

PROPOSITION DE SUJET DE THESE

Intitulé : Méthode de décomposition de domaine pour le calcul en régime harmonique de problèmes de couplage électromagnétique entre un réseau de câbles et une structure résonnante.

Référence : **SNA-DTIS-2025-28**

(à rappeler dans toute correspondance)

Début de la thèse : 01/10/2025

Date limite de candidature : 01/06/2025

Mots clés

éléments finis, éléments spectraux, décomposition de domaine, équation intégrale, ordre élevé, méthode multipôle rapide, H-matrice, préconditionneur, calcul haute performance, programmation MPI

Profil et compétences recherchées

Formation de base (théorique et appliquée) en méthodes numériques pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Goût pour l'analyse numérique, la programmation et les problématiques de calcul haute performance.

Présentation du projet doctoral, contexte et objectif

Le nombre croissant d'applications exigeant des calculs précis et à hautes fréquences motive la recherche de méthodes de résolutions des équations de Maxwell performantes. La complexité géométrique et la diversité des matériaux composant un objet industriel, rendent difficile le choix d'une méthode optimale de résolution. Nombre de cas d'applications soulèvent souvent à eux seuls plusieurs difficultés de calculs de natures très différentes. Un avion d'arme, par exemple, traité au delà du Giga Hertz, conjugué à la difficulté d'une dimension radioélectrique importante (plusieurs dizaines de longueurs d'ondes), celle posée par l'existence de cavités profondes et très résonnantes (entrée d'air moteur, cockpit, soute,...), auxquelles s'ajoute encore celle induite par la présence de détails aux échelles très différentes (radômes, couches minces, électronique de bord, câblage, etc).

On s'intéresse dans cette thèse à une configuration composée d'un réseau de câbles complexe placé dans un environnement réaliste ou au moins tel qu'il doit être posé pour une étude de compatibilité électromagnétique. Ce peut être par exemple une « pieuvre » de torons posée dans un caisson d'étude, une soute ou la cellule entière d'un avion.

La géométrie d'un domaine câblé est très particulière. On peut la voir comme une réunion de tronçons tubulaires communiquant entre eux par des interfaces dont la géométrie est un domaine 2D renfermant un ensemble de cercles correspondant aux sections des câbles rassemblés dans le toron. On peut penser que cette géométrie contrainte réclame l'emploi d'une méthode élément fini dédiée. Pour aller dans ce sens, plutôt que d'utiliser les éléments tétraédriques habituels, on préférera des éléments hexaédriques dont le laboratoire possède une bonne connaissance théorique et pratique. En particulier le maillage de la section de câbles en quadrangles d'ordres élevés est un problème non trivial que les résultats d'un travail de thèse récent permet de résoudre [2]. On prévoit donc de générer le maillage hexaédrique du domaine filaire par extrusion (avec déformation) du maillage quadrangulaire de la section en s'inspirant des algorithmes « level-set » .

L'espace éléments finis (EF) à déployer dans cette configuration est aussi nécessairement d'ordre élevé car l'effet dit de « pollution » généré par des EF d'ordre bas entraînerait une erreur de dispersion réhibitoire lors de la propagation à longue distance du champ électrique à travers les câbles. On remarque cependant que dans la partie transverse du toron une telle exigence n'est pas nécessaire puisque sa section est de petite taille comparé à la longueur du tronçon qui pourra mesurer une dizaine de longueurs d'onde. Ce besoin d'une discrétisation anisotrope afin d'assurer une certaine optimalité du schéma numérique sera satisfait par l'emploi d'éléments finis spectraux utilisés pour traiter les couches de matériaux absorbants en furtivité radar [1]. Il s'agit d'éléments finis lagrangiens dont les ordres d'approximations sont différents selon les directions d'espace. Dans notre application, l'ordre d'approximation selon l'axe d'extrusion du quadrangle sera dominant comparé celui affecté au deux directions d'espace du quadrangle.

Une autre solution EF à tester sera une méthode de type Galerkin discontinu issue de la communauté CFD et appelée « flux reconstruction » [9]. Elle est actuellement en cours d'évaluation dans une thèse menée dans l'unité [8] mais appliquée dans des conditions complètement différentes. Les domaines traités sont en effets des hexaèdres, non pas très étirés selon un axe, mais au contraire « équilibrés » avec des faces (éventuellement courbes) très voisines en tailles. Une déclinaison de cette approche sera donc tentée pour

les hexaèdres très allongés qui nous intéressent.

