

## PROPOSITION DE SUJET DE THÈSE

**Intitulé : Vers une méthode de Trefftz nativement adaptée à la modélisation numérique exascale des ondes électromagnétiques**

Référence : **SNA-DTIS-2025-12**  
(à rappeler dans toute correspondance)

**Début de la thèse** : 01/10/2025

**Date limite de candidature** : 01/06/2025

### Mots clés

Electromagnétisme, équations de Maxwell, méthode de Trefftz, solveur itératif, programmation hybride

### Profil et compétences recherchées

Université ou école d'ingénieur

Mathématique appliquées, EDP, analyse numérique et fortran ou C

### Présentation du projet doctoral, contexte et objectif

Les ondes et leur utilisation sont omniprésentes dans nos sociétés (télécommunications, médecine, surveillance, armes, ...etc.) et leur contrôle est donc un enjeu primordial. Les besoins dans ces domaines sont en perpétuel évolution du fait de la complexité croissante des environnements/systèmes (par exemple : émetteurs 4G/5G, metasurfaces, diffraction par des objets non-lipschitziens (antennes fractales, multi-écrans ...), surveillance marine longue distance, nouveaux enjeux en CEM avec les véhicules électriques, contrôle non-destructif des matériaux composites ... etc.).

Depuis quelques années, l'ONERA et l'INRIA se sont associés afin de réaliser une rupture dans le domaine de la simulation des ondes électromagnétiques harmoniques pour les environnements complexes et de grande taille. En effet, la simulation de tels phénomènes oscillants sur de très grandes distances est inabordable pour les approches traditionnelles (différences finies, éléments finis, Galerkin discontinu) car elles nécessitent l'utilisation d'un nombre prohibitif de points de discrétisation et elles sont intrinsèquement inadaptées au calcul itératif. Pour lever ce verrou, nous avons entrepris de développer une nouvelle génération de méthodes numériques basées sur l'approche dite de Trefftz. Cette dernière consiste à utiliser des fonctions de base solutions ou quasi-solutions locales des équations de Maxwell. Ce choix permet de maîtriser les phénomènes de pollution numérique, de restreindre le nombre de degrés de liberté et de construire une formulation variationnelle se concentrant uniquement sur le squelette du maillage. De plus, contrairement aux discrétisations classiques en électromagnétisme, cette méthode est intrinsèquement adaptée à une résolution itérative : propriétés de contraction et préconditionneurs naturels. Dans la thèse de Margot Sirdey [1], nous avons développé une méthode de Trefftz construite à partir d'une formulation ultra-faible des équations de Maxwell et naturellement adaptée aux méthodes de décomposition de domaine grâce à ses propriétés de coercivité. Ces travaux ont donné naissance au démonstrateur Gotem3 développé par l'INRIA et l'ONERA qui s'appuie, en plus, sur une technique de réduction de base et une approche sans-matrice pouvant traiter des problèmes de plusieurs milliards d'inconnues sur un seul nœud de calcul sur grilles régulières [\[https://team.inria.fr/makutu/trefftz-methods-for-electromagnetic-waves-in-the-context-of-high-performance-computing/\]](https://team.inria.fr/makutu/trefftz-methods-for-electromagnetic-waves-in-the-context-of-high-performance-computing/).

Nous ambitionnons à présent d'étendre les performances de cette méthode de Trefftz vers de la simulation exascale d'environnements complexes et hétérogènes pouvant être multi-échelles. En vue d'atteindre cet objectif, nous proposons en collaboration avec l'équipe Makutu de l'INRIA ce nouveau projet doctoral qui sera articulé autour des axes de recherche suivants :

