

## PROPOSITION DE SUJET DE THESE

**Intitulé : Développement d'une méthode de correction de l'erreur de dispersion pour la simulation par différences finies de très grandes scènes en électromagnétisme instationnaire**

Référence : **SNA-DTIS-2026-32**

(à rappeler dans toute correspondance)

**Début de la thèse : Octobre 2026**

**Date limite de candidature : Septembre 2026**

### Mots clés

Méthode de correction d'erreur de dispersion, différences finies, grandes scènes de calcul

### Profil et compétences recherchées

Master 2 Université ou école d'ingénieur spécialisé en Mathématiques Appliquées et calcul scientifique

### Présentation du projet doctoral, contexte et objectif

Le schéma très probablement le plus utilisé pour les études industrielles en simulation numérique des équations de Maxwell instationnaires est celui des différences finies en domaine temporel introduit par K.S Yee en 1966 (FDTD). Il s'agit d'un schéma d'ordre 2 en temps et en espace, à très faible coût en mémoire et en temps calcul, très simple à mettre en œuvre et disposant d'une grande variété de modèles physiques, numériques et de couplage à travers une bibliographie abondante sur les 60 dernières années. Cette efficacité numérique en fait, en pratique, une solution de premier choix pour la simulation de grands calculs (ie : domaines présentant un très grand nombre de mailles et/ou une évolution sur des temps très longs). Toutefois, comme tout schéma numérique, la FDTD introduit une erreur de dissipation et/ou de dispersion, ici de dispersion, qui se cumule de cellule en cellule et d'itération en itération et rendant la solution rapidement faussée (par exemple dans le cas de l'étude de mode de cavité). Comme le montre la figure ci-dessous, cette erreur croît malheureusement assez rapidement au cours du calcul. Ainsi, par exemple, pour atteindre une erreur inférieure à 5% au bout de 20 périodes (ou à 20 longueurs d'ondes de la source) il faudrait un pas de maillage inférieur au 25<sup>ème</sup> de la longueur d'onde<sup>1</sup> ce qui est rarement fait au vu des surcoûts de calcul que cela engendre.

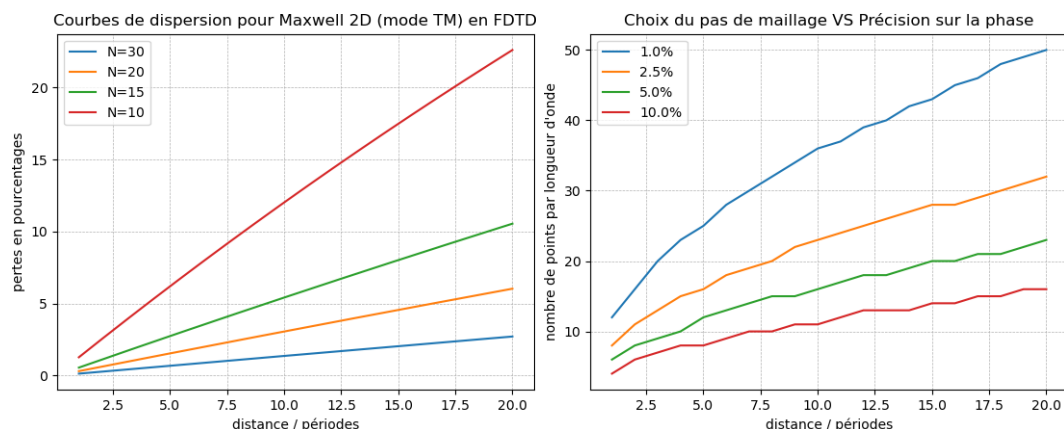


Figure 1 : Erreur de dispersion dans la propagation d'un mode Transverse Magnétique (2D).

D'un point de vue mathématique, l'étude de dispersion du schéma montre que la solution interpolée d'une onde plane de longueur d'onde  $k$  est une onde plane de longueur d'onde  $k_d \neq k$ . Cette différence entre solutions continue et discrète se traduit par l'erreur de dispersion, ou de pollution, qui est de la

<sup>1</sup> Estimation faite à partir des évaluations théoriques en 2D, correspondant à un mode Transverse Magnétique en 3D, d'après A. Taflové and S.C. Hagness, "Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method", 2000.

forme  $k(kh)^n$ , où  $h$  est le pas de maillage et  $n$  l'ordre d'interpolation du schéma. Donc, lorsque le pas de maillage est pris comme une fraction de  $k$ , ce qui le cas en pratique, l'erreur d'interpolation n'est pas contrôlée par le produit  $kh$  et croît. Il s'en suit une erreur qui augmente au cours du calcul. Ces dernières années plusieurs travaux se sont intéressés à la réduction de l'erreur de pollution à travers la réduction de l'erreur de dispersion soit par choix des paramètres soit par optimisation numérique du schéma. Des travaux récents ont montré que pour trouver la solution de la propagation à longueur d'onde donnée  $k$  il était possible de corriger cette erreur en modifiant la longueur d'onde utilisée dans le schéma, notée  $k'$ , choisie de sorte à ce que sa version discrète,  $k'_d$ , s'approche de  $k'_d=k$  à une approximation d'ordre suffisamment élevé en  $kh$  près. Cette valeur de  $k'$  est déterminée analytiquement par analyse de l'équation de dispersion et développement asymptotique.

L'objectif de cette thèse est de reprendre ces travaux, établis pour des signaux monochromatiques, et de les étendre au cas de signaux plus « large bande ». Pour ce faire, nous pourrions nous intéresser dans un premier temps au cas de la diffraction de signaux autour d'une fréquence centrale et ainsi proposer un relèvement de type asymptotique en fréquence (par développement de Padé ou de symboles en transformée de Fourier) permettant de construire des opérateurs (pseudo-)différentiels généralisant le terme de correction  $k'_d$  utilisé. Dans cette logique, nous nous intéresserons particulièrement à essayer de proposer des formules locales en temps, par exemple sous la forme de systèmes couplés EDP/EDO comme utilisé dans les formulations de conditions aux limites absorbantes « Perfectly Matching Layers » (PML). Ensuite, nous essaierons d'élargir le spectre d'utilisation de la méthode en cherchant à introduire par exemple une superposition en fréquence permettant d'utiliser simultanément plusieurs porteuses. Nous pourrions aussi nous intéresser au comportement de ce système corrigé avec différentes conditions aux limites physiques (métal, impédance) ou non-physiques (PML), matériaux, ou modélisations (fils). Enfin, nous essaierons de montrer l'apport de la méthode en introduisant la méthode développée dans un code FDTD 3D existant et en effectuant des simulations de scènes d'intérêt pour la simulation électromagnétique.

#### Collaborations envisagées

Université de Pau et des Pays de l'Adour

#### Laboratoire d'accueil à l'ONERA

Département : Traitement de l'information et Systèmes

Lieu (centre ONERA) : Toulouse

**Contact** : Vincent Mouysset

Tél. : 0562252672 Email : [vincent.mouysset@onera.fr](mailto:vincent.mouysset@onera.fr)

#### Co-Directeur de thèse

Nom : Pierre-Henri Cocquet

Laboratoire : SIAME (UPPA)

Tél. :

Email : [pierre-henri.cocquet@univ-pau.fr](mailto:pierre-henri.cocquet@univ-pau.fr)

Pour plus d'informations : <https://www.onera.fr/rejoindre-onera/la-formation-par-la-recherche>