Ces EF « quasi-filaires » (spectraux ou de type « flux ») seront implémentés dans le code de calcul Maxwell3D de l'ONERA afin de pouvoir être évalués sur des cas d'application réalistes. Le but est d'établir expérimentalement leurs limites de validité et d'efficacité pouvant résulter 1) de l'hétérogénéité des échelles de discrétisation (rayons des câbles par rapport à leur longueur ou la taille de la structure) ou 2) d'un contexte applicatif réclamant des résolutions multi-second-membre (agression du système par un spectre d'ondes planes) ou multi-fréquence, cet aspect du problème est un axe de recherche important du laboratoire [3][4].

L'étape suivante de la recherche consistera à explorer les potentialités d'une approche multi-domaine, multi-méthode. Deux domaines principaux seront d'abord considérés : le réseau de câble et la structure porteuse dont l'interface séparatrice sera une surface enveloppant les câbles au plus près et formant une gaine fictive sur laquelle seront posées diverses équations de raccords entre les champs électromagnétiques internes et externes à cette gaine.

Par exemple, le couplage entre la structure et le réseau de câbles pourra être réalisé en imposant la continuité aux travers de la gaine des composantes tangentes E_{tan} et $n \times H$ du champ électrique et magnétique (formulation en matrice Y) ou bien des traces impédantes $E_{tan} + n \times H$ et $E_{tan} - n \times H$ (formulation en matrice S).

La logique du découpage sera poussée ensuite jusque dans la gaine où l'on pourra utiliser les tronçons de câblage sous-jacents au maillage pour construire une méthode de décomposition de domaine (sans recouvrement) impliquant comme interfaces la surface de la gaine plus les sections séparant les tronçons. On s'inspirera pour la mise en œuvre de cette méthode de la technique Factopo [5] utilisée en furtivité pour le traitement par décomposition de domaine des entrées d'air moteur. On pourra par ex. tester l'intérêt d'une discrétisation sur les sections à l'aide de fonctions modales, traces de modes guidés, comme cela est fait dans cette méthode ou ses variantes [6].

Cependant, le découpage en matrice S ou Y , quel que soit la méthode EF choisie (spectrale ou de « flux »), implique la résolution d'un nombre important de problèmes aux limites dans chaque tronçon du câblage. Il conviendra donc d'examiner les possibilités d'optimisation offertes par la spécificité des domaines à traiter. Leur forte elongation suggère l'emploi de techniques de factorisation tirant profit de la structure essentiellement filaire du graphe des interactions entre degrés de liberté. On pourra par exemple s'inspirer de la méthode de sous-structuration [10] utilisée pour traiter des cavités profondes. La structure tensorielle d'un tronçon peut aussi justifier un travail de résolution du système linéaire par algorithme de train de tenseurs. Une thèse récente a en effet montré la pertinence de l'approche pour certains problèmes de diffractions d'ondes [11] [12].

Enfin, qu'il s'agisse d'une formulation en S ou Y , une attention particulière sera apportée au problème du préconditionnement de l'équation à résoudre sur les frontières entre sous-domaines. Pour la gaine, on s'appuiera sur la technique [7] qui préconise d'utiliser comme préconditionneur un opérateur dont le symbole principal est l'inverse de celui sous-jacent à l'équation. On cherchera à améliorer le calcul de cet inverse en tenant compte du contexte tubulaire. Pour les interfaces entre tronçons, le plus naturel est de préconditionner par une approximation de l'inverse de l'équation de raccord en utilisant l'inverse relatif au guide d'onde droit « tangent » à l'interface.

Du point de vue de la mise en œuvre, le travail de thèse réclamera aussi des développements concernant les algorithmes FMM (Fast Multipole Method) ou H-matrix afin qu'ils puissent supporter les éléments finis courbes qui discrétiseront la surface de la gaine. L'équation intégrale posée sur la structure environnant le réseau câblé pourra aussi faire l'objet d'un préconditionnement adapté, en utilisant par exemple les préconditionneurs de type BDM actuellement sujets d'une thèse en cours dans l'unité [13]. En effet, de tels préconditionneurs reposent sur une méthode de décomposition de domaine surfacique de type Schwarz avec recouvrement qui nécessitent des réglages selon la nature des surfaces composant la structure (surfaces lisses ou rugueuses, singularités géométriques, cavités résonnantes,...).