**1/ Prise en compte de la courbure des objets diffractants et/ou pénétrables dans une approche de Trefftz :** pour être efficace, une méthode de Trefftz nécessite l'utilisation d'un maillage dont la taille des cellules est de l'ordre de la longueur d'onde d'étude. Ceci vient en opposition avec la description de la géométrie des objets qui peut nécessiter des tailles de cellules plus petites pour être précise. C'est en particulier le cas pour notre approche qui est basée sur une grille régulière. Pour apporter des solutions à ce problème, nous nous appuyerons sur une description par maillages hybrides de la scène de calcul en utilisant localement des cellules adaptées aux courbures (tétraèdres, polyèdres courbes, ...etc.). Il sera alors nécessaire de proposer une construction adéquate de l'espace de Trefftz local associé à ce nouveau type de cellule. Pour cela, nous pourrions par exemple nous appuyer sur une approche quasi-Trefftz [2] basée sur une résolution numérique locale des équations Maxwell pour définir des fonctions de base adaptées à la discrétisation de la formulation de Trefftz. Ce nouveau schéma nécessitera une analyse mathématique théorique et numérique pour vérifier sa bonne résilience.

**2/ Méthode de Trefftz itérative efficace par partitionnement adapté :** une des forces de notre approche de Trefftz est l'utilisation de la redondance des informations induite par la structure cartésienne du maillage afin d'appliquer une approche de calcul sans-matrice et ainsi réduire drastiquement le coût mémoire. Les méthodes qui seront développées dans la partie 1 vont naturellement casser cette régularité. Pour maintenir un haut niveau de performance, il sera alors essentiel de mettre en place une stratégie de partitionnement du domaine de calcul garantissant un nombre minimal de classes de cellules de nature différente. On pourra bien évidemment s'appuyer sur des grilles cartésiennes pour réaliser cela. Pour ce type de partition, il faudra réaliser une extension et des améliorations de l'algorithme de résolution itératif de type Krylov désassemblé en proposant des préconditionneurs adaptés et en investiguant par exemple les stratégies de recyclage [5] permettant d'améliorer la convergence.

**3/ Intégration dans le solveur GoTEM3 :** il s'agira de mettre en musique les ingrédients développés dans les parties 1 et 2 en proposant une implémentation robuste et optimisée ainsi que de réaliser une évaluation fine des performances de la méthode pour des scènes de calcul complexes (grandes tailles et hétérogènes). Une attention particulière sera portée sur la mise en place d'une implémentation parallèle hybride OpenMP/MPI et à l'utilisation de stratégies d'exécution qui répartissent les tâches selon les différentes architectures disponibles.

[1] Margot Sirdey, *Méthode itérative de Trefftz pour la simulation d'ondes électromagnétiques en trois dimensions*, thèse UPPA, 2022.

[2] H.S. Fure, S. Pernet, M. Sirdey, S. Tordeux, *A discontinuous Galerkin Trefftz type method for solving the two dimensional Maxwell equations*. SN Partial Differ. Equ. Appl., 2020.

[3] Lähivaara, Timo, et al., *A High-Order Ultra-Weak Variational Formulation for Electromagnetic Waves Utilizing Curved Elements*, arXiv preprint arXiv:2309.02980 (2023).

[4] Imbert-Gerard, Lise-Marie, and Guillaume Sylvand, *Three types of quasi-Trefftz functions for the 3D convected Helmholtz equation: construction and approximation properties*, arXiv preprint arXiv:2201.12993 (2022).

[5] Parks, Michael L., et al., *Recycling Krylov subspaces for sequences of linear systems*, SIAM Journal on Scientific Computing 28.5 (2006): 1651-1674.

[6] Pernet, Sébastien, Margot Sirdey, and Sébastien Tordeux, *Ultra-weak variational formulation for heterogeneous maxwell problem in the context of high performance computing*, to appear in ESAIM: Proceedings and Surveys.

**Collaborations envisagées**

INRIA MAKUTU (<https://team.inria.fr/makutu/>), INRIA Concase

**Laboratoire d'accueil à l'ONERA**

Département : Traitement de l'Information et Systèmes

Lieu (centre ONERA) : Toulouse

**Contact** : Sébastien Pernet

Tél. : 0562252634

sebastien.pernet@onera.fr

Email :

**Directeur de thèse**

Nom : Sébastien Tordeux

Laboratoire : UPPA/INRIA

Tél. : 0660136540

Email : sebastien.tordeux@univ-pau.fr

Pour plus d'informations : <https://www.onera.fr/rejoindre-onera/la-formation-par-la-recherche>