliability. Studied guidance laws are distributed among all vehicles, on one hand to distribute the computation load, and on the other hand to remove the possibility to lose the centralized organ of command computation.

The first part deals with the possibilities offered by the nearest neighbour rule. The developed guidance law consists in elaborating the command of each vehicle by combining the states of neighbour vehicles. To transmit instructions to the fleet of vehicles, objects denominated virtual agents are introduced. These allow figuring obstacles, indicating direction or target using existing mechanisms of the guidance law.

The second part deals with the possibilities offered by model predictive control. This type of command consists in employing a behavioural model of the system to predict the control effects, and thus finding the one that minimises a cost criterion while respecting system's constraints. The developed guidance law uses a cost criterion that take into account and arbitrate between the several aspects of the mission (safety, mission evolution, control moderation), and a control search procedure based on a predefined set of candidate controls to explore the control space efficiently. This procedure, different from usual optimisation algorithms, generate a low and constant computation load, needs no initialisation step and is little sensitive to local minima.

Keywords : Cooperative guidance, distributed control, multi-vehicles system, autonomous aerial vehicles, obstacles avoidance