

PROPOSITION DE SUJET DE THESE

Intitulé : Approximation des équations intégrales en électromagnétisme fréquentiel par la méthode des éléments virtuels sur maillages courbes

Référence : **SNA-DTIS-2025-09**
(à rappeler dans toute correspondance)

Début de la thèse : 01/10/2025

Date limite de candidature : 01/06/2025

Mots clés

Electromagnétisme, équations de Maxwell, opérateurs intégraux, éléments virtuels, maillages polygonaux courbes, analyse isogéométrique

Profil et compétences recherchées

Master 2 ou école d'ingénieur

Mathématiques appliquées, analyse numérique, simulation, informatique.

Présentation du projet doctoral, contexte et objectif

Le CEA et l'ONERA sont des acteurs majeurs dans le domaine de la simulation numérique en électromagnétisme. Ils ont notamment développé des codes de pointe pour l'analyse des problèmes de propagation d'ondes en régime harmonique (radar, furtivité, CEM, etc.).

L'analyse des phénomènes de diffraction des ondes électromagnétiques par des objets 3D complexes nécessite l'utilisation de méthodes numériques capables d'approximer avec précision les différentes composantes du champ électromagnétique. Grâce aux avancées dans les techniques de compression et de préconditionnement, les solveurs basés sur les équations intégrales de frontière discrétisées par éléments finis (BEM) figurent parmi les outils les plus performants et reconnus pour la simulation numérique de ces phénomènes. Ces méthodes permettent de réduire rigoureusement un problème 3D à un problème 2D équivalent posé sur la surface des objets diffractants. Cependant, avec les besoins accrus en simulation 3D (impliquant la montée en fréquence, des géométries complexes constituées de matériaux hétérogènes, etc.), la conception de nouveaux algorithmes, l'optimisation d'algorithmes existants ainsi que leur analyse théorique et numérique et leur implémentation sur des architectures massivement parallèles deviennent des activités essentielles. Cela est particulièrement vrai pour les approches BEM classiques. Ces dernières interdisent l'utilisation des nœuds d'ancrage (ou "hanging nodes" en anglais) au sein du maillage, souvent générés lors du (dé)raffinement local pour mieux capturer les hétérogénéités des matériaux et/ou les singularités géométriques. En effet, cette contrainte de conformité entraîne une augmentation artificielle de la taille du problème, puisqu'elle impose de propager une plus grande finesse de maillage dans l'ensemble de celui-ci, alors qu'elle n'est nécessaire que dans les zones comportant les détails électromagnétiques.

Le CEA et l'ONERA se sont associés pour proposer des solutions à cette problématique. Dans le cadre de la thèse d'Alexis Touzalin [1], nous avons développé une extension de la méthode des éléments virtuels (VEM) aux équations intégrales. Cette méthode, introduite en 2013 [2], est une approche numérique innovante qui généralise la méthode des éléments finis aux maillages polytopaux pour la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP). Ces travaux de thèse ont permis d'améliorer la robustesse et la performance des solveurs BEM grâce à une nouvelle approximation conforme, basée sur le principe de la VEM, pour les équations intégrales de frontière sur des maillages composés de polygones, incluant des triangles avec des nœuds d'ancrage [3, 4]. Les résultats obtenus sont très encourageants et cette nouvelle approche a démontré, sans équivoque, son potentiel sur des benchmarks classiques du domaine de l'électromagnétisme.

L'objectif du nouveau projet doctoral est de développer une version de la nouvelle discrétisation par VEM des équations intégrales capable de représenter fidèlement la courbure des objets, en utilisant des maillages polygonaux courbes. Cette avancée est cruciale pour traiter efficacement les géométries dans un contexte réel et nécessitera de nouveaux développements méthodologiques, théoriques et algorithmiques. Il est à noter que quelques versions de la VEM utilisant des maillages courbes existent dans la littérature [5, 6], mais a priori, aucune n'est adaptée aux espaces fonctionnels liés aux champs électromagnétiques. De plus, ces versions sont toutes conçues pour les EDP et ne prennent donc pas en compte la spécificité des formulations intégrales de frontière.