Le programme de recherche proposé fait donc appel à des compétences à la fois théoriques et pratiques. Les techniques numériques rencontrées seront variées, allant des méthodes élément fini de base jusqu'à leurs déclinaisons spectrales. Elles concernent aussi les méthodes des équations intégrales de frontière et leur mise en œuvre par algorithmes rapides comme les FMM ou les H-matrix. L'analyse mathématique sera aussi sollicitée à travers la recherche de symboles principaux d'opérateurs S ou Y agissant sur la frontière tubulaire séparant les câbles de la structure. Enfin la méthode de décomposition de domaine visée est originale puisqu'elle assurera le couplage entre des sous-domaines traités par des méthodes élément fini ou intégrales, lesquelles pourront aussi être discrétisés selon des algorithmes spécialisés (FMM, H-matrix, factorisation LU, QTT,...).

- [1] E. Demaldent, D. Levadoux, G. Cohen. Fast and accurate point-based method for time-harmonic maxwell problems involving thin layer materials. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230 (14)
- [2] M. Dotse Création de maillages quadrilatéraux bloc structurés à partir de champ de croix prescrit et respectant les caractéristiques physiques d'une scène de calcul Thèse ISAE 2024
- [3] P. Edel Méthode de base réduite pour des problèmes linéaires dépendants de paramètres. Application aux problèmes harmoniques en électromagnétisme et en aéroacoustique. Thèse Sorbonne université 2022
- [4] P. Edel, J. Simon, A locally adaptive non-intrusive block reduced basis method for scattering applications using the boundary element method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 421, 2024
- [5] P. Soudais, A. Barka. Sub-domain methods for collaborative electromagnetic computations. *C. R. Physique*, 7(5) :486–493, 2006.
- [6] J. Bourguignon Préconditionnement de méthodes de décomposition de domaine pour les problèmes de diffraction d'ondes électromagnétiques impliquant une cavité profonde. Thèse Paris 11 2011
- [7] F. Alouges, J. Bourguignon, D. Levadoux A Simple Preconditioned Domain Decomposition Method for Electromagnetic Scattering Problems *J. Comp. Math.*, 31 (2013)
- [8] M. Rivet, S. Pernet, S. Tordeux Flux reconstruction method for time-harmonic linear propagation problems: 1D a priori error analysis <https://hal.science/hal-04384657v1>
- [9] H.T. Huynh A flux reconstruction approach to high-order schemes including discontinuous Galerkin methods_ 18th AIAA computational fluid dynamics conference
- [10] N. Balin, A. Bendali, M. Fares, F. Millot, N. Zerbib Some applications of substructuring and domain decomposition techniques to radiation and scattering of time-harmonic electromagnetic waves, *Comptes Rendus Physique*, Volume 7, Issue 5, 2006.
- [11] B. Matthias Approche tensorielle pour la résolution des équations intégrales en acoustique et en électromagnétisme Thèse Toulouse, INPT 2023
- [12] B. Matthias D. Levadoux J.-R. Poirier A Quantized Tensor Train Method for High-Frequency Scattering Problems Involving Heterogeneous Dielectric Layers *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 70, no. 8, 2022
- [13] T. Galtier Préconditionneurs multi-domaines/multi-méthodes pour la résolution efficace de problèmes de diffraction d'ondes en électromagnétisme Thèse ISAE en cours

Collaborations envisagées

Laboratoire d'accueil à l'ONERA

Département : Traitement de l'information et Systèmes

Lieu (centre ONERA) : Toulouse

Contact : David Levadoux

Tél. :05 62 25 28 78 Email : david.levadoux@onera.fr

Directeur de thèse

Nom : David Levadoux

Laboratoire :

Tél. :05 62 25 28 78

Email : david.levadoux@onera.fr

Pour plus d'informations : <https://www.onera.fr/rejoindre-onera/la-formation-par-la-recherche>