

## PROPOSITION DE STAGE EN COURS D'ETUDES

Référence : **Votre DDS-Année-Numéro d'ordre**  
(à rappeler dans toute correspondance)

Lieu : Toulouse

Département/Dir./Serv. : DTIS

Tél. : 0562252672

Responsable(s) du stage : Vincent Mouysset

Email : [Vincent.mouysset@onera.fr](mailto:Vincent.mouysset@onera.fr)

### DESCRIPTION DU STAGE

Thématique(s) : Mathématiques appliquées et leurs interactions, calcul scientifique

Type de stage :  Fin d'études bac+5  Master 2  Bac+2 à bac+4  Autres

**Intitulé : Interpolation « Spline spirale » pour la reconstruction régulière de surfaces courbes amenant une propriété de super-convergence d'éléments finis**

Sujet : La plupart des schémas numériques utilisés pour la simulation sont basés sur une discrétisation (le maillage) du domaine de calcul englobant la scène que l'on souhaite modéliser. Les différents schémas connus se basent alors sur un type de maillage donné présentant un intérêt propre : Différences Finies sur maillages cartésiens pour la simplicité et l'efficacité, Eléments Finis sur maillages conformes (triangles ou tétraèdres) pour la bonne représentation des objets, méthodes isoparamétriques sur maillages courbes pour le rendu d'effets proches près de parois complexes, Volumes Finis ou Galerkin Discontinu sur maillages non-structurés et conformes pour introduire des raffinements locaux... Les outils de générations de maillage pour les codes de simulation numérique se sont alors grandement développés. Pour autant, au sein d'une même famille de schémas il est possible d'obtenir des résultats extrêmement différents, aussi bien en qualité qu'en efficacité, selon les fonctions de base choisies, et donc selon les éléments utilisés. Ainsi, sur un certain nombre de schémas haute précision (Galerkin discontinu, éléments finis d'ordre élevés, différences finies spectrales...) on observe que les bases de fonctions utilisées sur quadrilatères en 2D, ou hexaèdres en 3D, présentent d'excellentes propriétés. Toutefois, si la génération de maillages symplectiques (triangles ou tétraèdres) est très développée depuis plus d'un demi-siècle, celle de quadrilatères ou d'hexaèdres est plus problématique.

Une propriété importante pour les schémas numériques basés sur les quadrilatères est de garantir pour tout élément du maillage que le jacobien de la transformation envoyant le carré unité sur cet élément ne s'annule pas. Dans le cas contraire, les matrices élémentaires du schéma deviennent singulières ou tout du moins extrêmement mal conditionnées. Afin d'améliorer la qualité et la précision d'une méthode de maillage en quadrilatères développée récemment (DOTSE, 2024), dans (SECRET, 2024) nous avons utilisé une reconstruction d'une surface maillée en triangle (qui sert ensuite de base à la construction du maillage en quadrilatères) à l'aide d'interpolations de Hermite géométriques (GHI) utilisant des fonctions Splines. Nous avons ainsi montré alors que, sous hypothèse de régularité du cadre de la méthode de maillage en quadrilatères, cette interpolation converge à l'ordre 4 vers la surface régulière si nous disposons des tangentes exactes aux sommets du maillage, et à l'ordre 3 si nous avons des tangentes approchées. Dans les deux cas, nous obtenons une reconstruction de surface super-convergente, la qualité d'approximation du maillage triangulaire initial n'étant que d'ordre 2. Parmi les méthodes GHI étudiées, nous nous sommes en particulier intéressés à deux méthodes. La première, dite « spirale » est développée en 1D et permet de garantir la propriété de jacobien non-nul (MEEK e WALTON, 2009). La seconde permet de construire simplement des interpolations GHI 2D surfaciques locales (RUICHAO, SHIKAI, *et al.*, 2023). A notre connaissance, seule la méthode spirale 1D permet la double garantie de l'ordre élevé et du jacobien non-nul.

Dans ce stage nous souhaitons étendre les travaux de construction GHI spirale 1D au cas de surfaces dans l'espace. Pour ce faire nous pourrions nous servir de la méthode GHI 2D pour la construction des lieux de sphères osculatrices, courbe développée dont la développante est la surface recherchée en 1D. Nous nous

intéresserons à la fois aux aspects construction de la méthode, algorithmes et mise en œuvre numérique, et enfin à essayer de démontrer la propriété de jacobien non-nul dans le contexte 2D.

La méthode développée pourra également être introduite dans le logiciel de maillage HQMesh développé à l'ONERA pour l'obtention de maillages en quadrilatères, et ainsi illustrer tout l'apport de la reconstruction de surface et le phénomène de super-convergence attendu.

Ce stage aura lieu dans le cadre du Laboratoire de Mathématiques Appliquées à l'Aéronautique et au Spatial (LMA2S) de l'Onera.

#### Références

DOTSE, K. M. **Création de maillages quadrilatéraux bloc structurés à partir de champ de croix prescrit et respectant les caractéristiques physiques d'une scène de calcul.** Doctorat de l'ISAE. Toulouse. 2024.

MEEK, D. S.; WALTON, D. J. A two-point g1 hermite interpolating family of spirals. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 223, n. 1, p. 97-113, 2009.

RUICHAO, L. et al. A hermite surface triangle modeling method considering high-precision fitting of 3d printing models. **Axioms**, v. 12, n. 4, 2023.

SECRET, B. **Amélioration d'une méthode de génération de maillages quadrilatéraux par reconstruction et utilisation de superconvergence des éléments finis.** Toulouse. 2024.

Est-il possible d'envisager un travail en binôme ? Non

#### **Méthodes à mettre en oeuvre :**

- |   |  |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Recherche théorique | <input type="checkbox"/> Travail de synthèse             |
| <input checked="" type="checkbox"/> Recherche appliquée | <input type="checkbox"/> Travail de documentation        |
| <input type="checkbox"/> Recherche expérimentale        | <input type="checkbox"/> Participation à une réalisation |

Possibilité de prolongation en thèse : Oui

**Durée du stage :** Minimum : 5 mois Maximum : 6 mois

Période souhaitée : début courant premier semestre 2025

#### **PROFIL DU STAGIAIRE**

Connaissances et niveau requis :  
Mathématiques Appliquées, Calcul Scientifique, Simulation Numérique

Ecoles ou établissements souhaités :  
M2 Université ou école d'ingénieurs