Pour aborder ce sujet, la thèse s'articulera autour des axes de recherche suivants :

- 1) Développer une méthode d'éléments virtuels surfaciques adaptée à la régularité des courants électromagnétiques, en s'appuyant sur des polygones courbes paramétrés à partir de modèles issus de la CAO (Conception Assistée par Ordinateur). Cette approche implique la définition d'un espace virtuel volumique, de plus bas ordre, sur des polyèdres courbes (ceci étant l'homologue de l'espace éléments finis de Nédélec de bas ordre sur simplexes courbes), dont la version surfacique sera obtenue en prenant la trace tangentielle de ce dernier.
- 2) Proposer, à partir des espaces définis dans l'axe 1, un nouveau schéma numérique pour la résolution de l'équation en champ électrique EFIE (Electric Field Integral Equation), utilisée pour modéliser la diffraction par des objets parfaitement conducteurs. Une analyse théorique complète du schéma sera réalisée.
- 3) Réaliser l'implémentation et la validation des schémas numériques proposés dans un contexte HPC (High-Performance Computing). Dans un premier temps, il sera nécessaire de concevoir un assemblage efficace des systèmes linéaires à résoudre. Pour cela, des nouvelles techniques d'extraction de singularités devront être développées afin de calculer, précisément et à un coût acceptable, les intégrales doubles élémentaires faisant intervenir les fonctions de base virtuelles et le noyau de Green sur les domaines courbes. Des approches numériques, comme e.g. [7] et [8], ainsi que des méthodes basées sur le machine learning seront explorées. Enfin, les schémas seront testés sur des benchmarks de validation de complexité croissante.

Références :

- [1] A. Touzalin. *Méthode des éléments virtuels pour l'approximation des équations intégrales de frontière en électromagnétisme dans le domaine fréquentiel*. Thèse 2025.
- [2] Beirão da Veiga, L., et al. *Basic principles of virtual element methods*. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 23.01 (2013): 199-214.
- [3] A. Touzalin, E. Arcese, S. Pernet. *A priori error analysis of a virtual element approximation-based boundary element method for the electric field integral equation*. HAL (preprint), (2024).
- [4] A. Touzalin, E. Arcese, S. Pernet. *A boundary integral equation method based on virtual element approximation spaces for 3D electromagnetic scattering*. In L. Gizon (Editor), *Book of Abstracts, The 16th International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation (WAVES 2024)*, pp. 125-126 (2024), DOI 10.17617/3.MBE4AA (Edmond MPDL).
- [5] Dassi, Franco, et al. *The mixed virtual element method on curved edges in two dimensions*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 386 (2021): 114098.
- [6] Dassi, Franco, et al. *A virtual element method for the wave equation on curved edges in two dimensions*. *Journal of Scientific Computing* 90 (2022): 1-25.
- [7] Sauter, Stefan A., et al. *Boundary element methods*. Springer Berlin Heidelberg (2011).
- [8] Rivero, Javier, et al. *Hybrid integration scheme for the evaluation of strongly singular and near-singular integrals in surface integral equations*. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 67.10 (2019): 6532-6540.

Collaborations envisagées CEA-CESTA	
Laboratoire d'accueil à l'ONERA Département : Traitement de l'information et Systèmes Lieu (centre ONERA) : Toulouse Contact : S. Pernet & E. Arcese (CEA) Tél. : 0562252634 Email : Sebastien.Pernet@onera.fr emanuele.arcese@cea.fr	Directeur de thèse Nom : Pernet Sébastien Laboratoire : ONERA Tél. : 0562252634 Email : Sebastien.Pernet@onera.fr

Pour plus d'informations : <https://www.onera.fr/rejoindre-onera/la-formation-par-la-recherche>