

PROPOSITION DE STAGE EN COURS D'ETUDES

Référence : **DTIS-2025-45**
(à rappeler dans toute correspondance)

Lieu : Toulouse

Département/Dir./Serv. : DTIS/MACI

Tél. : 05.62.25.26.34

Responsable(s) du stage : S. Pernet et G. Dufour

Email : Sebastien.Pernet@onera.fr

DESCRIPTION DU STAGE

Thématique(s) : Mathématiques Appliquées et leurs Interactions, Calcul Scientifique

Type de stage : Fin d'études bac+5 Master 2 Bac+2 à bac+4 Autres

Intitulé : Méthodes d'Apprentissage Automatique pour les schémas numériques d'ordre élevé

Sujet : Ce travail a pour but d'investiguer le potentiel de l'Apprentissage Automatique (AA) pour la conception de schémas numériques d'ordre élevé pour les EDP hyperboliques de type lois de conservation. De nombreux travaux ont récemment été menés dans ce domaine et la littérature recense plusieurs approches permettant de tirer parti des méthodes d'apprentissage automatique [1,3,5]. Dans le cadre de ce stage, nous nous intéresserons plus particulièrement aux problèmes de type Convection-Diffusion et de propagation des ondes, que l'on retrouve dans de multiples domaines (mécanique des fluides, décharges plasma, électromagnétisme, etc.) :

$$\begin{cases} \partial_t U(t, x) + A \cdot \partial_x U(t, x) = 0 & (t, x) \in [0, T] \times \Omega \\ U(0, x) = U_0(x) & x \in \Omega \\ U(t, -1) = U(t, 1) & t \in \Omega \end{cases} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pour définir des schémas d'ordre élevé, il peut être question de mener directement un apprentissage des flux inter-éléments pour les méthodes de type Volumes Finis (résolution du problème de Riemann correspondant, nécessité de reconnaître les chocs [1,2]) mais il est également possible de monter en ordre avec un apprentissage de reconstructions de fonctions de densité. Toutefois, pour garantir la stabilité numérique de ces systèmes - éventuellement non-linéaires - de lois de conservation ou de transport, il est nécessaire de préserver certaines propriétés physiques (ex : charge totale conservée, positivité des densités). On s'intéressera donc également dans ce stage à la possibilité de garantir la préservation des principes du maximum, ainsi qu'à l'apport de l'AA dans un contexte de limitation de pente (ou de flux a posteriori) ou de réduction des oscillations pour les méthodes de type Volumes Finis ou Différences Finies [2,4,6]. Ces travaux seront à rapprocher du contexte général des réseaux de neurones guidés par la physique (Physics-Informed Neural Networks – PINN) [5].

Le travail de stage s'articulera donc selon trois axes :

- Une étude bibliographique approfondie sur les différentes approches possibles,
- La mise en œuvre des algorithmes étudiés en Python/Matlab sur le problème modèle de type Convection-Diffusion,
- Une évaluation des performances (ordre de convergence, principe du maximum, complexité, ...) par rapport aux schémas numériques conventionnels.

Bibliographie :

[1] Després, B., & Jourdain, H. (2020). Machine Learning design of Volume of Fluid schemes for compressible flows. *Journal of Computational Physics*, 408, 109275.

- [2] Abgrall, R., & Veiga, M. H. (2020). Neural Network-Based Limiter with Transfer Learning. Communications on Applied Mathematics and Computation, 1-41.
- [3] Ranade, R., Hill, C., & Pathak, J. (2021). DiscretizationNet: A machine learning based solver for Navier–Stokes equations using finite volume discretization. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 378, 113722.
- [4] Bacigaluppi, P., Abgrall, R., & Tokareva, S. (2019). "A Posteriori" Limited High Order and Robust Residual Distribution Schemes for Transient Simulations of Fluid Flows in Gas Dynamics. arXiv preprint arXiv:1902.07773.
- [5] Raissi, M., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational Physics, 378, 686-707.
- [6] Hillebrand, D., Klein, SC. And Öffner, P., "Application of Limiters, Neural Networks and Polynomial Annihilation in Higher Order FD/FV Schemes", *J. Sci Comput* **97**, 13 (2023).

Est-il possible d'envisager un travail en binôme ? Non

Méthodes à mettre en oeuvre :

- | | |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Recherche théorique | <input type="checkbox"/> Travail de synthèse |
| <input checked="" type="checkbox"/> Recherche appliquée | <input type="checkbox"/> Travail de documentation |
| <input type="checkbox"/> Recherche expérimentale | <input type="checkbox"/> Participation à une réalisation |

Possibilité de prolongation en thèse : Oui

Durée du stage : Minimum : 5 mois Maximum : 5 mois

Période souhaitée : Début en Mars ou Avril 2025

PROFIL DU STAGIAIRE

Connaissances et niveau requis : Analyse numérique, Modélisation, Connaissances générales en Mathématiques Appliquées niveau M2	Ecoles ou établissements souhaités : Ecole d'ingénieur, Master 2 recherche
--	---